


SISMANCELLO
MILANO

CONTRATTI
SISMANOGLIO

30

Ε. Σ. ΒΕΛΛΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑΣ

ΔΙ' ΕΛΕΥΘΕΡΑΣ ΧΕΙΡΟΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΒΟΗΘΕΙΑΣ ΟΡΓΑΝΩΝ
ΚΑΤΑ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ Π. Κ. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

ΚΥΚΛΟΣ Β'

ΤΕΧΝΙΚΗ ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑ

ΤΕΥΧΟΣ Α'

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΤΑΞΕΩΝ
ΤΩΝ ΑΣΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΘΕΝΑΓΩΓΕΙΩΝ

ΕΝ ΚΩΝΣΤΑΤΙΝΟΥΠΟΛΕΙ

Τόπ. Κ. ΖΙΒΙΔΟΥ, Γαλατᾶ ὁδῷ Χαριστῆ 12.

1909

SISMANOGLIO
MUSEUM

Πάντα τὰ ἀντίτυπα φέρουσι τὴν σφραγίδα τοῦ συγγραφέως.

Π. Β. Β. Β.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ἀντιγραφὴ διαφόρων σχεδίων ἀπὸ τῶν λεγομένων μεθοδικῶν τετραδίων ἢ ἄλλων ἐντύπων σχεδίων, καθ' ἣν ὁ μὲν μαθητὴς δουλικῶς καὶ ὅλως μηχανικῶς ἀκολουθεῖ τὰ σημειούμενα αὐτῶν ἴχνη, ἢ ἐλευθέρως τῇ βοήθειᾳ βοηθητικῶν γραμμῶν ἀντιγράφει τὸ σχέδιον, ὁ δὲ διδάσκαλος διορθοῖ καὶ συμπληροῖ ἢ καὶ ἀποτελειοῖ τὸ ὅλον, ἰδὸν ἢ μόνῃ ἐν χρήσει μέθοδος τοῦ μαθήματος τῆς ἰχνογραφίας ἐν ταῖς παρ' ἡμῖν ἀστικαῖς σχολαῖς. Ἀναμφηρίστως διὰ τῆς μεθόδου ταύτης οὔτε ὁ ὀφθαλμὸς ἀσκεῖται εἰς τὴν ἐξ ἀπλῆς θεᾶς ἐκτίμησιν τῶν πραγματικῶν ἀποστάσεων καὶ τῶν σχετικῶν διαστάσεων τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ σχεδίου, οὔτε ἡ δέουσα προσοχὴ καὶ ἐπιμέλεια καταβάλλεται πρὸς τοῦτο.

Διὰ ταύτης οὐδὲ ὅλως ἀσκεῖται ἡ παρατηρητικότης τοῦ βλέμματος·

δὲν καλλιεργεῖται ἡ προσοχὴ, οὔτε ἡ ἀντίληψις ἐνισχύεται·

παραμελεῖται ἡ ἀσκησις τῆς κρίσεως·

δὲν ἀναπτύσσεται ἡ φαντασία·

ἢ τῆς μνήμης ἐνίσχυσις οὐδὲ ὅλως λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν οὐδεμίαν ἄλλην ψυχικὴν διάθεσιν ἢ αἴσθημα εὐγενὲς τοῦ παιδὸς (φιλοκαλίας, τάξεως, καθαριότητος, ἀκριβείας) ἀναπτύσσει τὸ μάθημα.

Καὶ ὁμῶς ταῦτα πάντα ἀποτελοῦσι τὸν κυριώτατον σκοπὸν τοῦ μαθήματος τῆς ἰχνογραφίας ἐν ταῖς ἀστικαῖς σχολαῖς. Ἐκ τῶν σκέψεων τούτων ὁρμώμενος καὶ τὴν πενιχρότητα τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἀμεθόδου ἐργασίας χαλεπῶς φέρων, ἐνέσκηψα εἰς τὴν μελέτην πλείστων ξένων ἔργων σχετικῶν πρὸς τὸ μάθημα, τὰ δὲ ἐκ ταύτης πορίσματα τολμῶ νὰ ὑποβάλω εἰς τὴν πεφωτισμένην κρίσιν τῶν φίλων συναδέλφων, φρονῶν ὅτι τὸ διαγραφόμενον ὑπ' ἐμοῦ σύστημα, ἂν δὲν εἶναι τέλειον, θὰ εἶναι πάντως ἀπηλλαγμένον τῶν πολλῶν ἀτελειῶν, αἵτινες χαρακτηρίζουσι τὰ ἐν χρήσει ἰχνογραφικὰ τετράδια.

Ἐπειδὴ δὲ τὸ σύστημα, τὸ ὁποῖον ἀκολουθῶ, εἶναι ἐντελῶς διάφορον τῶν ἐν χρήσει τοιούτων, ἐνόμισα καλὸν νὰ ἐπισυνάψω ὁδηγίας τινάς, αἵτινες, ἐὰν πιστῶς ἐφαρμοσθῶσι, πέποιθα, ὅτι θέλουσιν ἀποφέρει λίαν ἐνθαρρυντικά, ὡς ἐξ ἰδίας πείρας ἐπίσθην, ἀποτελέσματα.

Αἱ ἐπισυναπτόμεναι ὁδηγίαι ἀφορῶσι εἰς τὸ νὰ ὀρίσωσι πρῶτον τὸν χαρακτήρα, τὸν ὁποῖον πρέπει νὰ ἔχη ἡ σπουδὴ τῆς ἰχνογραφίας ἐν ταῖς παρ' ἡμῖν ἀστικαῖς σχολαῖς· δεύτερον τὴν μέθοδον, τὴν ὁποίαν θὰ ἀκολουθῆ ὁ διδάσκαλος, ὅπως ἀσκῆ τοὺς μαθητὰς εἰς τὸ νὰ ἰχνογραφῶσι καλῶς· καὶ τέλος τὴν ἀποστολὴν τοῦ διδασκάλου ὡς πρὸς τὸ μάθημα τοῦτο.

Ἡ σπουδὴ τῆς ἰχνογραφίας ἐν ταῖς παρ' ἡμῖν ἀστικαῖς σχολαῖς σκοπεῖ νὰ διδάξῃ εἰς τοὺς μαθητὰς τὸ ἀλφάβητον τῆς ἰχνογραφίας δι' εὐκόλων ἀσκήσεων, αἵτινες, διασκεδάζουσαι τὴν ὄρασιν, ἀναπτύσσουσι κατὰ μικρὸν τὴν δεξιότητα αὐτῶν εἰς τὸ νὰ παριστῶσι μετὰ σκέψεως καὶ ἀκριβείας ὅ,τι βλέπουσι.

Ἡ ἰχνογραφία μεθοδικῶς διδασκομένη ἀποτελεῖ ἐν τῶν σπουδαιοτέρων μέσων τῆς γενικῆς ἀγωγῆς. Αὕτη ἀσκεῖ σπουδαίας διανοητικὰς δυνάμεις: τὴν προσοχὴν, ὅταν τὸ

παιδίον συγκεντρώνηται ἐπὶ τοῦ σχεδίου του, τὴν παρατηρητικότητα, ἢ ὁποῖα τῷ ὑπόσχεται νὰ βλέπῃ καλῶς, τὴν κρίσιν καὶ τὸν συλλογισμόν, ἅτινα λαμβάνουν μέρος εἰς τὴν σύγκρισιν καὶ ἐκτίμησιν τῶν διαστάσεων καὶ τῶν σχέσεων, τὴν μνήμην, ἣτις τίθεται εἰς ἐνέργειαν κατὰ τὴν ἀναπαράστασιν τῶν σχημάτων, τὴν φαντασίαν, ὅταν ἀναπαράγονται καὶ συγγέωνται τὰ πλέον διάφορα σχήματα. Ἀσκεῖ πρὸς τούτοις τὴν αἴσθησιν τῆς ὀράσεως καὶ τῆς ἀφῆς, ἀναπτύσσει τὴν ἐτοιμότητα καὶ τὴν κρίσιν τοῦ βλέμματος, τὴν εὐκνησίαν καὶ τὴν ἐπιδεξιότητα τῆς χειρὸς καὶ τὰ αἰσθήματα τῆς φιλοκαλίας, τῆς καθαριότητος, τῆς τάξεως, τῆς ἀκριβείας.

Ἄφ' ἑτέρου συντελεῖ εἰς τὴν ἐπαγγελματικὴν ἀγωγὴν τοῦ παιδίου. Εἶναι ἀληθῶς ἀδύνατον νὰ ἀναφέρῃ τις καὶ ἐν μόνον παιδίον, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἰχνογραφία νὰ μὴ εἶναι ἐπιδεικτικὴ μερικῶν ἐφαρμογῶν ὑπάρχει δὲ μέγας ἀριθμὸς τοιούτων, εἰς τὰ ὁποῖα εἶναι ἀπαραίτητος. Ἐὰν ἐξαιρέσῃ τις μερικὰ ἐπαγγέλματα εἰδικὰ, ὡς τὸ τοῦ ζωγράφου, τοῦ γλύπτου, τοῦ χαλκογράφου, τοῦ ἀρχιτέκτονος, τῶν ὁποίων ἀποτελεῖ ἰδίως τὴν βᾶσιν, ὅλαι αἱ τέχναι εἶναι κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον ὑποτελεῖς εἰς αὐτήν. Κατὰ συνέπειαν δὲν θὰ εἶναι ὀλιγώτερον ὠφέλιμον εἰς τὸ παιδίον ἀνδρωθὲν νὰ γνωρίζῃ νὰ ἀναγινώσκῃ ἢ νὰ ἐννοῇ μίαν εἰκόνα καὶ νὰ δύναται νὰ ἀντιγράψῃ αὐτήν.

Διὰ νὰ μάθῃ τὸ παιδίον νὰ ἰχνογραφῇ δηλ. νὰ παριστᾷ ὅ,τι βλέπει, πρέπει πρὸ πάντων νὰ συνειθίσῃ νὰ βλέπῃ καλῶς. Βλέπω καλῶς σημαίνει παρατηρῶ, συγκρίνω, κρίνω, κατέχω. Σημαίνει ἐντυπώνω εἰς τὸν νοῦν μου τὴν θέσιν τῶν γραμμῶν, αἱ ὁποῖαι δυνατὸν νὰ εἶναι δεξιὰ, ἀριστερά, ἐπάνω, κάτω, τὴν διεύθυνσίν των (εὐθεῖα, καμπύλη, κάθετος κλπ.), τὴν κλίσιν των (τὴν πλαγιότητα ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὀριζόντιον ἢ τὴν κάθετον), τὴν σχέσιν των (διαστάσεις γενικαί, σχετικαί, ἀποστάσεις πραγματικαί, φαινόμενικαί), τὸ

σχῆμα τῶν ἀντικειμένων, τῶν διαφόρων αὐτῶν μερῶν (σχῆματα πραγματικά, φαινομενικά), τὸ χρῶμά των κτλ.

Ἡ παρατηρητικότης λοιπὸν πρέπει νὰ εἶναι ἡ βᾶσις τῆς μεθόδου. Κατὰ συνέπειαν τὸ μάθημα τῆς ἰχνογραφίας περιλαμβάνει κυρίως δύο στοιχεῖα· καὶ τὸ μὲν πρῶτον ἀποβλέπει εἰς τὴν παρατηρητικότητα, διὰ τῆς ὁποίας θὰ ἀσκηθῆ ὁ ὀφθαλμὸς, τὸ δὲ δεύτερον εἰς τὴν ἐκτέλεσιν, διὰ τῆς ὁποίας θὰ γίνῃ ἡ ἀσκήσις τῆς χειρὸς, τὴν ὁποίαν θὰ συνειθίσῃ τις νὰ ὑπακούῃ εἰς τὸν ὀφθαλμὸν.

Εἰς παιδιά ὅμως μικρᾶς ἡλικίας, ἡ δυσκινησία τῆς χειρὸς ἐν τῇ ἐκτέλεσει τῶν ἀπεικονιζομένων καὶ ὑπὸ τὴν ἀπλουσιότητα αὐτῶν μορφῆν παρουσιάζει πλείστας δυσχερείας καὶ ἐν τέλει ἀποθαρρύνσεις, ὡς τοῦτο παρατηρεῖται εἰς πλείστους μαθητὰς μὴ δυναμένους νὰ παρακολουθῶσι τὸ μάθημα τῆς ἰχνογραφίας ἕνεκα τῆς ἐλλείψεως φυσικῆς τινος εὐχερείας. Εἰς ταύτην προσθέσατε καὶ τὴν δυσαναλογίαν τῶν δυνάμεων τῆς παρατηρητικότητος καὶ τῆς ἐπιτηδειότητος τῆς χειρὸς τοῦ παιδίου. Καὶ πράγματι, ἐν ᾧ ἡ γραφικὴ, οὕτως εἰπεῖν, ἐπιτηδειότης τῆς χειρὸς εἶναι μηδαμινὴ εἰς ἓν μικρὸν παιδίον, οἷα εἶναι τὰ τῆς Β'. τάξεως, ἀφ' ἧς ἀρχεται ἡ ἰχνογραφία, ἐν τούτοις ὁ ὀφθαλμὸς ἀπὸ πολλοῦ ἔχει ἱκανοποιήσει τὴν περιέργειάν του, τὰς ἀπαιτήσεις του. Ἐχομεν λοιπὸν ὀφθαλμὸν καὶ χεῖρα διαφόρου δυνάμεως καὶ ἱκανότητος. Εἶναι δ' ἀφ' ἑτέρου γνώστον, ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ ἀποβλέψωμεν μονομερῶς εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἐπιτηδειότητος τῆς χειρὸς, χωρὶς νὰ δώσωμεν προσοχὴν εἰς τὴν ἀσκήσιν τοῦ ὀφθαλμοῦ. Διὰ καταλλήλων λοιπὸν ἀσκήσεων πρέπει νὰ ἀσκήσωμεν κατὰ μικρὸν τὴν χεῖρα μέχρις οὗ καταστήσωμεν τὴν ἱκανότητα αὐτῆς ἀνάλογον πρὸς τοῦ ὀφθαλμοῦ τὴν δεξιότητα. Ἡ συμβιβαστικὴ λύσις ἡ ἱκανοποιουσα συγχρόνως τὸν ὀφθαλμὸν καὶ τὴν χεῖρα πρέπει κατὰ τὴν ἀντίληψίν μας νὰ ἐπιδιωχθῆ διὰ τῆς ἐκλογῆς τῶν γυμνασμάτων καὶ τῆς χρή-

σεως τεχνητῶν μέσων. Διότι μόνον δι' αὐτῶν εἶναι δυνατόν νὰ νικηθῆ ἡ φυσικὴ ἀδυναμία τοῦ παιδὸς εἰς τὴν ἀκριβῆ ὅπωςδήποτε ἀναπαράστασιν ἔστω καὶ τῶν εὐκολωτάτων σχεδίων καὶ νὰ ἐνθαρρυνθῆ οὗτος εἰς τὴν κοπιώδη ὅσον καὶ εὐχάριστον ἐνασχόλησιν τῆς σπουδῆς καὶ γραφῆς τῶν διαφόρων σχημάτων. Ταῦτα ἔχων ὑπ' ὄψει εἰσήγαγον τὴν χρῆσιν τοῦ δικτυωτοῦ χάρτου εἰς τὰ δύο πρῶτα τεύχη τὰ προωρισμένα διὰ τὴν Β'. καὶ Γ'. τάξιν, τοῦ ἐστιγμένου δὲ εἰς τὸ Γ'. τεύχος διὰ τὴν Δ'. τάξιν, μέχρι τῆς ὁποίας περατοῦται ἡ ἀπλοποίησις τῆς διδασκαλίας. Ἀπὸ τῆς Ε'. τάξεως ἀπέκλεισα τὰ τεχνητὰ μέσα, διὰ τῶν ὁποίων εἶναι ἀληθὲς ὅτι ἡ διδασκαλία τοῦ μαθήματος λαμβάνει τι τὸ δουλικὸν καὶ μηχανικὸν, ποιοῦμαι δὲ ἐναρξιν τῆς συστηματικωτέρας διδασκαλίας τῆς ἰχνογραφίας κατὰ τρόπον μᾶλλον ἀρμόζοντα πρὸς τὰς ἀπαιτήσεις τῆς τέχνης, τιθεμένης ἐν πρώτῃ μοίρᾳ τῆς ἐξασκήσεως τῆς παρατηρητικότητος, ἐν δευτέρᾳ δὲ τῆς ἐκτελέσεως, εἰς ἣν ἱκανὴν ἐπιδεξιότητα ἔχει ἤδη ἀποκτήσει ἡ χεῖρ διὰ τῶν γυμνασμάτων τῶν τριῶν πρώτων τευχῶν. Κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἢ ἀνὰ χεῖρας μέθοδος τῆς ἰχνογραφίας εἶναι διηρημένη εἰς δύο κύκλους.

Ἡ Α'. κύκλος εἶναι τρίτεχος συλλογὴ εὐκόλων ἀσκήσεων προωρισμένων νὰ διασκεδάσωσι τοὺς ὀφθαλμοὺς τοῦ παιδίου καὶ νὰ διανοίξωσι τὴν διάνοιάν του εἰς τὴν ἀναπαράστασιν τῶν σχημάτων ὁ μαθητὴς δοκιμάζων τὴν ἀντιγραφὴν αὐτῶν ἐξασκεῖ κατὰ μικρὸν τὴν χεῖρά του εἰς τὸ νὰ κρατῆ τὸ μολυβδοκόνδυλον, νὰ σύρῃ γραμμὰς καὶ νὰ τὰς συναρμολογῆ διαφοροτρόπως.

Ἡ Β'. κύκλος εἶναι τεχνικὴ ἰχνογραφία διηρημένη εἰς δύο τεύχη, ἐξ ὧν τὸ μὲν α'. περιλαμβάνει τὴν γεωμετρικὴν ἰχνογραφίαν, τὸ δὲ β'. κοσμηματογραφίαν ἐφηρμοσμένην εἰς τὰς τέχνας, τὰ κυριώτερα περὶ ἀρχιτεκτονικῶν ρυθμῶν καὶ ὀλίγα περὶ προσωπογραφίας καὶ προοπτικῆς.

Ἡ διδασκαλία τῆς γεωμετρίας ἐν ταῖς ἀνωτέραις

τάξεσιν εἶναι ἀπαραιτήτως συνδεδεμένη μετὰ τῆς ἰχνογραφίας, διότι ἡ σπουδὴ τῆς τελευταίας, ὡς εἵπομεν, οὐδὲν ἄλλο σκοπεῖ εἰμὴ νὰ ὀδηγήσῃ τοὺς μαθητὰς εἰς τὸ νὰ ἀναγινώσκωσι μίαν ἰχνογραφίαν, νὰ τὴν ἐννοῶσι, νὰ παριστῶσι μὲ σκέψιν καὶ μὲ ἀκρίβειαν ὅτι βλέπουσι. Διὰ ταύτης κατατείνουμεν εἰς τὸ νὰ μυήσωμεν τοὺς μαθητὰς νὰ παριστάνωσι περιληπτικῶς τὴν αὐτοσχεδιαζομένην πλευρὰν ἑνὸς ἀντικειμένου, τὸ ὁποῖον βλέπουσιν ἔμπροσθέν των. Ἀπαραίτητον λοιπὸν εἶναι νὰ συνδέηται αὕτη μὲ τὴν γεωμετρίαν, ἡ ὁποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ βᾶσις τῆς λελογισμένης σπουδῆς τῆς ἰχνογραφίας, ἀλλὰ καὶ μὲ τὴν χειροτεχνίαν, ἡ ὁποία χρησιμεύει εἰς τὴν σπουδὴν τῶν σχημάτων καὶ ὡς ἐφαρμογὴ τῶν διδασκομένων.

Βᾶσις τῆς μεθόδου καὶ ἐν τῇ διδασκαλίᾳ τοῦ Β' κύκλου θὰ εἶναι ἡ παρατηρητικότητα, διὰ τῆς ὁποίας θὰ ἐπιδιωχθῆ ἡ ἀσκήσις τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἡ ὁποία εἶναι πολὺ σπουδαιότερα, μακροτέρα καὶ δυσκολωτέρα παρὰ ἡ τῆς χειρός. Ὁ διδάσκαλος λοιπὸν θὰ ἔχη ὑπ' ὄψει τὴν ἀσκήσιν τοῦ ὀφθαλμοῦ μᾶλλον παρὰ τὴν τεχνικὴν ἱκανότητα τῆς ἐκτελέσεως.

Τὸ μάθημα τῆς ἰχνογραφίας θὰ εἶναι συλλογικόν. Ὅλοι οἱ μαθηταὶ ὁμοῦ θὰ ἀσχολῶνται εἰς τὸ αὐτὸ ἔργον, εἰς τὸ αὐτὸ σχέδιον. Ὁ διδάσκαλος θὰ ἐκτελέσῃ τὴν ἀποστολὴν του οὐχὶ τόσον ἐὰν διορθῶν τὰ σφάλματα τῶν μαθητῶν, ὅσον ἐὰν, ἔχων τὴν κλωδίαν ἀνὰ χεῖρας, ἐξηγῆ ἐπὶ τοῦ πίνακος τὰς γεωμετρικὰς γνώσεις, ἰχνογραφῆ, ἀναλύῃ, ἐρμηνεύῃ, διευθύνῃ τὰς ἀσκήσεις τῆς χειρός. Καθ' ὃν χρόνον οἱ μαθηταὶ ἐργάζονται, ὁ διδάσκαλος περιφέρεται μεταξὺ τῶν θρανίων, ρίπτει βλέμμα ἐπὶ τῶν ἰχνογραφουμένων σημειῶν τὰ λάθη τὰ μᾶλλον καταφανῆ. Πᾶσαι αἱ ἀτέλειαι ἐν ταῖς λεπτομερείαις δὲν θέλουσι διορθῶσιν. Ταυτοχρόνως θα ἐπιτηρῆ τὴν θέσιν τοῦ σώματος τῶν μαθητῶν, θα προσέχῃ ὥστε τὸ ἄνω μέρος τοῦ σώματος νὰ εἶναι κάθετον, νὰ κλίνῃ δὲ μόνον

ἢ κεφαλή, εἰς τρόπον ὥστε ὁ ὀφθαλμὸς νὰ ἀπέχῃ 25—30 δακτύλους τοῦ χάρτου· τὸ μολυβδοκόνδυλον νὰ κρατῆται καλῶς, χωρὶς νὰ σφίγγηται πολὺ μεταξὺ τῶν δακτύλων. Αἱ κάθετοι θὰ σύρωνται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, αἱ ὀριζόντιοι ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ, αἱ πλάγιοι, ἐὰν μὲν κλίνουν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, ἐὰν δὲ πρὸς τὰ ἀριστερὰ, ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω.

Τὸ σχέδιον θὰ εὑρίσκηται ἀπέναντι τοῦ μαθητοῦ καὶ σχεδὸν καθέτως. Τὸ τετράδιον δὲν πρέπει νὰ κλίνῃ οὔτε πρὸς τὰ δεξιὰ οὔτε πρὸς τὰ ἀριστερὰ, ἐν ἄλλαις λέξεσιν ὁ μαθητὴς πρέπει νὰ ἴσταται εὐθὺς πρὸ τοῦ εὐθέως τετραδίου του.

Ἐκαστον μάθημα περιλαμβάνει ἓν γένει 1ον Γνώσεις γεωμετρικὰς πρὸς ἐκμάθησιν· καὶ 2ον Γυμνάσματα πρὸς ἐκτέλεσιν (γυμνάσματα παρατηρητικότητος, αἰσθητοποιήσις τῶν γεωμετρικῶν σχημάτων διὰ διπλώσεως χάρτου, διὰ γραφικῶν γυμνασμάτων καὶ σχεδίων ἐφαρμογῆς, διὰ χαρτοδετικῆς κτλ.).

Δὲν πρέπει νὰ περιορίζηται τις εἰς τοὺς ὁρισμοὺς καὶ τὰς γραμμάς. Πᾶσα γνώσις θεωρητικὴ στηρίζεται κατ' ἀνάγκην ἐπὶ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων γυμνασμάτων παρατηρητικότητος, ἱκανῶν εἰς τὸ νὰ δώσωσι εἰς τοὺς μαθητὰς ἀκριβῆ ἔννοιαν τῶν πραγμάτων, τὰ ὁποῖα τοῖς διδάσκει τις ἢ τὰ ζωγραφίζει, οὕτως εἰπεῖν, εἰς τὸ πνεῦμά των.

Τοιουτοτρόπως ὁ κατευθυντὴρ θὰ τοῖς δώσῃ ἀκριβῆ ἰδέαν τῆς διευθύνσεως τῆς καθέτου· τὸ ὕριον πίνακος, ἢ διευθύνσις κανόνος ἐπιπέδοντος ἐπὶ τοῦ ὕδατος τὴν τῆς ὀριζοντίου· καὶ ἐὰν θέσῃ τις τὸν κατευθυντήρα ἐπὶ τῆς ὀριζοντίου, θὰ τοῖς δώσῃ νὰ ἐννοήσωσι τὴν σχετικὴν θέσιν τῶν δύο εὐθειῶν.

Ἡ διὰ τοῦ βλέμματος ἐκτίμησις τῶν μεγεθῶν, ζήτημα σπουδαιότατον, θὰ κατορθωθῆ διὰ διαφόρων ἀσκήσεων ἐπὶ μεγάλου ἀριθμοῦ γραμμῶν, τῶν ὁποίων αἱ κυριώτεραι θὰ

εἶναι αἱ ἐξῆς: διαίρεσις εἰς ἴσα μέρη εὐθείας πάσης διευθύνσεως καὶ διαφόρου μεγέθους ἀπὸ μικροτέρας εἰς μεγαλειότεραν, ἐξέλεξις αὐτῶν διὰ τοῦ ὄργάνου, ἐξέλεξις ἐπὶ τοῦ πίνακος διὰ τοῦ μετρικοῦ κανόνος μηκῶν ἐκτιμηθέντων πρότερον διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ ἐν σχέσει πρὸς ὠρισμένην μονάδα μήκους, μεγέθυνσις δεδομένης εὐθείας κατὰ τὸ διπλάσιον, τριπλάσιον, γραφὴ εὐθειῶν ἴσων πρὸς τὸ ἄθροισμα ἢ τὴν διαφορὰν δεδομένων εὐθειῶν καὶ εἶτα ἐξέλεξις τῆς ἀκριβείας αὐτῶν, ἐκτίμησις τῆς σχέσεως δύο εὐθειῶν τῇ βοθηαίμολυβδοκονδύλου ἢ μικροῦ κανόνος κρατουμένου μὲ τεταμένον βραχίονα.

Ἡ γένεσις τῶν γωνιῶν θὰ τοῖς ἐξηγηθῇ ὑπὸ τοῦ διδασκάλου τῇ βοθηαίμολυβδοκονδύλου δύο κανόνων διηρθρωμένων καὶ θὰ κατανοηθῇ ὑπὸ τῶν μαθητῶν διὰ γυμνασμάτων διπλώσεως χάρτου. Τὸ μέγεθος γωνίας θὰ ἐκτιμηθῇ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἢ δὲ κλίσις πλαγίας ἐν σχέσει πρὸς τὴν κάθετον ἢ τὴν ὀριζόντιον. Θὰ ἀσκηθῶσιν ὡσαύτως εἰς τὸ νὰ διαιρῶσιν οἱ μαθηταὶ ἐλευθέρως γωνίας εἰς ἴσα μέρη (ἥμισυ, τρίτον, πέμπτον κτλ.) ὡς καὶ νὰ φέρωσι γωνίας ἴσας πρὸς τὸ ἄθροισμα ἢ τὴν διαφορὰν δύο ἄλλων.

Τῇ βοθηαίμολυβδοκονδύλου διαγωνίων γριμμῶν θὰ δοθῇ εἰς αὐτοὺς ἡ ἰδέα τῆς συμμετρικότητος.

Πρὸς ἐφαρμογὴν τῆς γραφῆς τῶν σχημάτων τῶν στερεῶν σωμάτων θὰ ἔχουν οἱ μαθηταὶ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν συνήθων στερεῶν ἐπὶ χάρτου χονδροῦ ἢ λεπτοῦ καρτονίου ἐπὶ τῇ βάσει ὠρισμένων διαστάσεων καὶ τὴν κατασκευὴν ποικίλων χειροτεχνημάτων (papier de constructions), διὰ τῶν ὁποίων ἡ χεὶρ καθίσταται ἐπιτηδεῖα καὶ εὐκίνητος.

Τὸ ἔργον τῶν μαθητῶν δὲν θὰ εἶναι μόνον ἡ ἀναπαράστασις σχεδίων καὶ σχημάτων ἀπὸ πρωτοτύπου, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ μνήμης καὶ ἰδίας ἐπινοητικότητος καὶ καθ' ὑπαγόρευσιν. Ἐχομεν λοιπὸν ἰχνογραφίαν ἀπὸ μνήμης, ἰχνογραφίαν ἰδίας

ἐπινοητικότητος καὶ ἰχνογραφίαν καθ' ὑπαγόρευσιν.

Ἡ ἀπὸ μνήμης ἰχνογραφία εἶναι ἢ ἀπὸ μνήμης ἀναπαράγωγη σχεδίου ἰχνογραφηθέντος πρότερον ἢ σχεδίου, τὸ ὁποῖον ἐξηγήθη, καὶ τὸ ὁποῖον ἐξήλειψεν ὁ διδάσκαλος πρὶν οἱ μαθηταὶ τὸ οἰκειοποιηθῶσι διὰ νὰ τὸ ἰχνογραφήσωσι.

Εἰς τὴν ἰχνογραφίαν ἰδίας ἐπινοητικότητος ζητεῖται παρὰ τοῦ μαθητοῦ ἀτομικὴ προσπάθεια συνθέσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ ἐξακριβωθῇ ἡ φιλοκαλία καὶ ἡ φαντασία του. Αὕτη θὰ εἶναι ἐν ἰχνογράφῳ, μέρος τοῦ ὁποίου εἶναι τελείως κατεσκευασμένον, καὶ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀποτελειώσῃ ὁ ἴδιος π. χ. ἡ πλήρης ἀναπαράστασις σχεδίου ἢ καμπύλης συμμετρικῆς, τῆς ὁποίας δὲν θὰ ὑπάρχῃ πρὸ τῶν ὀφθαλμῶν του ἢ ἐν τῶν συμμετρικῶν μερῶν τῆς ἢ προσθήκη λεπτομερείας συμπληρωματικῆς εἰς ἰχνογραφημένον σχέδιον ἢ συνένωσις εἰς ἓν σχέδιον διαφόρων μερῶν ἄλλων σχεδίων, τοῦ διδασκάλου ὑποβοηθοῦντος τὸν μαθητὴν πρὸς ἀνακάλυψιν τοῦ ζητουμένου, π. χ. κατάταξις καὶ συνδυασμὸς γεωμετρικῶν κοσμημάτων.

Τέλος εἰς τὴν καθ' ὑπαγόρευσιν ἰχνογραφίαν τὸ γύμνασμα τῆς ἐφαρμογῆς παρουσιάζεται ὡς λύσις γραφικοῦ προβλήματος, τοῦ ὁποίου τὰ διάφορα στοιχεῖα ὀρίζονται ἐν τῷ κειμένῳ, τὸ ὁποῖον ὑπαγορεύεται εἰς τοὺς μαθητὰς ὡς πρόβλημα ἀριθμητικόν, καὶ τοῦ ὁποίου ἡ λύσις θὰ ἐπιτευχθῇ διὰ σειρᾶς μερικῶν λύσεων, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰς ὀδηγίας τῆς προτάσεως. Τὸ γύμνασμα τοῦτο εἶναι ἐξαιρετικὸν διὰ νὰ ἐξοικειωθῇ ὁ μαθητὴς εἰς τὴν χρῆσιν τοῦ γεωμετρικοῦ λεξιλογίου καὶ τὴν ἐκτίμησιν τῶν κυρίων ὄρων τῶν προσκεκολλημένων εἰς τὴν γλῶσσαν τῆς ἰχνογραφίας χάριν τῆς ἀναπαραστάσεως τῶν εἰκονικῶν σημείων τῶν ἰδιαζόντων εἰς τὴν γλῶσσαν ταύτην.

Ἐπειδὴ δὲ πᾶσα σπουδὴ ἀφορᾷ κυρίως τὸ πνεῦμα, διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος οὐδεμίαν ἐφεξῆς θὰ ἐπιτρέψῃ ἀντιγρα-

φρην δουλικήν καὶ μηχανικὴν, ἢ ὅποια οὕτε τὴν σκέψιν προκαλεῖ, οὕτε τὴν κρίσιν ἀσκεῖ. Κατ' ἀκολουθίαν θὰ ἀπαγορεύσῃ τὴν χρῆσιν δικτυωτοῦ ἢ ἐστιγμένου χάρτου ἢ τετραδίων σχεδιαγραφημένων, εἰς τὰ ὁποῖα εὐρίσκεται ἀφ' ἑνὸς τὸ σχέδιον καὶ ἀφ' ἑτέρου ὁ πρὸς ἰχνογράφεισιν αὐτοῦ ὑπὸ τοῦ μαθητοῦ χῶρος. Διὰ τοῦ δικτυωτοῦ χάρτου ὁ μαθητὴς ἀσκεῖται μόνον εἰς ὑπολογισμούς, ἀπαλλάττει δὲ ἑαυτὸν τοῦ κόπου νὰ κάμνῃ ἐκτιμήσεις καὶ ἀναπαραστάσεις τῶν διαστάσεων.

Οἱ μαθηταὶ ὀφείλουσι νὰ ἐκτελῶσι τὰ ἰχνογραφήματά των ἐπὶ ἰδιαιτέρου τετραδίου ἐκ χάρτου χονδροῦ οὐχὶ πολλοῦ ἄνευ τετραγώνων καὶ γραμμῶν.

Τὰ γραφικὰ γυμνάσματα τῆς παρατηρητικότητος καὶ αἱ στοιχειώδεις γραμμαὶ δυνατὸν νὰ ἐκτελεσθῶσιν ἐπὶ προχείρου λευκοῦ τετραδίου.

Εἰς τὰ γυμνάσματα τῆς ἐφαρμογῆς ἢ προφορικῆ ἀνάλυσιν θὰ προηγήται τῆς γραφικῆς. Κατὰ ταύτην οἱ μαθηταὶ ὀφείλουσι νὰ ἀναλύσωσι τὸ γενικὸν σχῆμα τοῦ προτύπου σχεδίου, τὰ μερικὰ αὐτοῦ γεωμετρικὰ σχήματα, τὰς θεμελιώδεις αὐτοῦ γραμμάς, τὰς κυριωτέρας διαιρέσεις καὶ τὰς λεπτομερείας του.

Μετὰ τὴν προφορικὴν ἀνάλυσιν ἔπεται ἡ γραφικὴ, κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ διδάσκαλος ὀφείλει νὰ σύρῃ ἐπὶ τοῦ πίνακος χωριστὰ καὶ καθ' ἑνὴν θὰ ἐκτελεσθῶσι σειρὰν τὰς διαφόρους κατασκευὰς (τὰς περικλειούσας γραμμάς, τὰς γραμμάς τῆς κατασκευῆς, τὰ σημεῖα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουσιν ὡς βάσεις), ἢ ἐκτέλεσις τῶν ὁποίων συνιστᾷ τὸ σχέδιον, δίδων τὰς ἀναγκαίας ὁδηγίας διὰ νὰ ἐννοήσωσιν οἱ μαθηταὶ τὰς μερικὰς ταύτας διαγραφάς. Ἐκάστην τούτων ὀρισθείσαν ἤδη ὀφείλουσι νὰ ἀναπαριστῶσιν οἱ μαθηταὶ ἐπὶ τοῦ προχείρου τετραδίου διὰ λεπτοῦ μολυβδοκονδύλου πρὸς ἀποφυγὴν τῶν κηλίδων τῆς μελάνης. Βραδύτερον, ὅταν οἱ μαθηταὶ

ἐξασκηθῶσιν ἐπαρκῶς, δὲν θὰ εἶναι ὑποχρεωμένοι νὰ ἀρχίσωσι τὴν ἀντιγραφὴν τοῦ σχεδίου τῆς ἐφαρμογῆς ἀπὸ τὴν ὀρισμένην ταύτην ἀνάλυσιν. Θὰ εἶναι ἐλεύθεροι οἱ ἴδιοι νὰ ἀναλύσωσι τὸ πρότυπον, νὰ τὸ ἰχνογράψωσι καὶ μάλιστα σὺν τῷ χρόνῳ νὰ τὸ παραστήσωσιν ἀπὸ μνήμης.

Οἱ μαθηταὶ θὰ ἐργάζονται κατὰ τὴν πρώτην ἀντιγραφὴν ἐπὶ τοῦ προχείρου τετραδίου ἄνευ ὀργάνων.

Μέχρι τῆς Δ' τάξεως δὲν πρέπει νὰ χρησιμοποιοῦνται ὄργανα χρήσιμα διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν γραμμῶν, τῶν γωνιῶν καὶ τῶν περιφερειῶν.

Κατὰ τὴν δευτέραν ἀντιγραφὴν, ἢ ὁποία θὰ γίνῃ ἐπὶ τοῦ καθαροῦ τετραδίου, ἐπιτρέπεται ἡ χρῆσις ὀργάνων. Ὁ διδάσκαλος ὀφείλει νὰ μῆσῃ τοὺς μαθητὰς εἰς τὴν χρῆσιν αὐτῶν δίδων τὰς ἀναγκαίας ὁδηγίας.

Ἡ ἀντιγραφὴ θὰ περιλαμβάνῃ δύο ἐργασίας: α) τὴν τοποθέτησιν εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου ἀναλόγως τῶν διαστάσεων τοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος (ὀρθογώνιον, τετράγωνον κλπ.), τὸ ὁποῖον σχηματίζει τὸ βάθος· καὶ β) τὴν σχεδιαγράφεισιν τοῦ προτύπου.

Ὁ διδάσκαλος ὀφείλει νὰ ἐπωφεληθῇ τῆς φυσικῆς τάσεως τοῦ παιδίου, τοῦ νὰ χρωματίζῃ πᾶν ὅ,τι σχεδιάζει. Τοῦτο εἶναι ἐν μέσον διὰ νὰ καταστήσῃ τὴν ἰχνογραφίαν ἐνδιαφέρονσαν καὶ νὰ ἐνθαρρύνῃ τὴν φυσικὴν τάσιν τοῦ παιδίου. Διὰ τοῦτο εἰς μὲν τὰς κατωτέρας τάξεις θὰ διδάξῃ τὴν διὰ χρωμομολυβδίδων γραφὴν τῶν σχημάτων. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον ἕκαστος θὰ ἐφοδιασθῇ διὰ πέντε χρωμάτων: κυανοῦ, ἐρυθροῦ, κιτρίνου, πρασίνου καὶ μαύρου. Διὰ τῶν διασταυρουμένων γραμμῶν διὰ μαύρου ἢ χρωματιστοῦ μολυβδοκονδύλου κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον πυκνῶν θὰ εἶναι δυνατὸν νὰ καταστήσωσι τὰ χρώματα πολὺ ἢ ὀλίγον βαθέα καὶ νὰ παρουσιάσωσιν ἔργα εἰς διαφόρους ἀποχρώσεις.

Ἀπὸ τῆς Ε' δὲ τάξεως ὁ διδάσκαλος θὰ διδάξῃ τὴν

ύδαρογραφίαν. Πρὸς τοῦτο θὰ ἐφοδιασθῶσι καὶ πάλιν οἱ μαθηταὶ διὰ πέντε χρωμάτων δηλ. τῶν πρώτων καὶ γνησίων, τοῦ κυανοῦ (bleu de cobal, τὸ ὁποῖον διαλύεται εὐκόλως, ἢ bleu de Brusse ἐκλεκτῆς ποιότητος), ἐρυθροῦ (vermillon), κιτρίνου (jaune de chrome) μαύρου καὶ λευκοῦ. Εἰς τὴν ύδαρογραφίαν τὸ πράσινον δυνατὸν νὰ παρασκευασθῇ διὰ μίγματος ἴσων μερῶν κιτρίνου καὶ κυανοῦ.

Οἱ χρωστῆρες πρέπει νὰ εἶναι εὐθεῖς καὶ ἀρκετοὶ τὸν ἀριθμὸν· πρέπει νὰ πλύνωνται ἐντὸς καθαροῦ ὕδατος καὶ νὰ σπογγίζωνται διὰ λευκοῦ πανίου οὐδέποτε δὲ διὰ τοῦ στόματος.

Τὰ χρώματα θὰ διαλύωνται ἐντὸς κοτυλῶν ἢ συνήθων πινακίων· θὰ μεταχειρίζονται δὲ γενικῶς οἱ μαθηταὶ γλυκέα χρώματα, πρὸ δὲ τῆς χρήσεως θὰ δοκιμάζονται ἐπὶ λευκοῦ χάρτου· ἐὰν τὸ χρῶμα εἶναι πολὺ ἀδύνατον, θὰ βαθύνωσιν αὐτὸ διὰ προσθήκης χρώματος, ἐὰν δὲ εἶναι πολὺ βαθύ, θὰ τὸ ἀραιώνωσι διὰ σταγόνων ὕδατος.

Ἡ ἀρμονία τῶν χρωμάτων καὶ ἡ καλὴ κατάταξις τῶν σχημάτων δύναται νὰ ἀναπτύξη παρὰ τῷ μαθητῇ τὴν καλαισθησίαν καὶ τὴν ἐκτίμησιν τοῦ ὥραιου.

Ὁ μαθητὴς οὕτω διδασκόμενος θὰ ἀποκτήσῃ βαθμηδὸν τὴν ἱκανότητα νὰ μὴ βαίνη τυχαίως. Θὰ ἀναπτύξη ἐκ παραλλήλου τὴν ἐξάσκησιν τοῦ βλέμματος, τὸ πνεῦμα τῆς παρατηρητικότητος, τῆς συγκρίσεως καὶ τῆς ἀναλύσεως, ἀνευ τῶν ὁποίων δὲν ὑπάρχει ἰχνογραφία καὶ τέλος τὴν ὑπακοήν καὶ εὐπειθειαν τῆς χειρός. Ὅποιονδήποτε καὶ ἂν εἶναι τὸ σχέδιον, τὸ ὁποῖον ἀργότερα θὰ ἀντιγράψῃ, θὰ γνωρίζῃ νὰ τὸ ἀναλύῃ δηλ. νὰ τὸ ἀποσυνθέτῃ μετὰ σκέψεως εἰς τὰ συστατικὰ αὐτοῦ μέρη, ἀρχόμενος ἐκ τοῦ συνόλου ὅπως φθάσῃ εἰς τὰ λεπτομερείας καὶ τηρῶν τὰς ὁρισμένας ἀναλογίας. Ἐν μιᾷ λέξει θὰ μάθῃ νὰ συγκρίνῃ, νὰ ἀναγινώσκῃ τὸ πρότυπον πρὶν τὸ ἀναπαραστήσῃ. Τοῦτο δὲ συνιστᾷ τὴν ἐπιστήμην τῆς ἰχνογραφίας.

ΟΔΗΓΙΑΙ

Διὰ νὰ ἰχνογραφῇ τις ὀρθῶς ὀφείλει νὰ ἀκολουθῇ τὰς ἐπομένας ὀδηγίας :

1) Νὰ κρατῇ πολὺ εὐθύ τὸ φύλλον ἢ τὸ τετράδιον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἰχνογραφεῖ, ὁποιαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς γραμμῆς, τὴν ὁποίαν θὰ σύρῃ.

2) Νὰ μεταχειρίζεται μολυβδοκόνδυλον οὔτε πολὺ μαλακὸν οὔτε πολὺ σκληρόν· (ὁ ἀρ. 2 εἶναι ἐν χρήσει). Τὸ πολὺ σκληρὸν δυσκολεύει τὴν χεῖρα, τὸ πολὺ μαλακὸν εἶναι ἀνάγκη νὰ λεπτύνηται συχνά, κηλιδώνει δὲ καὶ τὸν χάρτην. Νὰ κόπτῃ τὸ μολυβδοκόνδυλον του εἰς αἰχμὴν ἑλαφρῶς ἀμβλεῖαν· πολὺ λεπτὴ αἰχμὴ γράφει γραμμὰς τραχείας καὶ σχίζει τὸν χάρτην.

3) Νὰ κρατῇ τὸ μολυβδοκόνδυλον ὅπως καὶ τὸν γραφιδοφόρον κατὰ τὴν γραφήν. Ἐν τούτοις, ἐπειδὴ εἶναι ἀνάγκη νὰ συνειθίσῃ, χωρὶς νὰ κινή τὸ τετράδιον, νὰ σύρῃ γραμμὰς καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, εἶναι ἐλεύθερος νὰ στρέφῃ τὴν χεῖρά του ἀναλόγως τῆς διευθύνσεως τῆς γραμμῆς, τὴν ὁποίαν θὰ γράψῃ· ἡ αἰχμὴ τοῦ μολυβδοκονδύλου πρέπει νὰ εἶναι πολὺ ἢ ὀλίγον κεκλιμένη ἀναλόγως τοῦ πάχους τῆς γραμμῆς, τὴν ὁποίαν πρόκειται νὰ φέρῃ, πρὸς τούτοις θὰ εἶναι τόσον ἀπομεμακρυσμένη τῶν ἄκρων τῶν δακτύλων, ὅσον περισσότερον αἱ γραμμαὶ αὗται εἶναι μακρὰ ἢ βραχεῖαι.

4) Νὰ ἀναλύῃ τὸ πρότυπον πρὶν τὸ ἰχνογραφήσῃ.

5) Νὰ τοποθετῇ τὸ ἰχνογράφημα εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου.

6) Νὰ ἐξαλείφῃ ἑλαφρῶς τὸ προχείρως γραφέν ἰχνογράφημά του πρὶν σύρῃ τὰς ὀριστικὰς γραμμὰς.

7) Νὰ ἐξαλείφῃ ἐπιμελῶς τὰς ἐσφαλμένας γραμμὰς εἴτε διὰ τοῦ ἐλαστικοῦ εἴτε διὰ ψίχας τοῦ ψωμοῦ, ἀφ' οὗ διορθώσῃ τὰς γραμμὰς.

8) Νὰ μὴ ὑγραίνῃ ποτὲ τὸ μολυβδοκόνδυλόν του μὲ τὴν πρόφασιν ὅτι δὲν γράφει καλῶς. Καλὴ ἰχνογραφία δὲν λέγεται ἢ μαῦρη ἀλλ' ἢ ὀρθῶς ἀντιγεγραμμένη. Αἱ γραμμαὶ τῆς δὲν πρέπει νὰ εἶναι μαῦραι καὶ παχεῖαι, ἀλλ' ἕλαφραί, λεπτὰ καὶ ξανθαί. Διὰ τὴν σύρσιν τῆς μίαν γραμμὴν ὀφείλει πρότερον νὰ ἀπασχολήθῃ μὲ τὸ τελικὸν αὐτῆς σημεῖον καὶ διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ νὰ ἀποβλέπῃ πρὸς αὐτὸ σύρων τὴν γραμμὴν.

9) Ἡ παχεῖα καὶ ἐνδυναμωμένη γραμμὴ ἐπιτυγχάνεται διὰ πολλῶν λεπτῶν γραμμῶν τόσον πλησίον ἀλλήλων, ὥστε νὰ συγγέωνται εἰς μίαν.



Ὁργανα ἀπαραίτητα εἰς τοὺς μαθητὰς.

- 1ον Μολυβδοκόνδυλον (ἀριθ. 2)
- 2ον Ἐλαστικὸν εὐθροπτον.
- 3ον Μετρικὸς κανὼν.
- 4ον Γνώμων (κανὼν γωνιώδης).
- 5ον Μοιρογνωμόνιον.
- 6ον Διαβήτης.
- 7ον Γραφιδοφόρος διαβήτης.
- 8ον Γραμμογράφος.



ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

ΓΡΑΜΜΑΙ

Σχήματα, διευθύνσεις.

Τὰ διάφορα ἀντικείμενα, τὰ ὅποια μᾶς περικυκλώνουν παρουσιάζονται πρὸ τῶν ὀφθαλμῶν μας μὲ πέρατα, περιορισμένα μὲ γραμμὰς.

Διὰ τὴν παραστήσωμεν λοιπὸν ταῦτα ἰχνογραφικῶς πρέπει νὰ μάθωμεν νὰ σύρωμεν τὰς γραμμὰς, αἱ ὅποια τὰ περιορίζουν, μὲ ἄλλα λόγια σχηματίζουν τὴν περιφέρειάν των

ΓΕΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

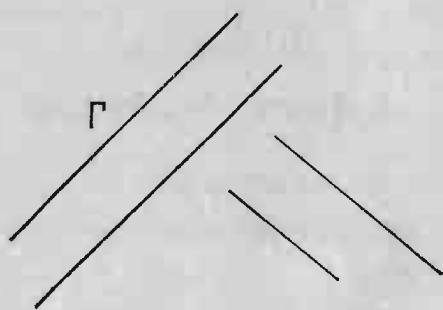
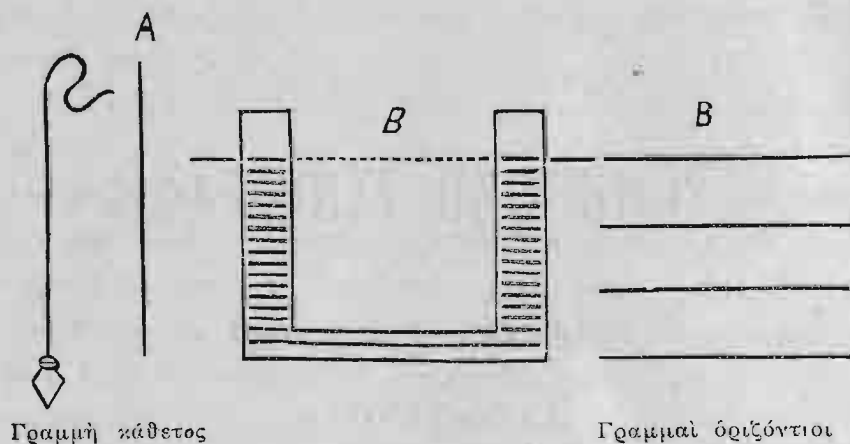


Γραμμὴ εὐθεῖα

Γραμμὴ τεθλασμένη



Γραμμαὶ καμπύλαι

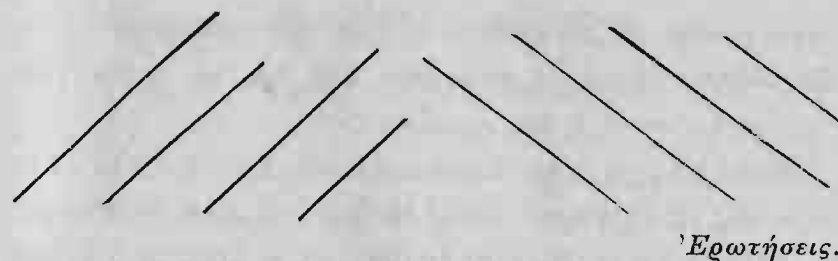
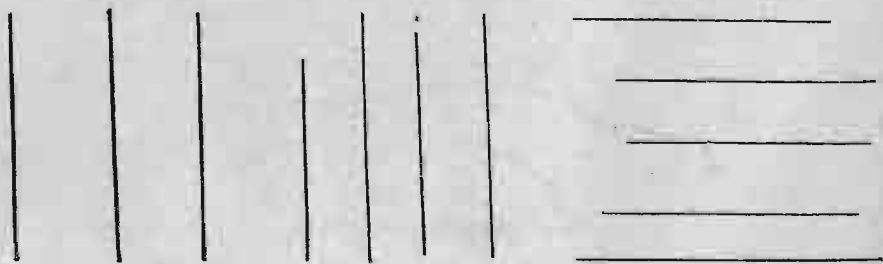


Γραμμαί πλάγια

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου

1. Σύρατε γραμμὰς **κάθετους**, **οριζοντίους** καὶ **πλαγίαις** κατὰ διαφόρους διευθύνσεις.
2. Γράψατε εἰς τὸ τετράδιόν σας τὰς κάτωθεν σημειωμένας γραμμὰς.



3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Μία γραμμή δύναται νὰ εἶναι ἢ **εὐθεῖα** ἢ **τεθλασμένη** ἢ **καμπύλη**.

Ἡ εὐθεῖα γραμμή ἀναλόγως τῆς διευθύνσεώς της λέγεται **κάθετος**, **οριζόντιος** ἢ **πλαγία**.

Ἡ **κάθετος** γραμμή ἔχει τὴν διεύθυνσιν νήματος τεταμένου διὰ τινος βάρους. Ἡ **οριζόντιος** γραμμή ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐπιφανείας ἡρεμοῦντος ὕδατος.

Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἢ ὅποια οὔτε οριζόντιος εἶναι οὔτε κάθετος, λέγεται **πλαγία**.

Διὰ νὰ σύρη τις μίαν εὐθεῖαν, σημειώνει τὸ σημεῖον, ἀπὸ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀρχίσῃ καὶ δι' ἐνὸς ἄλλου ἐκεῖνο, εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ τελειώσῃ· σύρει ἔπειτα τὴν γραμμὴν εἰς μικρὰ τμήματα καὶ ἀρκετὰ ἐλαφρὰ διὰ νὰ δύναται εὐκόλως νὰ τὴν ἐξαλείψῃ, ἐὰν δὲν ἐπιτύχῃ· ἔπει-

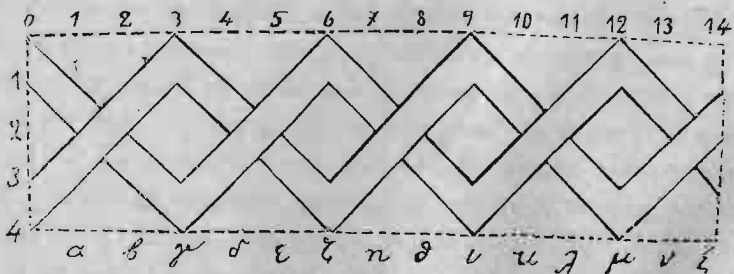
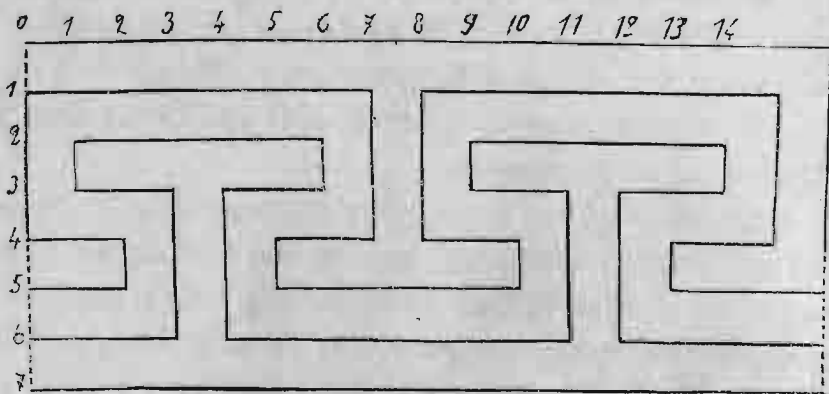
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ποῖα εἶναι τὰ διάφορα σχήματα, τὰ ὅποια δύναται νὰ λάβῃ μία γραμμή;—Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως παραδείγματα τῶν διαφόρων τούτων σχημάτων.—Ποῖαι εἶναι αἱ διάφοροι διευθύνσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ λάβῃ μία εὐθεῖα γραμμή;—Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως γραμμὰς εἰς τὰς διαφόρους αὐτὰς διευθύνσεις.—Πῶς σύρει τις ἐπὶ τοῦ χάρτου γραμμὴν οριζόντιον, κάθετον, πλαγίαν κλίνουσαν πρὸς τὰ δεξιὰ, πρὸς τὰ ἀριστερὰ;—Πῶς βεβαιοῦται τις ὅτι μία γραμμή εἶναι κάθετος, οριζόντιος;—Πῶς διορθώνει τις μίαν γραμμὴν;—Πῶς πρέπει νὰ κρατῇ τις τὸ τετράδιον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἰχνογραφεῖ;—Πῶς ἐν ἰχνογράφημα τίθεται εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου χάρτου.

τα επανέρχεται εις τὸ πρῶτον τμήμα τῆς γραμμῆς διὰ νὰ τὴ διορθώσῃ, ἐὰν ἔχῃ ἀνάγκην καὶ διὰ νὰ καταστήσῃ τὴν γραμμὴν συνεχῆ καὶ ὁμαλὴν.

Ἡ κάθετος γραμμὴ σύρεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω ἢ ὀριζόντιος ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ· ἢ πλαγία, ἐὰν μὲν κλίνῃ πρὸς τὰ δεξιὰ, σύρεται ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, ἐὰν δὲ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἀντιθέτως ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω.

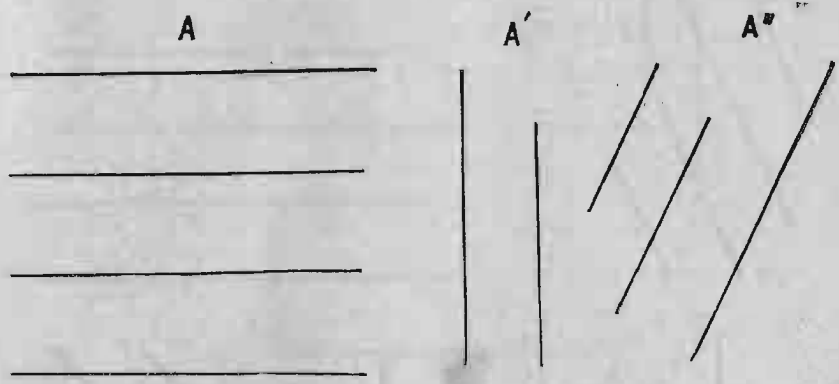
Αἱ παχεῖαι γραμμαι δὲν γράφονται διὰ μιᾶς πρὸς γραφὴν κινήσεως τοῦ μολυβδοσχοινδύλου, ἀλλὰ διὰ πολλῶν λεπτῶν γραμμῶν τόσοσιν πλησίον ἀλλήλων, ὥστε νὰ συνιστῶσι μίαν.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ.

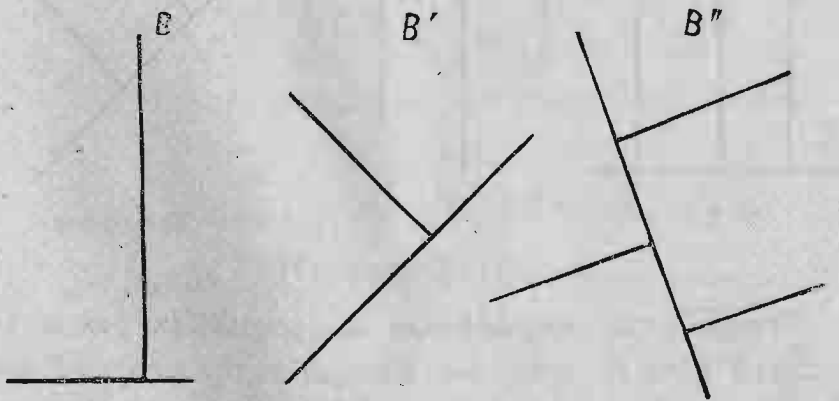


Διευθύνσεις γραμμῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Παράλληλοι



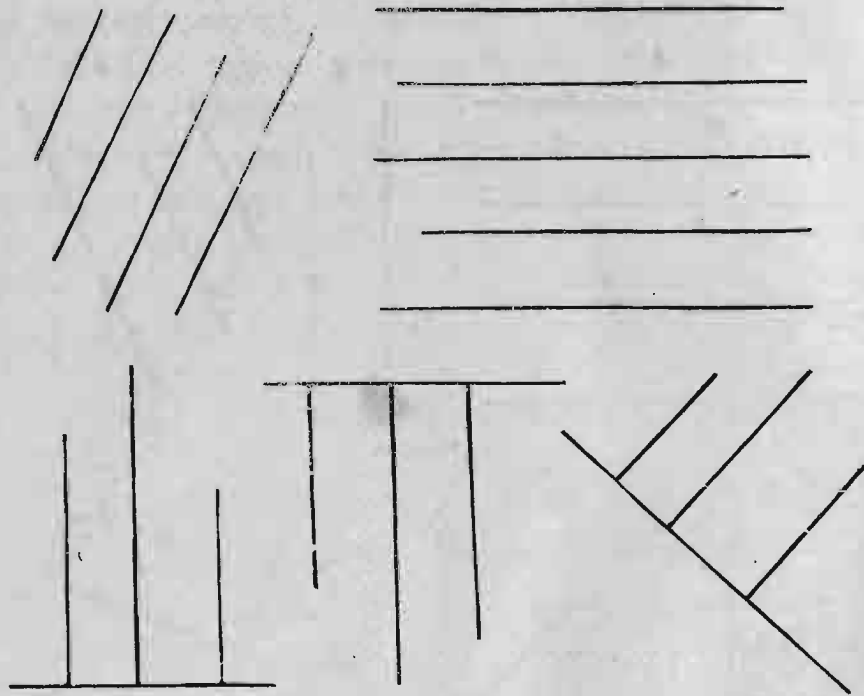
Κάθετοι

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρου χεῖρος ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1. Σύρατε παραλλήλους καὶ καθέτους κατὰ διαφόρους διευθύνσεις.

2. Γράψατε τὰς κάτωθι σημειουμένας παραλλήλους καὶ καθέτους πρὸς ἀλλήλας.



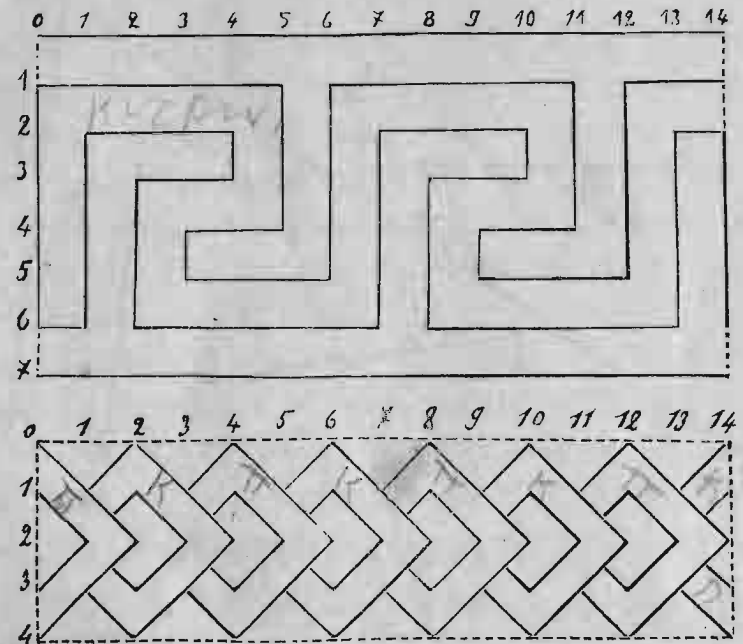
Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἄνομάζονται **παράλληλοι** αἱ γραμμαὶ ἐκεῖναι, αἱ ὅποσαι καθ' ὅλον τὸ μῆκός των διατηροῦσι τὴν αὐτὴν ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν καὶ ἐπομένως δὲν δύνανται ποτε νὰ συναντηθῶσιν. Αἱ παράλληλοι εἶναι ἢ καθέτοι ἢ ὀριζόντιοι, ἢ πλάγιοι.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ποῖαι γραμμαὶ ὀνομάζονται παράλληλοι;—Πῶς βεβαιοῦται τις ὅτι δύο γραμμαὶ εἶναι παράλληλοι;—Ποῖαι εἶναι αἱ διάφοροι διευθύνσεις, τὰς ὁποίας δύνανται νὰ λάβουν αἱ παράλληλοι γραμμαὶ;—Δεῖξατε ἐντὸς τῆς τάξεως παραδείγματα παραλλήλων γραμμῶν.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐλευθέρᾳ ἐκτίμησιν τῶν πραγματικῶν διαστάσεων τῶν γραμμῶν.

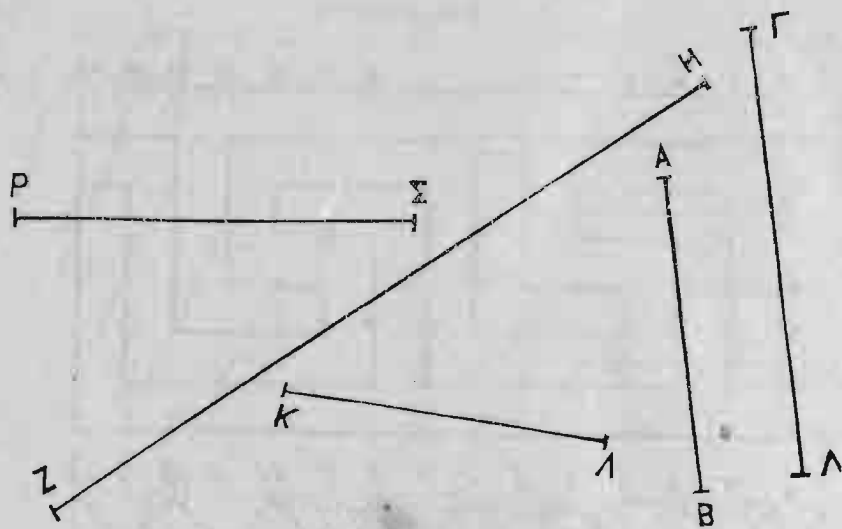
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Νὰ ἐκτιμήσῃτε ἐλευθέρως τὸ πραγματικὸν μῆκος τῶν δεδομένων εὐθειῶν.



Μέτρον συγκρίσεως.
(ἐκάστη διαίρεσις ἰσοῦται μὲ ἓνα δάκτυλον.)





20ν. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρως χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Σύρατε

- 1ον—ὀριζόντιον 6 δακτύλ.
- 2ον—κάθετον 4 δακτύλων.
- 3ον—πλαγίαν πρὸς τὰ ἀριστερὰ 7 δακτύλων.
- 4ον—πλαγίαν πρὸς τὰ δεξιὰ 9 δακτύλων.
- 5ον—πλαγίαν πρὸς τὰ ἀριστερὰ 35 γραμμῶν.
- 6ον—ὀριζόντιον 13 δακτύλων.

Σύρατε

- 7ον—κάθετον ἴσην μετὴν διαφορὰν τῶν γρ. AB καὶ ΔΓ.
- 8ον—ὀριζόντιον ἴσην μετὸ ὀλικὸν μήκος τῶν γραμμῶν PΣ καὶ ΖΗ
- 9ον—πλαγίαν πρὸς τὰ δεξιὰ ἴσην μὲν τὴν διαφορὰν τῶν γραμμῶν ΒΔ καὶ ΝΕ.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς τοῦ πραγματικῶν μήκος μιᾶς εὐθείας πρέπει νὰ συγκρίνη τὸ μήκος τοῦτο μετὰ ἕν ἄλλο μήκος ὀρισμένης μονάδος. Τὸ μήκος τοῦ ὄνουχος τοῦ μικροῦ δακτύλου παιδίου ἴσεται πρὸς ἓνα δάκτυλον περίπου.

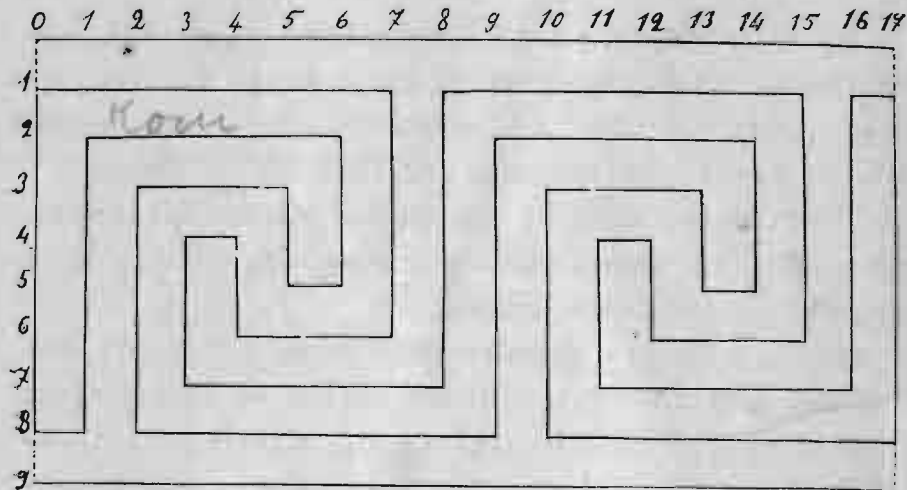
Ἡ κατασκευὴ εὐθείας ὀρισμένου μήκους δὲν παρουσιάζει δυσκολίαν, ὅταν ὁ ὀφθαλμὸς συνειθίσῃ νὰ ἐκτιμᾷ τὸ πραγματικὸν μήκος μιᾶς εὐθείας.

Διὰ τὴν φέρωμεν εὐθεῖαν ἴσου μήκους πρὸς τὸ ποσὸν ἢ τὴν διαφορὰν δύο εὐθειῶν πρέπει νὰ ἐκτιμήσωμεν πρῶτον τὸ πραγματικὸν μήκος ἐκάστης εὐθείας, νὰ προσθέσωμεν ἔπειτα ἢ νὰ ἀφαιρέσωμεν τὰ οὕτω εὑρεθησόμενα μήκη καὶ νὰ φέρωμεν τελευταῖον μίαν γραμμὴν ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα ἢ τὴν ὑπάρχουσαν διαφορὰν.

Διὰ τὴν ἐξελέγξῃ τις τὴν ἐκτίμησιν δύναται νὰ μεταχειρισθῇ κανόνα μετρικὸν διηρημένον εἰς δακτύλους καὶ γραμμὰς, πρέπει ὅμως νὰ κάμῃ τὴν ἐξελέγξιν ταύτην μετὰ τὴν κατασκευὴν τῶν ζητούμενων γραμμῶν ἢ μετὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν δεδομένων γραμμῶν πρὸς ἐλευθέρως διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ ἐκτίμησιν.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς ἐκτιμᾶται τὸ πραγματικὸν μήκος μιᾶς εὐθείας γραμμῆς;—Πῶς σύρει τις μίαν εὐθεῖαν μήκους ἴσου: 1ον πρὸς τὸ ποσὸν δύο δεδομένων εὐθειῶν· 2ον πρὸς τὴν διαφορὰν δύο δεδομένων εὐθειῶν;—Πῶς βεβαιοῦται τις ὅτι μία γραμμὴ εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα ἢ τὴν διαφορὰν δύο δεδομένων εὐθειῶν;

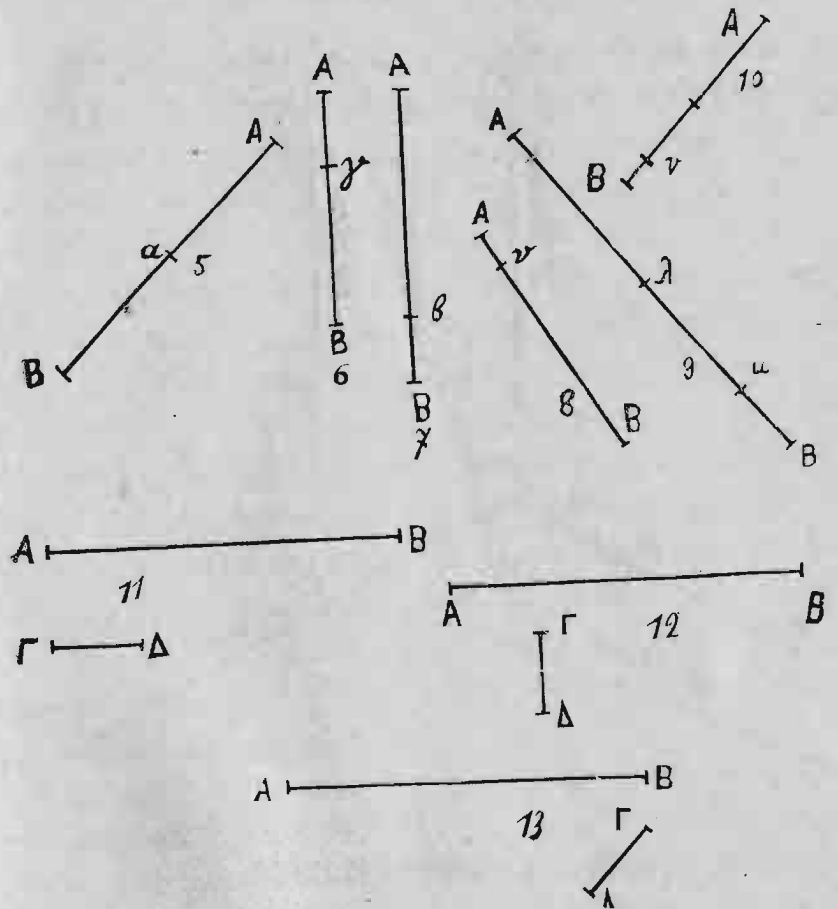
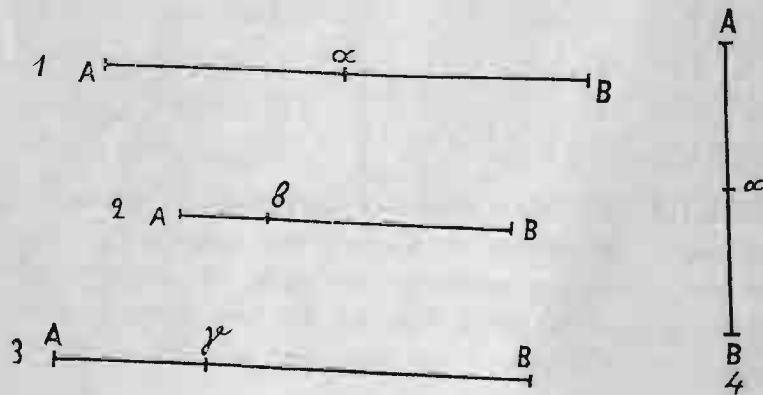
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐκτίμησις ἐλευθέρα τῶν σχετικῶν διαστάσεων ἢ σχέσις τοῦ μήκους δύο εὐθειῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

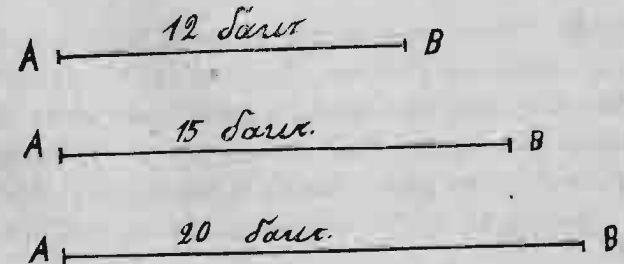
Νὰ ἐκτιμήσῃτε ἐλευθέρως τὰς σχετικὰς διαστάσεις ἢ τὴν σχέσιν τὴν ὑπάρχουσαν μεταξὺ τῶν μηκῶν δύο μερῶν εὐθείας ἢ δύο δεδομένων εὐθειῶν.

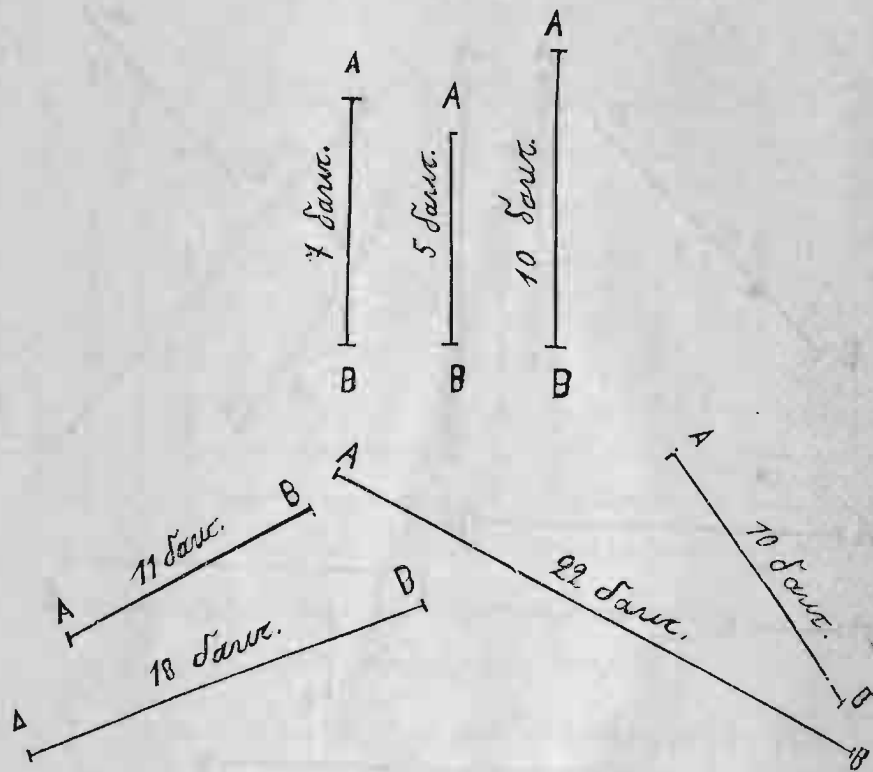


2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρως χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Νὰ διαιρέσῃτε τὰς δεδομένας εὐθείας εἰς 2, 4, 8 ἴσα μέρη.





Ερωτήσεις

Βον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

1.) Διὰ νὰ ἐκτιμήσῃ τις τὰς σχετικὰς διαστάσεις δύο μερῶν εὐθείας ἢ δύο εὐθειῶν, θέτει τὸ μολυβδοκόνδυλόν του εἰς τὴν θέσιν τῆς μικροτέρας γραμμῆς συγκρατῶν αὐτὸ εἰς ἴσην ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ καὶ ἀντιστοιχεῖ τὸ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς ἐκτιμᾷ τις τὰς σχετικὰς διαστάσεις δύο μερῶν εὐθείας ἢ δύο δεδομένων εὐθειῶν; Πῶς πρέπει νὰ κρατῇ τις τὸ μολυβδοκόνδυλόν του, ὅταν ἐκτιμᾷ τὰς σχετικὰς διαστάσεις δύο εὐθειῶν ἢ δύο μερῶν εὐθείας; — Πῶς διαιρεῖται μίαν εὐθείαν 1ον εἰς 2 ἴσα μέρη; 2ον εἰς 4 ἴσα μέρη; 3ον εἰς 8 ἴσα μέρη; — Δεῖξατε ἐντὸς τῆς τάξεως ἐφαρμογὰς τῆς διαιρέσεως γραμμῶν εἰς 2, 4, 8 καὶ 16 μέρη ἴσα.

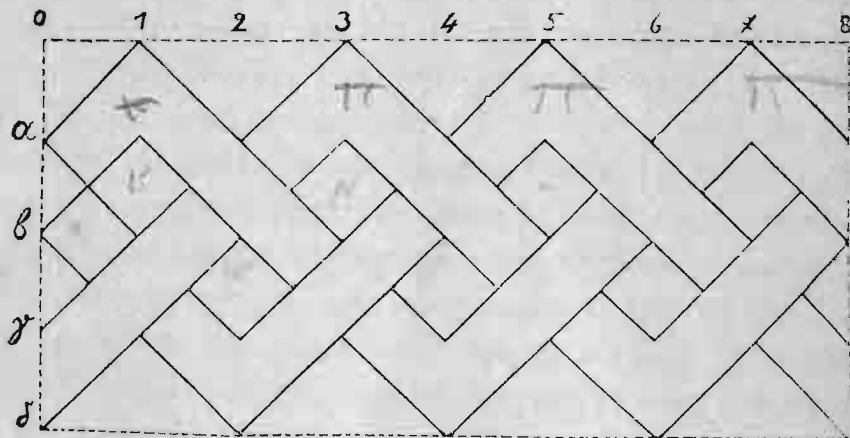
ἐν ἄκρον τοῦ μολυβδοκονδύλου τούτου μὲ τὸ ἄκρον τῆς εὐθείας ἢ τοῦ μέρους τῆς εὐθείας, τὴν σχέσιν τῆς ὁποίας προτίθεται νὰ ἐκτιμήσῃ. Κλείει τὸν ἀριστερὸν ὀφθαλμὸν, καὶ χωρὶς νὰ μεταβάλλῃ τὴν θέσιν τοῦ μολυβδοκονδύλου, κάμνει νὰ ὀλισθήσῃ ὁ ὄνυξ τοῦ μεγάλου δακτύλου τῆς χειρὸς, ἢ ὁποία τὸ κρατεῖ, μέχρι τοῦ σημείου, εἰς τὸ ὁποῖον συμπίπτει πρὸς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς πρὸς ἐκτίμησιν γραμμῆς. Φέρει ἀκολούθως τὸ οὕτω ὀρισμένον μῆκος τοῦ μολυβδοκονδύλου ἐπὶ τῆς δευτέρας γραμμῆς μὲ μεγίστην προσοχὴν, καὶ κρατῶν πάντοτε τὸ μολυβδοκόνδυλον εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ κάμνει τὴν σύγκρισιν. Τὸ εὑρεθησόμενον ἀποτέλεσμα δίδει τὰς σχετικὰς διαστάσεις ἢ τὴν ὑπάρχουσαν σχέσιν μεταξὺ τῶν δύο δεδομένων εὐθειῶν.

Κρατῶν τὸ μολυβδοκόνδυλον μὲ τεταμένον βραχίονα εἶναι βέβαιος, ὅτι τὸ κρατεῖ εἰς μίαν ἀμετάβλητον ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ. *

2) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις μίαν εὐθείαν εἰς 4, 8, 16 ἴσα μέρη, πρέπει πρῶτον νὰ τὴν διαιρέσῃ τις εἰς 2 ἴσα μέρη ἔπειτα ἕκαστον ἡμισυ εἰς 2 ἴσα μέρη, ἔπειτα ἕκαστον τέταρτον εἰς 2 ἴσα μέρη καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

* ΣΗΜ. Ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ ἐπιστήσῃ τὴν προσοχὴν τῶν μαθητῶν εἰς τὸ ἕξῆς σημεῖον, ὅτι πρέπει πάντοτε τὸ μολυβδοκόνδυλον νὰ κινῆται παραλλήλως πρὸς τὰς γραμμὰς καὶ νὰ διέρχεται διὰ τῆς γραμμῆς τῶν ὀφθαλμῶν.

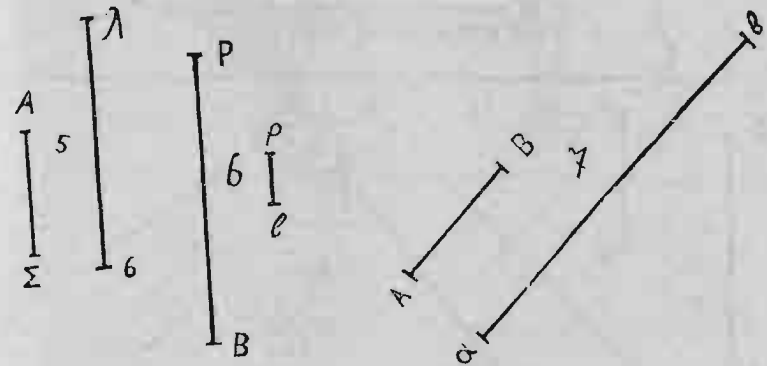
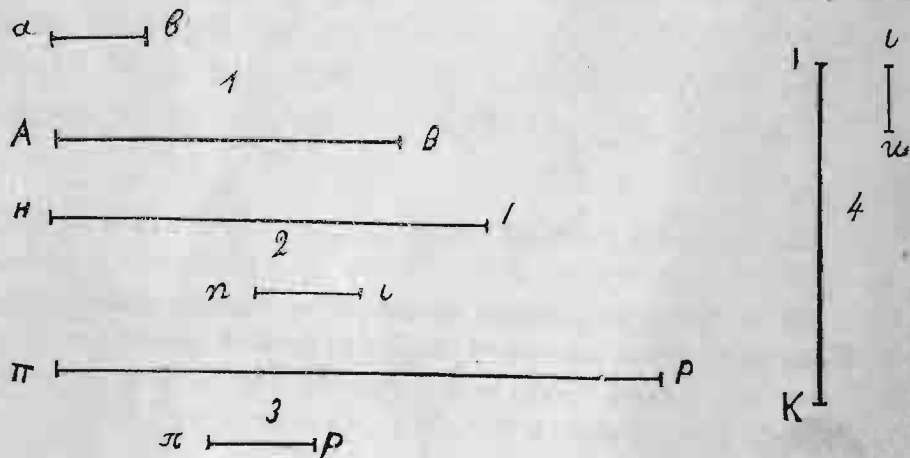
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐκτίμησις ἐλευθέρᾳ τῶν σχετικῶν διαστάσεων ἢ σχέσις τοῦ μήκους δύο εὐθειῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ.

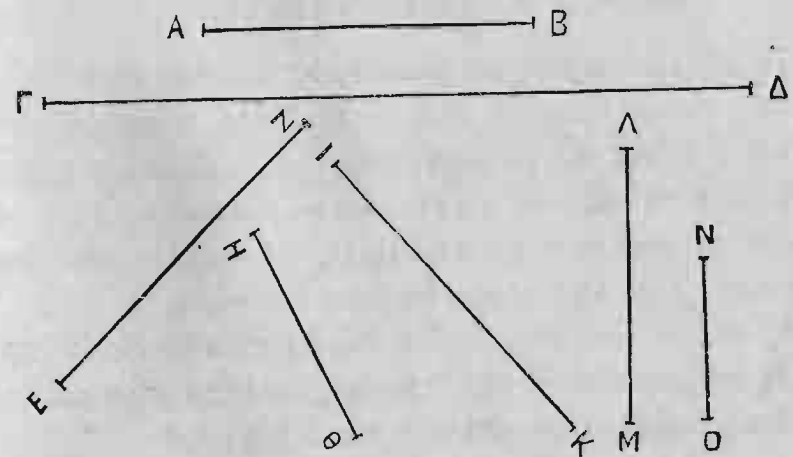
Νὰ ἐκτιμήσητε ἐλευθέρως τὰς σχετικὰς διαστάσεις ἢ τὴν ὑπάρχουσαν σχέσιν μεταξὺ δύο εὐθειῶν παραλλήλων, ὀριζοντίων, καθέτων καὶ πλαγίων.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

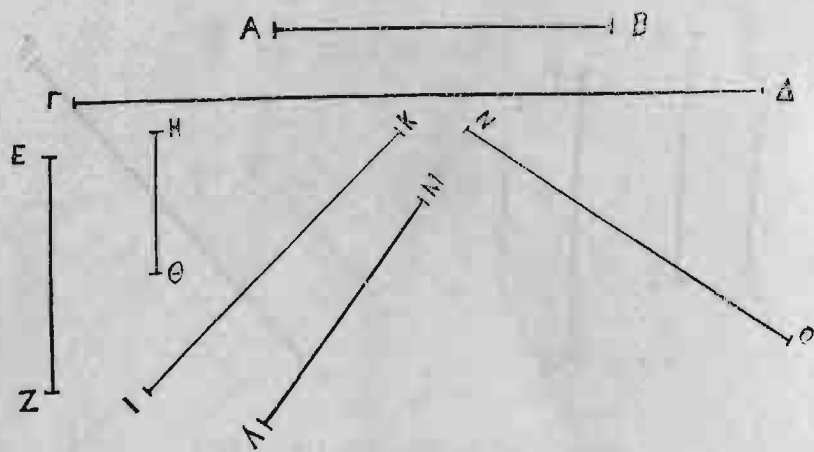
δι' ἐλευθέρᾳ ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου χειρός.

Διαιρέσατε δεδομένην εὐθεΐαν εἰς 3, 6, 9, 12 ἴσα μέρη.



Νὰ διαιρεθῶσιν εἰς 3, ἴσα

ΣΗΜ. Ὁ μαθητὴς θά δώσῃ εἰς τὰς ἀνωτέρω γραμμὰς τὸ ἀκόλουθον μήκος: $AB=16$ δακτ. $ΓΔ=21$ $EZ=13$ $HΘ=8$ $IK=17$ $ΜΛ=15$ $ΝΟ=18$ δακτύλων.



Νὰ διαιρεθῶσιν εἰς 6, 12 ἴσα μέρη

Ἐρωτήσεις

3ον ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

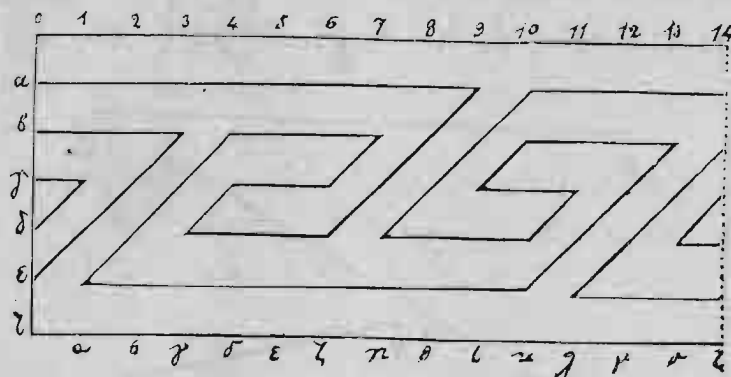
1) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις ἐλευθέρως εὐθεΐαν εἰς 9 ἴσα μέρη πρέπει νὰ τὴν διαιρέσῃ πρῶτον εἰς 3 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα ἕκαστον τρίτον τῆς γραμμῆς μέρος εἰς 3 ἄλλα ἴσα μέρη.

2) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις ἐλευθέρως εὐθεΐαν εἰς 6 ἴσα μέρη, πρέπει πρῶτον νὰ τὴν διαιρέσῃ εἰς 2 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα ἕκαστον ἥμισυ τῆς γραμμῆς εἰς 3 ἴσα μέρη.

3) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις ἐλευθέρως εὐθεΐαν εἰς 12 ἴσα μέρη, πρέπει πρῶτον νὰ τὴν διαιρέσῃ εἰς 4 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα νὰ διαιρέσῃ ἕκαστον τέταρτον εἰς 3 ἴσα μέρη.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς διαιρεῖται μία εὐθεΐα εἰς 9 ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖται μία εὐθεΐα εἰς 6 μέρη ἴσα. — Πῶς διαιρεῖται μία εὐθεΐα εἰς 12 ἴσα μέρη; — Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως ἢ ἀλλαγῆς ἐφαρμογὰς τῆς διαιρέσεως εὐθειῶν εἰς 6, 9, 12 ἴσα μέρη.

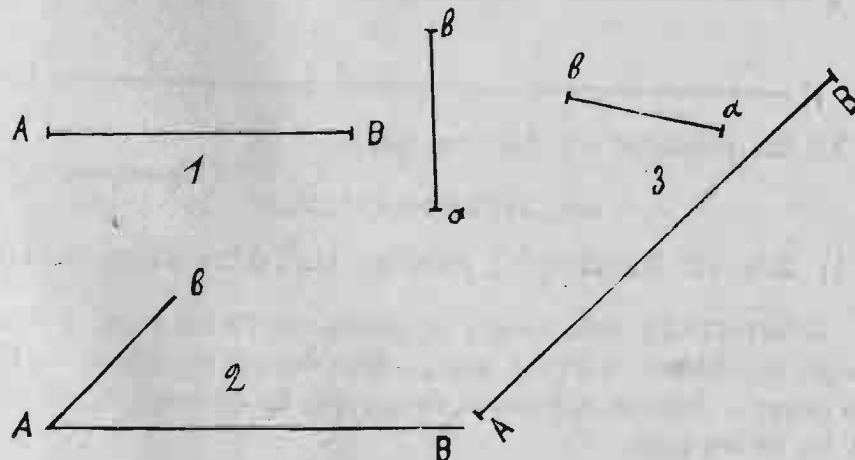
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐκτίμησις ἐλευθέρᾳ τῶν σχετικῶν διαστάσεων ἢ σχέσις τοῦ μήκους δύο εὐθειῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

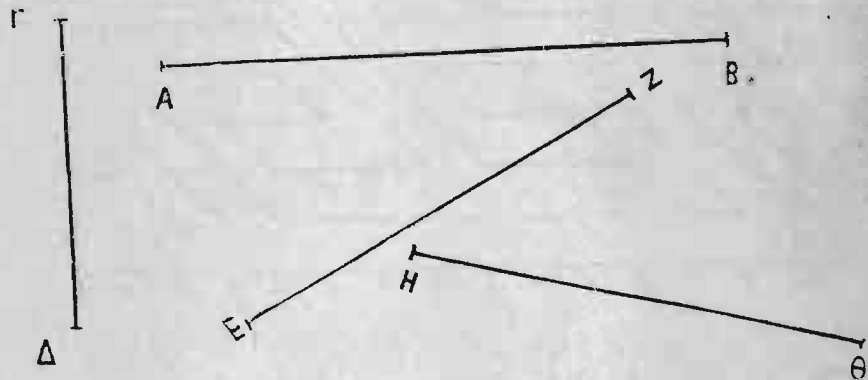
Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὰς σχετικὰς διαστάσεις ἢ τὴν ὑπάρχουσαν σχέσιν μεταξὺ δύο εὐθειῶν μὴ παραλλήλων.



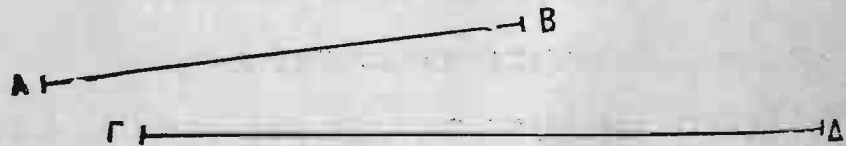
2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρου χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Διαιρέσεις εὐθείας εἰς 5, 10, 15, 20 μέρη ἴσα.



Νὰ διαιρεθῶσιν εἰς 5 ἴσα μέρη



Νὰ διαιρεθῶσιν εἰς 10 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα εἰς 20.



Νὰ διαιρεθῶσιν εἰς 15 ἴσα μέρη.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἐρωτήσεις.

1) Διὰ νὰ διαιρέση τις εὐθεΐαν εἰς 10 ἴσα μέρη, πρέπει

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς διαιρεῖ τις εὐθεΐαν εἰς 10 ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖ τις εὐθεΐαν εἰς 20 ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖ τις εὐθεΐαν εἰς 15 ἴσα μέρη; — Δείξατε, εἰ δυνατόν, ἐφαρμογὰς διαιρέσεως γραμμῶν εἰς 10, 15, 20 ἴσα μέρη.

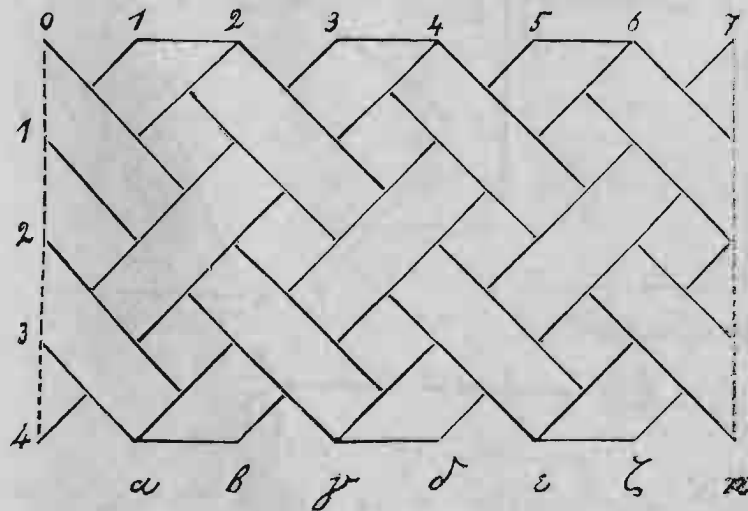
* ΣΗΜ. Ὁ μαθητὴς θὰ δώσῃ εἰς τὰς ἀνωτέρω γραμμὰς τὸ ἀκόλουθον μήκος: ΑΒ=14 δακτ. ΓΔ=17 δακτ. ΕΖ=12 δακτ. ΗΘ=14 δακτ.

πρῶτον νὰ τὴν διαιρέσῃ εἰς δύο ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα ἕκαστον δεύτερον εἰς 5 ἴσα μέρη.

2) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις εὐθεΐαν εἰς 20 μέρη ἴσα, πρέπει πρῶτον νὰ τὴν διαιρέσῃ εἰς 4 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα ἕκαστον τέταρτον εἰς 5 ἴσα μέρη.

3) Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις εὐθεΐαν εἰς 15 ἴσα μέρη, πρέπει νὰ τὴν διαιρέσῃ πρῶτον εἰς 3 ἴσα μέρη, καὶ ἔπειτα ἕκαστον τρίτον εἰς 5 ἴσα μέρη.

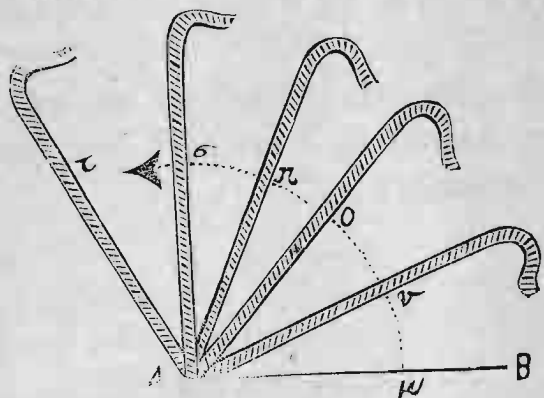
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



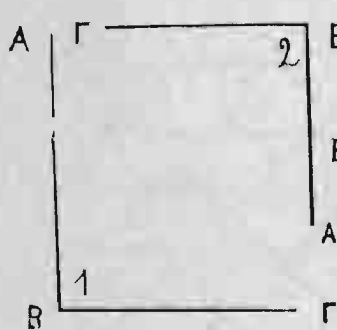
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'.
ΓΩΝΙΑΙ

Παραγωγή και όρισμός—Διάφορα είδη γωνιών

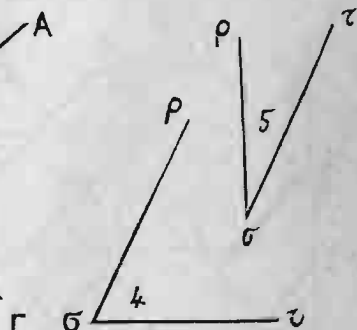
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



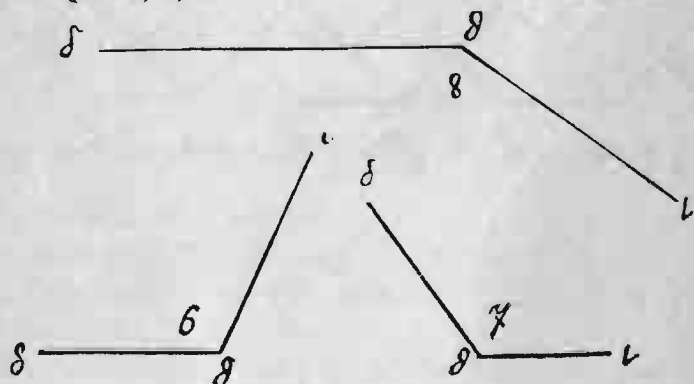
Παραγωγή τῶν γωνιών.



Γωνίαι ὀρθαί 1, 2, 3.



Γωνίαι ὀξεῖαι 4, 5.



Γωνίαι ἀμβλείαι 6, 7.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρου χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου

Γράψατε:

1ον. Γωνίαν ὀρθήν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ ἔχῃ μῆκος 8 δακτύλων καὶ ἡ ἄλλη 6 δακτύλων.

2ον. Γωνίαν ὀρθήν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι πλάγια ἐν σχέσει πρὸς τὴν κάτω πλευρὰν τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος 12 δακτύλων.

3ον. Γωνίαν ὀξεῖαν, τῆς ὁποίας ἡ μία τῶν πλευρῶν της νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος ἴσον πρὸς τὰ δύο τρίτα τῆς ἄλλης πλευρᾶς.

4ον. Γωνίαν ὀξεῖαν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος ἴσον πρὸς τὰ τρία τέταρτα τῆς ἄλλης πλευρᾶς.

5ον. Γωνίαν ὀξεῖαν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τῆς μεγάλης πλευρᾶς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος 15 δακτύλων.

6ον. Γωνίαν ἀμβλείαν, τῆς ὁποίας αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι πλάγιοι ἐν σχέσει πρὸς τὰς πλευρὰς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχωσι ἴσον μῆκος.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Γωνία λέγεται τὸ σχῆμα, τὸ ὅποσον σχηματίζεται ἐκ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί εἶναι ἡ γωνία;— Πῶς ὀνομάζονται αἱ γραμμαί, αἱ ὁποῖαι σχηματίζουν τὴν γωνίαν;— Δείξατε γωνίας ἐντὸς τῆς τάξεως. — Πῶς σημειοῦσι μίαν γωνίαν; — Πῶς ἀναγινώσκουσι μίαν γωνίαν; — Πόσα εἶδη γωνιῶν ὑπάρχουσι;— Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως τοιαύτας γωνίας.

τοῦ ἀνοίγματος δύο εὐθειῶν, αἵτινες συναντῶνται εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον.

Τὸ σημεῖον τοῦτο ὀνομάζεται **κορυφή τῆς γωνίας**, αἱ δύο εὐθεῖαι ὀνομάζονται **πλευραὶ τῆς γωνίας**, τὸ δὲ ἀνοίγμα τῶν πλευρῶν **ἀνοίγμα τῆς γωνίας**.

Σημειοῦσι τὴν γωνίαν διὰ τριῶν γραμμῶν, τῶν δύο τιθεμένων εἰς τὰ ἄκρα τῶν πλευρῶν καὶ τοῦ τρίτου εἰς τὴν κορυφήν τῆς γωνίας.

Διὰ τὴν ἀναγνώσῃ τις μίαν γωνίαν, ὀνομάζει χωριστὰ τὰ τρία ταῦτα γράμματα ἀπαγγέλλων τὸ γράμμα τῆς κορυφῆς εἰς τὸ μέσον. Ἐὰν ἡ γωνία εἶναι μόνη, συχνὰ τὴν σημειοῦσι μόνον διὰ τοῦ γράμματος τῆς κορυφῆς.

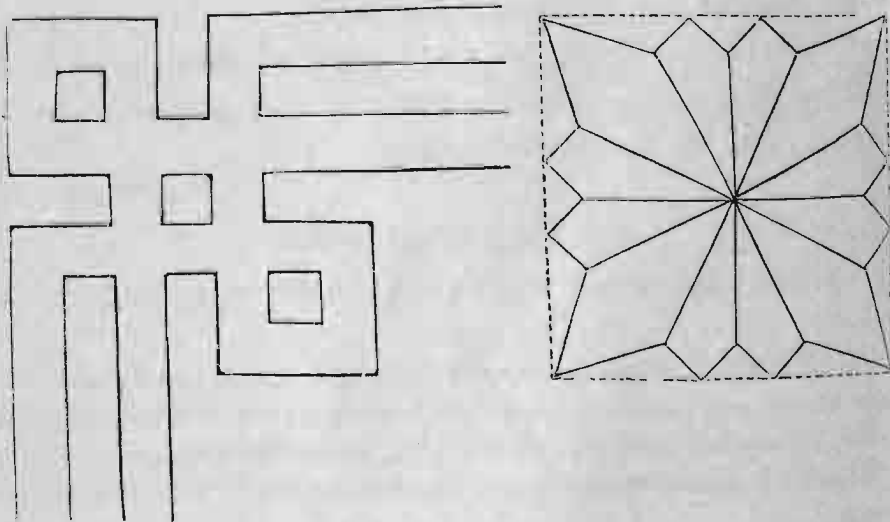
Ἐπιπέδουσι τριῶν εἰδῶν γωνίαι:

1ον. **Ὁρθή γωνία**, ἡ ὁποία ἔχει τὰς πλευράς της κάθετους πρὸς ἀλλήλας. Π. χ. ΑΒΓ.

2ον. **Ὁξεῖα γωνία**, ἡ ὁποία εἶναι μᾶλλον κλειστή τῆς ὀρθῆς. Π. χ. ρστ.

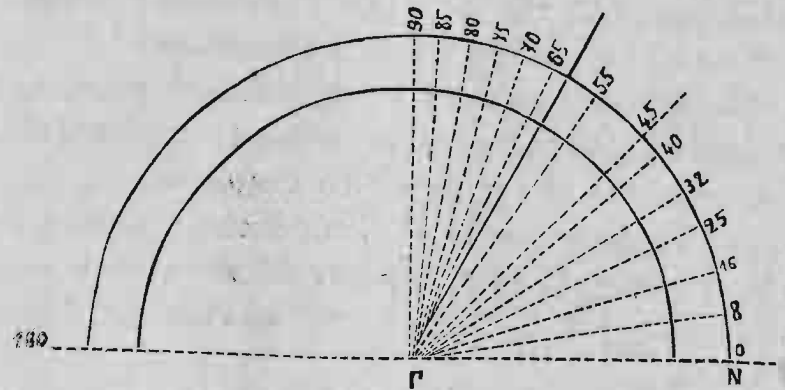
3ον. **Ἀμβλεῖα γωνία**, ἡ ὁποία εἶναι μᾶλλον ἀνοικτή τῆς ὀρθῆς. Π. χ. δθι.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



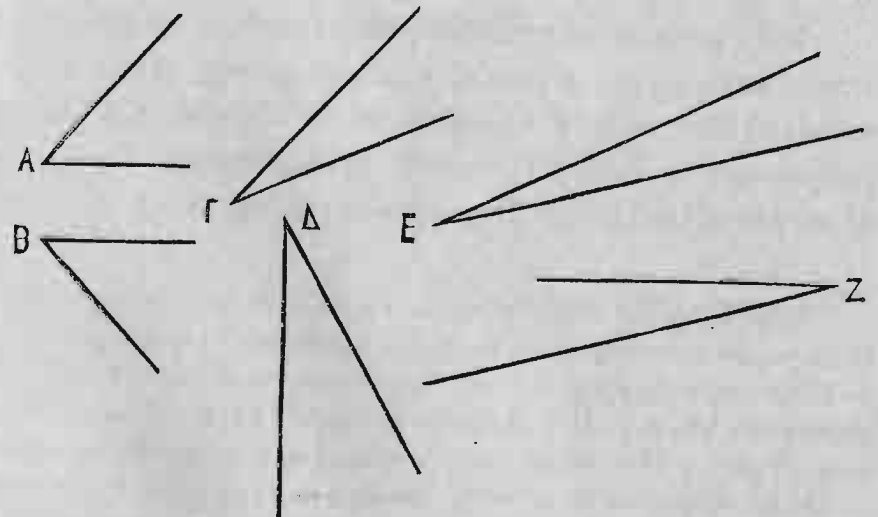
Ἐκτίμησις γωνιῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Διχοτόμησις τῆς ὀρθῆς γωνίας

Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὸ ἀνοίγμα τῶν δεδομένων γωνιῶν.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου

Γράψατε γωνίαν 45° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν μεγάλην πλευρὰν τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος 12 δακτύλων.

2ον. Γράψατε γωνίαν 45° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τῆς μεγάλης πλευρᾶς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ νὰ ἔχῃ μῆκος 15 δακτύλων.

3ον. Γράψατε γωνίαν 45° , τῆς ὁποίας ἡ κορυφή νὰ εἶναι εἰς τὸ μέσον τῆς κάτω πλευρᾶς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ μαυροπίνακος, ἢ μία δὲ πλευρὰ τῆς νὰ εἶναι τὰ δύο τρίτα τῆς ἄλλης.

4ον. Γράψατε γωνίαν 45° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς μικρὰς πλευρὰς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ μαυροπίνακος.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Μία γωνία εἶναι τόσον μεγαλειτέρα ὅσον περισσότερον ἀπομεμακρυσμένα εἶναι αἱ πλευραὶ αὐτῆς, τόσον δὲ μικροτέρα ὅσον πλησιέστεραι εἶναι αἱ πλευραὶ τῆς. Διὰ τὴν ἐκτιμῆσιν τοῦ ἀνοίγματος γωνίας ἐφαντάσθησαν ἐν ἡμικύκλιον βαθμολογημένον (διηρημένον εἰς ἴσα μέρη), τὸ ὁποῖον

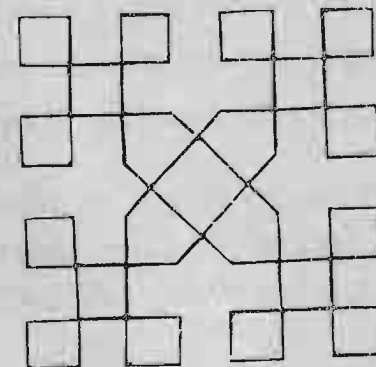
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς ἐκτιμᾷ τις τὸ ἀνοίγμα μιᾶς γωνίας;—Πότε λέγομεν, ὅτι μία γωνία εἶναι διπλασία, τριπλασία, τετραπλασία ἄλλης;—Ποία γωνία λαμβάνεται ὡς ὄρος συγκρίσεως διὰ τὴν ἐκτίμησιν οἰασδήποτε γωνίας;—Πῶς βεβαιοῦται τις περὶ τοῦ ἀκριβοῦς μεγέθους μιᾶς γωνίας;—Πῶς ἐκτιμᾷ τις ἐλευθέρως τὸ ἀνοίγμα ὀξείας γωνίας;—Πόθεν ἐξαρτᾶται τὸ μέγεθος γωνίας;—Τί λέγεται διχοτόμησις γωνίας;—Δεῖξατε ἐντὸς τῆς τάξεως παραδείγματα διχοτομήσεως γωνιῶν.

ὀνομάζεται μοιρογνωμόνιον. Ἐκάστη διαίρεσις τοῦ μοιρογνωμονίου ὀνομάζεται μοῖρα. Διὰ νὰ μετρήσῃσι μίαν γωνίαν τοποθετοῦσι τὸ κέντρον τοῦ μοιρογνωμονίου εἰς τὴν κορυφὴν τῆς δεδομένης γωνίας καὶ ἀντιστοιχοῦσι τὴν μίαν πλευρὰν τῆς δεδομένης γωνίας πρὸς τὴν γραμμὴν 0 τοῦ ὄργανου. Ἡ διαίρεσις, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται ἡ ἄλλη πλευρὰ, ἐκφράζει τὸ ζητούμενον μέγεθος.

Ἡ ὀρθὴ γωνία ἰσοῦται μὲ 90 μοίρας. Ἡ ὀξεία γωνία ἰσοῦται μὲ ὀλιγωτέρας μοίρας, καὶ ἡ ἀμβλεῖα γωνία ἰσοῦται μὲ περισσοτέρας τῶν 90 μοιρῶν.

Ὅταν ἔχνογραφῶμεν γωνίας δι' ἐλευθέρας χειρὸς, δὲν πρέπει νὰ χρησιμοποιῶμεν τὸ μοιρογνωμόνιον. Δύναται νὰ μάθῃ τις νὰ ἐκτιμᾷ τὸ μέγεθος τῶν γωνιῶν παρατηρῶν συχνὰ τὰς βελόνας τοῦ ὥρολογίου, αἱ ὁποῖαι περιφέρονται ἐπὶ κύκλου βαθμολογημένου ὡς τὸ μοιρογνωμόνιον. Αἱ βελόνας τοῦ ὥρολογίου σχηματίζουσι διὰ τοῦ ἀνοίγματος τῶν γωνίας παντὸς μεγέθους.

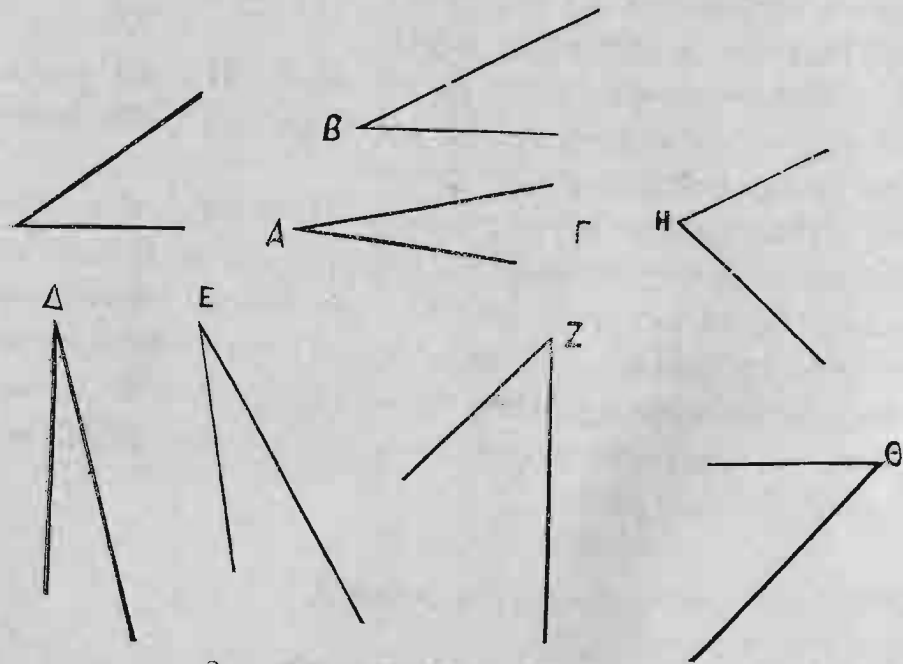
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐκτίμησις γωνιῶν.— Διαιρέσεις εἰς 2, 4, 8, 3, 6, 5 κτλ. μέρη ἴσα.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὸ μέγεθος τῶν δεδομένων γωνιῶν συγκρίνοντες αὐτὰς πρὸς τὴν ὀρθὴν γωνίαν.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρου χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Διαιρέσατε μίαν γωνίαν ὀρθὴν εἰς 2, 4, 8 μέρη ἴσα.

2ον. Γράψατε γωνίαν ὀξείαν, τῆς ὁποίας ἢ μία πλευρὰ νὰ εἶναι τὰ τρία τέταρτα τῆς ἄλλης παραλλήλου πρὸς τὰς μικρὰς πλευρὰς τοῦ τετραδίου, καὶ διαιρέσατε αὐτὴν εἰς 2, 4, 8 μέρη ἴσα.

3ον. Γράψατε γωνίαν ἀμβλείαν, τῆς ὁποίας ἢ μία πλευρὰ νὰ εἶναι τὰ δύο τρίτα τῆς ἄλλης, ἢ ὁποία νὰ εἶναι

κάθετος ἐπὶ τῆς μεγάλης πλευρᾶς τοῦ τετραδίου τὴν γωνίαν αὐτὴν διαιρέσατε εἰς 2, 4, 8 μέρη ἴσα.

4ον. Γράψατε γωνίαν 45° , τῆς ὁποίας ἢ κορυφὴ νὰ κεῖται εἰς τὸ μέσον τῆς κάτω πλευρᾶς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος, καὶ διαιρέσατε αὐτὴν εἰς 2, 4, 8 μέρη ἴσα.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

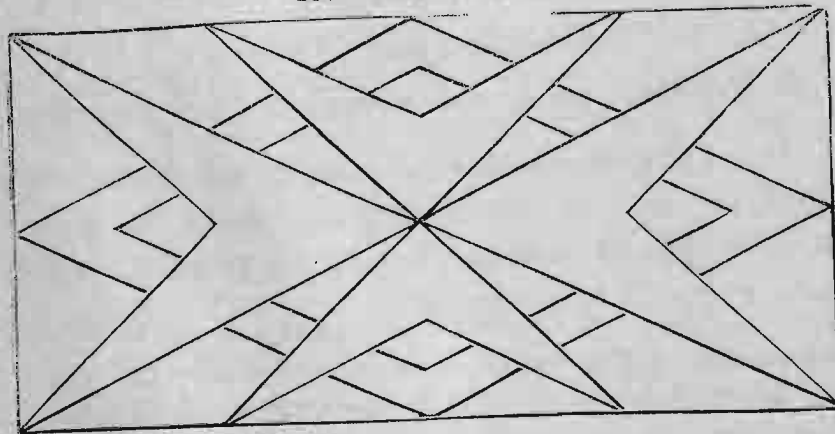
Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις οἰανδήποτε γωνίαν εἰς 2 ἴσα μέρη, θέτει ἐλευθέρως εἰς τὸ ἄνοιγμα τῆς ὑπὸ διαιρέσειν γωνίας ἓν σημεῖον εἰς ἴσην ἀπόστασιν ἀπὸ τῶν δύο αὐτῆς πλευρῶν.

Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις γωνίαν εἰς 4 ἴσα μέρη ἐργάζεται ἐπὶ ἐκάστου ἡμίσεος τῆς γωνίας ὡς ἀνωτέρω.

Διὰ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δύναται νὰ διαιρέσῃ τις γωνίαν εἰς 8 ἴσα μέρη.

Κανὼν γενικὸς. Διὰ νὰ διαιρέσῃ τις γωνίαν εἰς ἴσα μέρη, λαμβάνει ἀπὸ τῆς κορυφῆς καὶ ἐπὶ τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας δύο ἴσα μήκη. Διαγράφει ἐλευθέρως ἓν τόξον, τὸ ὅποιον ἐνόησε τὰ δύο ταῦτα σημεῖα, καὶ τὸ ὅποιον ὡς κέντρον ἔχει τὴν κορυφὴν τῆς γωνίας. Διαιρεῖ ἔπειτα τὸ τόξον τοῦτο, ὅπως διήρесе τὰς εὐθείας γραμμὰς.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

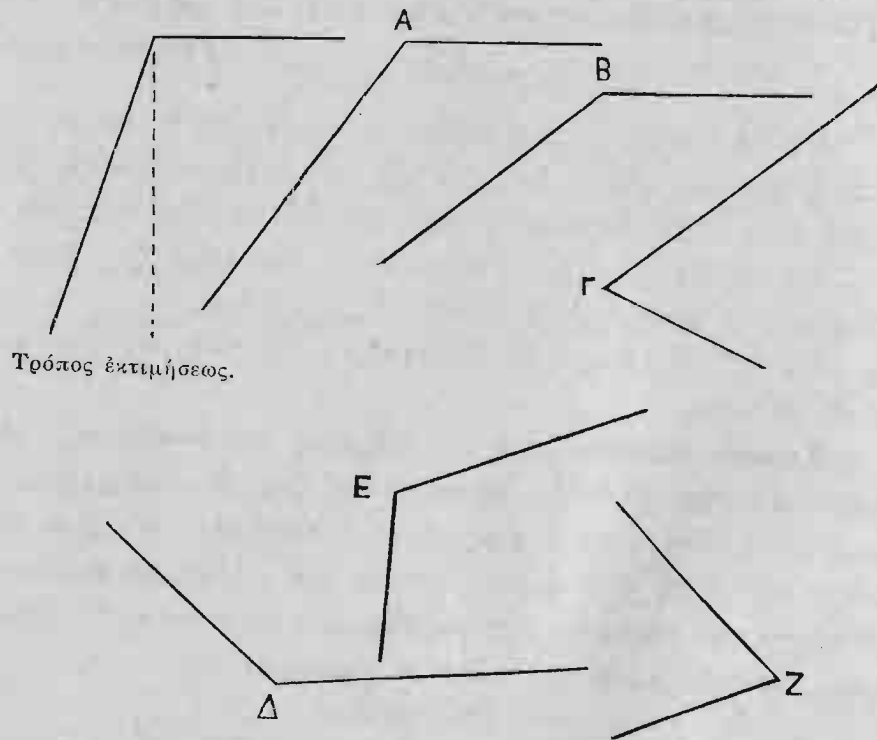


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς διαιρεῖται ἐλευθέρως οἰαδήποτε γωνία εἰς

Ἐκτιμήσεις γωνιῶν. — Διαιρέσεις εἰς 3, 6 μέρη ἴσα.

1ον ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὸ μέγεθος τῶν δεδομένων γωνιῶν.



2ον ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρως χειρὸς τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε γωνίαν ἀμβλείαν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρά, ἴση πρὸς τὰ τρία τέταρτα τῆς ἄλλης, νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς μικρὰς πλευρὰς τοῦ τετραδίου, καὶ διαιρέσατε αὐτὴν εἰς τρία μέρη ἴσα.

2ον εἰς 8 ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖται οἰαδήποτε γωνία: 1ον εἰς 4 ἴσα μέρη; 2ον εἰς 8 ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖται γωνία εἰς οἰονδήποτε ἀριθμὸν ἴσων γωνιῶν; — Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως ἐφαρμογὰς διαιρέσεως γωνιῶν.

2ον. Γράψατε ἀμβλείαν γωνίαν, τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρά, ἴση πρὸς τὰ τρία τέταρτα τῆς ἄλλης, νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς πλευρὰς τοῦ τετραδίου, καὶ διαιρέσατε αὐτὴν εἰς 3 ἴσα μέρη.

3ον Γράψατε γωνίαν 60° ἔχοντες ὑπ' ὄψει, ὅτι ἡ γωνία τῶν 60° εἶναι τὰ δύο τρίτα τῆς ὀρθῆς.

4ον Γράψατε γωνίαν τῶν 60° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραδίου ἢ τοῦ πίνακος.

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Διὰ νὰ ἐκτιμήσῃ τις ἐλευθέρως τὸ μέγεθος ἀμβλείας γωνίας, πρέπει νὰ ὑψώσῃ εἰς τὴν κορυφήν καὶ ἔσωθεν τῆς γωνίας μίαν κάθετον ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς. Ἐπειτα ἐκτιμᾷ τὸ μέγεθος τῆς ὀξείας γωνίας, τῆς κειμένης ἐκτὸς τῆς αὐτῶν κατασκευασμένης ὀρθῆς γωνίας, καὶ προσθέτει τὸ μέγεθος τοῦτο εἰς τὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας.

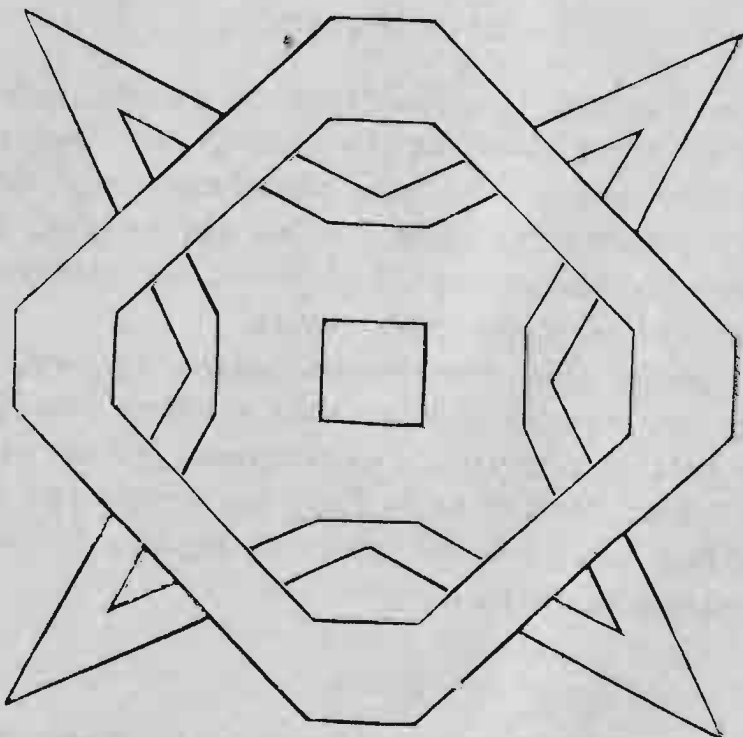
Τὸ ποσὸν ὅλων τῶν γωνιῶν, αἵτινες σχηματίζονται, ἔταν ἐξ ἑνὸς σημείου εὐθείας τινὸς ἀχθῶσιν ὅσαιδήποτε εὐθεῖαι πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος αὐτῆς κείμεναι, ἰσοῦται μὲ δύο γωνίας ὀρθᾶς. Ὡστε τὸ ποσὸν ὅλων τῶν γωνιῶν τῶν σχηματιζομένων περὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἰσοῦται μὲ τέσσαρας γωνίας ὀρθᾶς.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς ἐκτιμᾷ τις ἐλευθέρως τὸ μέγεθος γωνίας ἀμβλείας; — Μὲ τί ἰσοῦται τὸ ποσὸν ὅλων τῶν γωνιῶν τῶν σχηματιζομένων ἐπὶ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας; — Μὲ τί ἰσοῦνται ὅλαι αἱ γωνίαι, αἱ σχηματιζόμεναι περὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου; — Νὰ ἐκτιμᾶτε τὸ ποσὸν τοῦτο πάντοτε εἰς μοίρας.

ΣΗΜ. 1γ. Ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προθέσῃ τις εἰς μίαν γωνίαν ὀξεῖαν διὰ νὰ σχηματίσῃ ὀρθήν, ἐνομιάζεται γωνία συμπληρωματικὴ τῆς ὀρθῆς.

ΣΗΜ. 2α. Ἡ ὀξεῖα γωνία, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προθέσῃ τις εἰς μίαν ἀμβλείαν γωνίαν, ἢ ἡ ἀμβλεία γωνία, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προθέσῃ τις εἰς μίαν ὀξεῖαν γωνίαν, διὰ νὰ ἀποτελέσῃ δύο γωνίας ὀρθάς, ἐνομιάζεται παραπληρωματικὴ. Τὸ παραπλήρωμα μιᾶς γωνίας κατορθοῦται διὰ τῆς προεκτάσεως ἀπὸ τῆς κορυφῆς μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς.

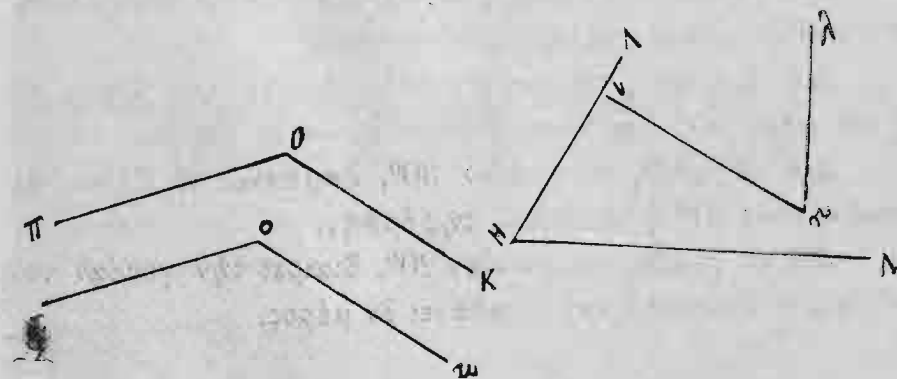
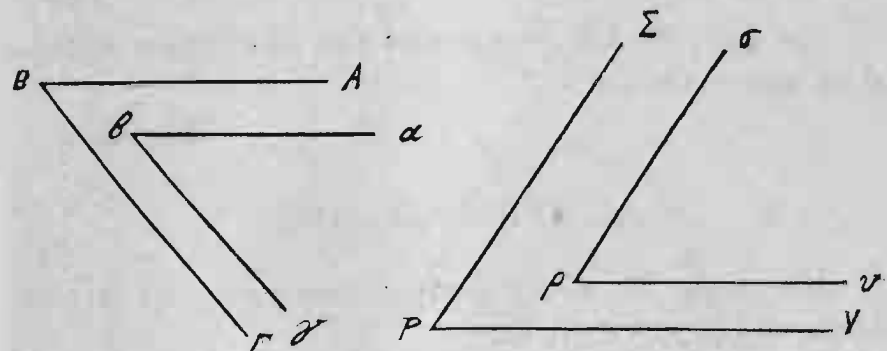
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἐκτίμησις γωνιῶν - Διαίρεσις εἰς 2, 4, 3, 6, 5 ἴσα μέρη.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Συγκρίνατε ἐλευθέρως τὸ μέγεθος τῶν δεδομένων γωνιῶν λαμβάνοντες αὐτὰς ἀνὰ δύο.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρως χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε γωνίαν 60° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ ἔχῃ μῆκος 6 δακτύλων, καὶ ἡ ἄλλη νὰ εἶναι ἴση μετὰ δύο τρίτα τῆς πρώτης.

2ον. Γράψατε γωνίαν 30° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ ἰσοῦται μετὰ πέντε ἕκτα τῆς ἄλλης.

3ον. Γράψατε γωνίαν 20° , τῆς ὁποίας ἡ μία πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση μὲ τὰ τρία τέταρτα τῆς ἄλλης.

4ον. Γράψατε δύο γωνίας 60° , τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι ἐπίσης παράλληλοι.

5ον. Γράψατε δύο γωνίας τῶν 45° , τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι παράλληλοι.

6ον. Γράψατε δύο γωνίας τῶν 45° , τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι κάθετοι.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Δύο γωνίαί τῆς αὐτῆς φύσεως, ὅταν ἔχωσι τὰς πλευράς των παράλληλους, εἶναι ἴσαι.

Δύο γωνίαί τῆς αὐτῆς φύσεως, ὅταν ἔχωσι τὰς πλευράς των κάθετους πρὸς ἀλλήλας, εἶναι ἴσαι.

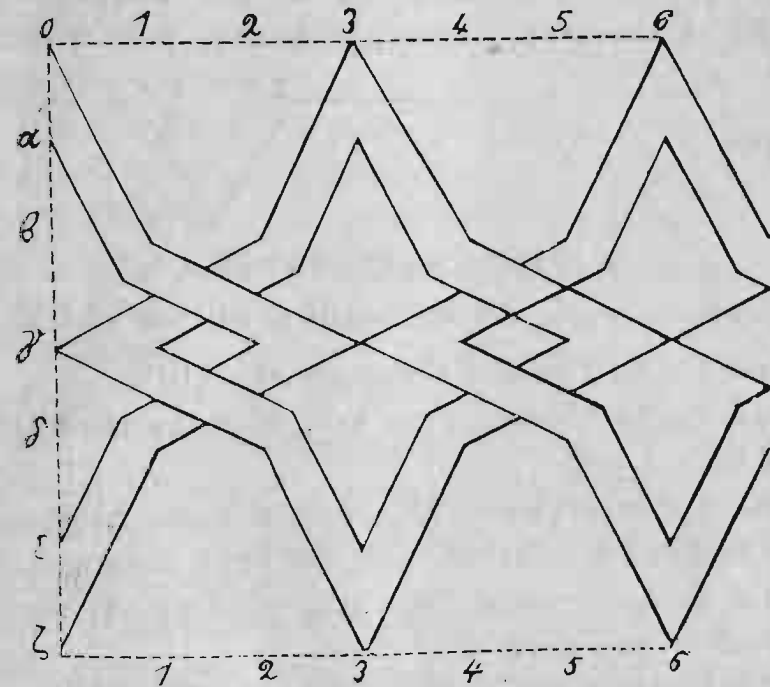
Διὰ νὰ γράψῃ τις γωνίαν 60° , διαιρεῖ τὴν ὀρθὴν εἰς 3 ἴσα μέρη, καὶ λαμβάνει 2 ἐκ τούτων τῶν μερῶν.

Διὰ νὰ γράψῃ τις γωνίαν 30° , λαμβάνει τὸ ἕμισυ τῆς γωνίας τῶν 60° ἢ τὸ τρίτον τῆς ὀρθῆς.

Διὰ νὰ γράψῃ τις γωνίαν 20° , διαιρεῖ τὴν γωνίαν τῶν 60° εἰς 3 ἴσα μέρη, καὶ λαμβάνει ἓν μέρος.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ποίας ιδιότητος ἔχουσιν αἱ γωνίαί τῆς αὐτῆς φύσεως, ὅταν ἔχωσιν τὰς πλευράς των: 1ον παράλληλους. 2ον κάθετους. — Πῶς δύναται τις νὰ γράψῃ γωνίαν τῶν 60° ; — Πῶς κατασκευάζει τις γωνίαν τῶς 30° ; — Πῶς δύναται τις νὰ γράψῃ γωνίαν τῶν 20° ;

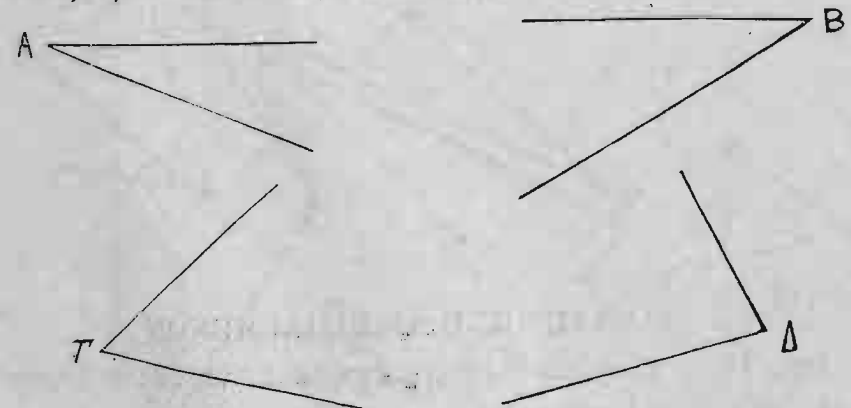
40ν. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



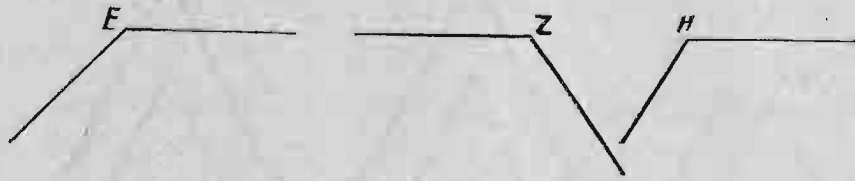
Γωνία ἴση πρὸς τὸ ποσὸν ἢ τὴν διαφορὰν δύο γωνιῶν.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὸ μέγεθος τῆς συμπληρωματικῆς γωνίας ἐκάστης τῶν δεδομένων γωνιῶν.



Ἐκτιμήσατε ἐλευθέρως τὸ μέγεθος τῆς γωνίας, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀφαιρέσῃ τις ἐκ τῶν δεδομένων γωνιῶν, διὰ νὰ καταστήσῃ ταύτας ἴσας πρὸς μίαν ὀρθήν.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρως χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸν τὴν $ABΓ$.

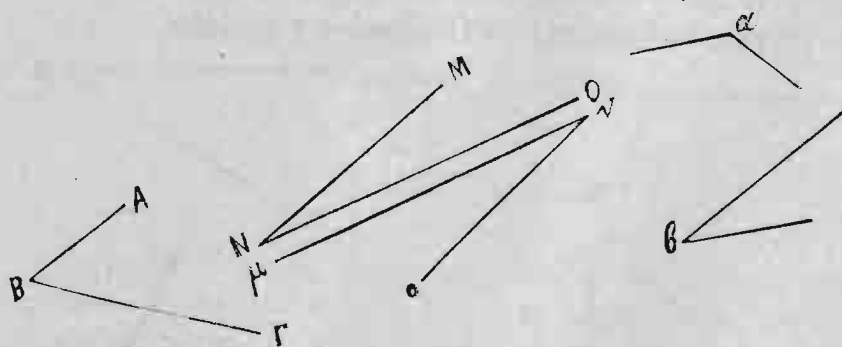
2ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸς τὸ ποσὸν τῶν δύο γωνιῶν MNO καὶ $μνο$.

3ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸς τὸ ποσὸν δύο γωνιῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἢ μία ἰσοῦται πρὸς 20° καὶ ἢ ἄλλη πρὸς $25''$.

4ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο δεδομένων γωνιῶν α καὶ β .

5ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν δύο γωνιῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἢ μία εἶναι 40° καὶ ἢ ἄλλη 22° .

6ον. Γράψατε γωνίαν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν δύο γωνιῶν ἐκ τῶν ὁποίων ἢ μία εἶναι 75° ἢ δὲ ἄλλη 45° .



3ον. ἘΠΑΝΑΛΗΨΙΣ ΠΡΟΔΕΔΙΔΑΓΜΕΝΩΝ.

1ον. Ποῖα εἶναι τὰ διάφορα σχήματα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ λάβωσιν αἱ γραμμαί;

2ον. Ποῖα εἶναι αἱ διάφοροι διευθύνσεις, τὰς ὁποίας δύνανται νὰ λάβωσιν αἱ γραμμαί; Νὰ τὰς ἐρίσητε καὶ νὰ δείξητε πῶς σύρονται.

3ον. Πῶς διαιρεῖ τις γραμμὴν εἰς 2, 4, 8, 16 μέρη ἴσα;

4ον. Πῶς διαιρεῖται γραμμὴ εἰς 6, 9, 12 μέρη ἴσα;

5ον. Πῶς διαιρεῖται γραμμὴ εἰς 5 μέρη ἴσα;

6ον. Ποῖα εἶναι τὰ διάφορα εἶδη τῶν γωνιῶν;

7ον. Πῶς σημειοῖ τις γωνίαν;

8ον. Πῶς ἐκτιμᾷ τις τὸ ἀκριβὲς μέγεθος γωνίας; Πῶς ἐκτιμᾷ τις ἐλευθέρως τὸ μέγεθος γωνίας;

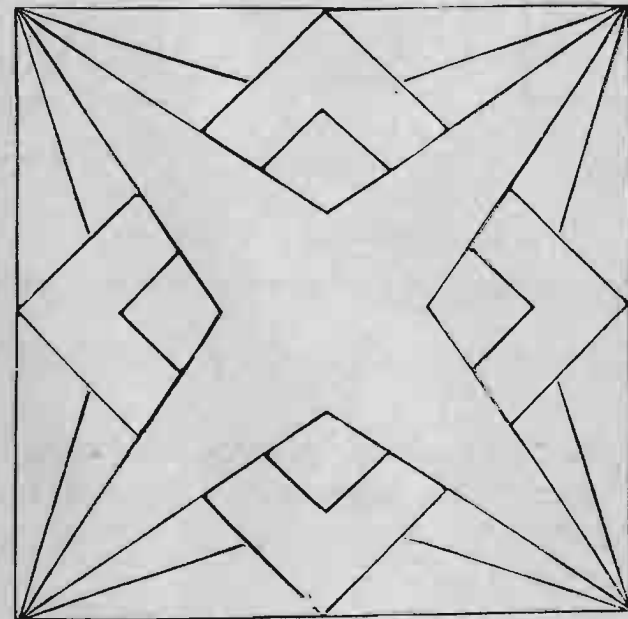
9ον. Τί λέγεται διχοτόμησις γωνίας;

10ον. Πῶς διαιρεῖ τις γωνίαν εἰς ἀριθμὸν τινα ἴσων μερῶν;

11ον. Ποῖα γωνία ὀνομάζεται συμπληρωματικὴ, καὶ ποῖα παραπληρωματικὴ;

12ον. Ποῖα εἶναι ἡ σχετικὴ ἀξία δύο γωνιῶν τῆς αὐτῆς φύσεως, ἔταν ἔχωσι τὰς πλευράς των παραλλήλους ἢ καθετότους;

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

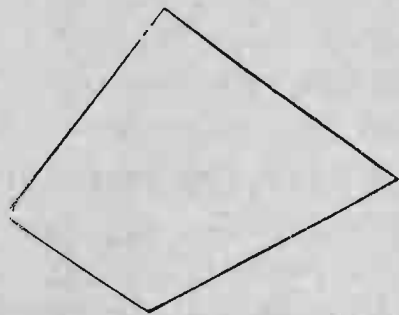


ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

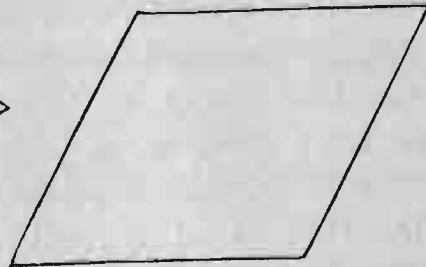
ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

Παραλληλόγραμον, τετράγωνον, ὀρθογώνιον, ῥόμβος.

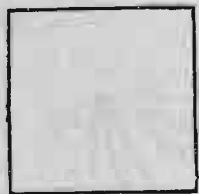
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Τετράπλευρον



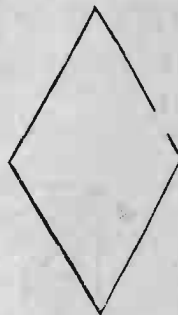
Παραλληλόγραμμον



Τετράγωνον



Ὅρθογώνιον



Ῥόμβος

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε τετράπλευρον, τοῦ ὁποίου ἢ μία γωνία νὰ εἶναι 60° .

2ον. Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποίου αἱ μικραὶ πλευραὶ νὰ εἶναι τὰ δύο τρίτα τῶν μεγάλων πλευρῶν, καὶ τοῦ ὁποίου αἱ ὀξείαι γωνίαι νὰ εἶναι 30° .

3ον. Γράψατε τετράγωνον, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ νὰ ἔχωσι μῆκος 9 δακτύλων.

4ον. Γράψατε τετράγωνον, αἱ πλευραὶ τοῦ ὁποίου νὰ σχηματίζωσι γωνίας 45° μετὰ τὰς πλευρὰς τοῦ πίνακος ἢ τοῦ τετραδίου, καὶ νὰ ἔχωσι μῆκος 12 δακτύλων.

5ον. Γράψατε ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου αἱ μεγάλαὶ πλευραὶ, κάθετοι ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ πίνακος ἢ τοῦ τετραδίου, νὰ ἔχωσι μῆκος ἴσον πρὸς τὰ πέντε ἕκτα τοῦ μήκους τῶν μικρῶν πλευρῶν.

6ον. Γράψατε ῥόμβον, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος τῆς πλευρᾶς νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὰ τρία τέταρτα τοῦ μήκους τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραδίου, τῶν ὀξείων γωνιῶν ἔχουσῶν ἄνοιγμα 30° .

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Τετράπλευρον λέγεται τὸ σχῆμα, τὸ ὁποῖον περιορίζεται ὑπὸ τεσσάρων πλευρῶν, αἱ ὁποῖαι σχηματίζουσι τέσσαρας γωνίας.

Καὶ τὰ τετράπλευρα ἀναλόγως τοῦ σχήματός των λαμβάνουν διάφορα ὀνόματα: παραλληλόγραμμον, ὀρθογώνιον, τετράγωνον, ῥόμβος.

Τὸ **παραλληλόγραμμον** εἶναι τετράπλευρον, τὸ ὁποῖον ἔχει τὰς ἀπέναντι πλευρὰς παραλλήλους καὶ ἴσας.

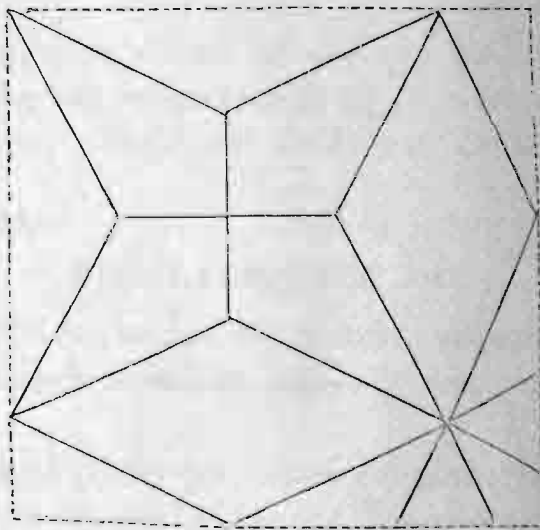
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί εἶναι τὸ τετράπλευρον; Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως παραδείγματα τετραπλευρῶν. Τί εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον; Πῶς ὀνομάζονται αἱ παράλληλοι πλευραὶ τοῦ παραλληλογράμμου; Τί εἶναι τὸ τετράγωνον; Τὸ ὀρθογώνιον; Πῶς ἄλλως ὀνομάζεται τὸ ὀρθογώνιον; Δείξατε παραδείγματα τετραγώνων καὶ ὀρθογώνων ἐντὸς τῆς τάξεως. Τί εἶναι ὁ ῥόμβος; Δείξατε, ἐὰν ὑπάρχωσι, παραδείγματα ῥόμβων ἐντὸς τῆς τάξεως.

Τὸ ὀρθογώνιον εἶναι παραλληλόγραμμον, τὸ ὅποιον ἔχει τέσσαρας γωνίας ὀρθάς.

Ἐάν δὲ καὶ αἱ τέσσαρες πλευραὶ εἶναι ἴσαι, τὸ σχῆμα ὀνομάζεται τετράγωνον.

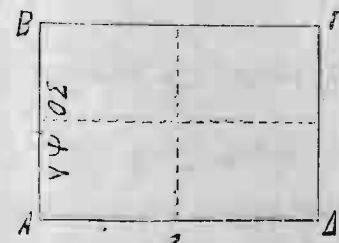
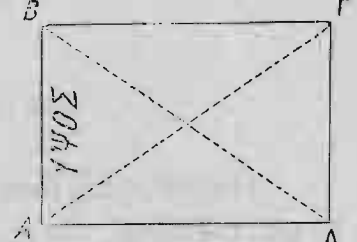
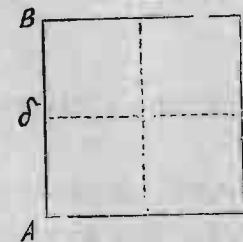
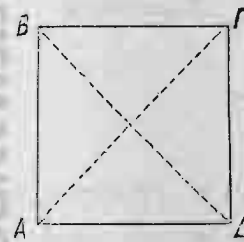
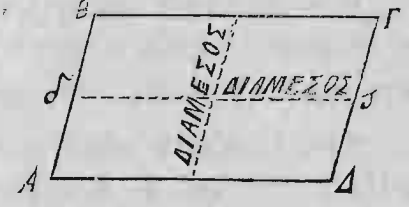
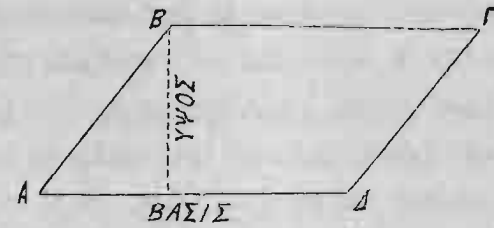
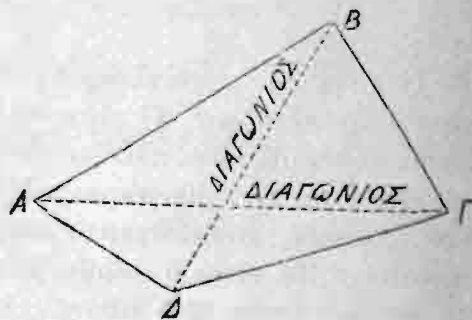
Ὁ ρόμβος εἶναι παραλληλόγραμμον, τὸ ὅποιον ἔχει τὰς τέσσαρας πλευράς του ἴσας χωρὶς νὰ ἔχη τὰς γωνίας του ὀρθάς.

1ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ.



Διαγώνιοι, ὕψος, διάμεσοι, ἄξονες.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρου χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποίου αἱ μεγάλαι πλευραὶ νὰ ἔχωσι μῆκος 8 δακτύλων, αἱ μικρότεραι

6 δακτύλων, καὶ τῶν ὁποίων αἱ ἀμβλεῖαι γωνίαι νὰ εἶναι 108° . Σημειώσατε τὸ ὕψος τοῦ παραλληλογράμμου τούτου.

2ον. Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποῖου αἱ μικραὶ πλευραὶ νὰ ἔχωσι μῆκος ἴσον πρὸς τὰ δύο τρίτα τοῦ μήκους τῶν μεγάλων πλευρῶν, ὕψος δὲ τὸ τρίτον αὐτῶν. Σημειώσατε τὰς διαμέσους αὐτοῦ.

3ον. Γράψατε ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποῖου αἱ μεγάλαὶ πλευραὶ νὰ εἶναι τὰ τρία τέταρτα τῶν μικρῶν πλευρῶν. Σημειώσατε τὰς διαγωνίους τοῦ ὀρθογωνίου τούτου.

4ον. Γράψατε ρόμβον, τοῦ ὁποῖου αἱ ἀμβλεῖαι γωνίαι νὰ εἶναι 120° καὶ αἱ πλευραὶ 6 δακτύλων. Φέρετε τὸν μέγαν ἄξονα τοῦ ρόμβου τούτου.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Ὀνομάζονται **διαγώνιοι** τετραπλεύρου αἱ γραμμαὶ, αἱ ὁποῖαι ἐνόνουσι τὰς κορυφὰς τῶν ἀντιθέτων αὐτοῦ γωνιῶν.

ΣΗΜ. 1. Αἱ διαγώνιοι τοῦ ρόμβου ὀνομάζονται πρὸς τούτοις καὶ ἄξονες τοῦ ρόμβου.

Ὀνομάζεται **ὑψος** παραλληλογράμμου ἡ κάθετος ἢ

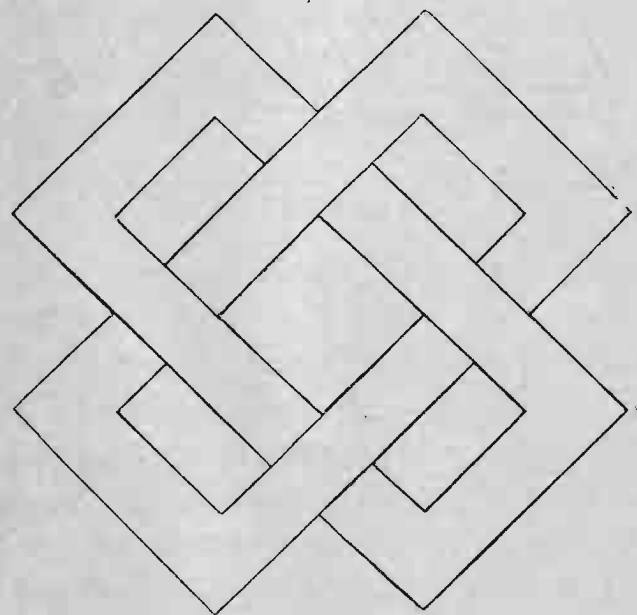
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζονται διαγώνιοι τετραπλεύρου;—Ποῖον ἰδιαίτερον ὄνομα λαμβάνουσιν αἱ διαγώνιοι τοῦ ρόμβου;—Τί ὀνομάζεται ὑψος, βᾶσις τοῦ παραλληλογράμμου;—Τί ὀνομάζεται ὑψος καὶ βᾶσις τοῦ ὀρθογωνίου;—Τί ὀνομάζονται διάμεσοι παραλληλογράμμου;

φερομένη ἐκ μιᾶς τῶν κορυφῶν τῆς ἐπὶ τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς τῆς ὀνομαζομένης **βάσεως**.

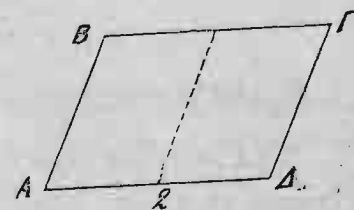
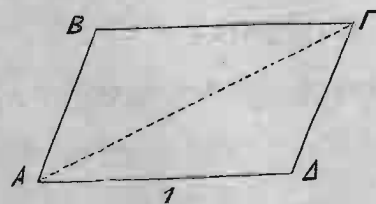
ΣΗΜ. 2. Εἰς τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὕψος διδεται: ὑπὸ τῆς μιᾶς τῶν καθέτων ἐπὶ τῆς βάσεως πλευρῶν.

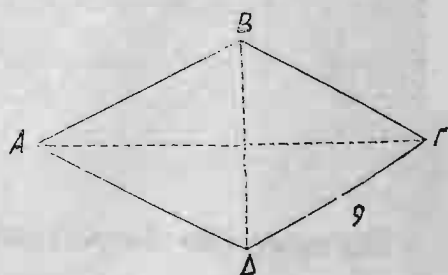
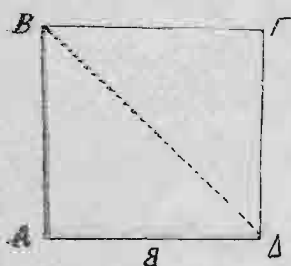
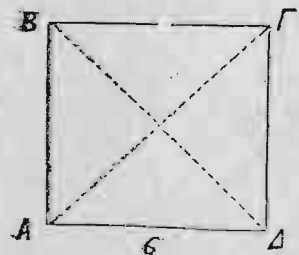
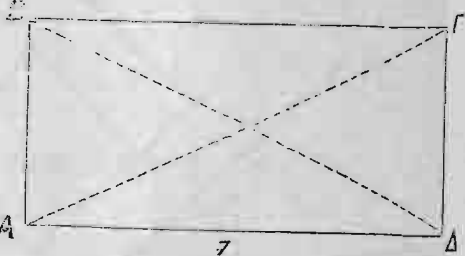
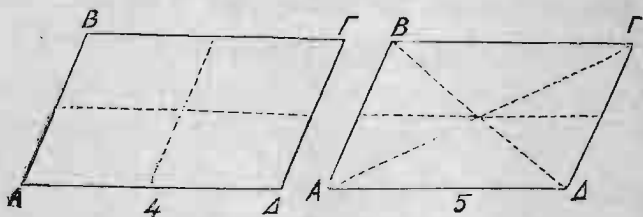
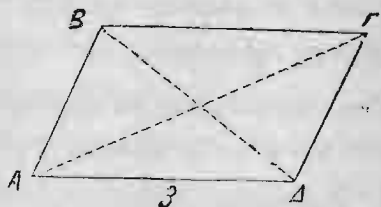
Ὀνομάζονται **διάμεσοι** παραλληλογράμμου αἱ γραμμαὶ, αἱ ὁποῖαι ἐνόνουσι τὰ μέσα τῶν ἀπέναντι πλευρῶν.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Ἰδιότητες τῶν διαγωνίων καὶ τῶν διαμέσων τῶν ἄξονων τῶν φερομένων ἐντὸς τῶν παραλληλογράμμων.





Ἐξελέγξατε τὰς ἰδιότητας ταύτας.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δε' ἐλευθέρως χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποῖου αἱ μεγάλαι πλευραὶ νὰ ἔχωσι μήκος 10 δακτύλων, ἢ διαγώνιος 13 δα-

κτύλων, ἢ δὲ ὀξεία γωνία, ἢ σχηματιζομένη διὰ τῆς διαγωνίου καὶ μιᾶς τῶν μεγάλων πλευρῶν, νὰ ἔχη μέγεθος 30° .

3ον. Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποῖου αἱ διαγωνίαι νὰ τέμνονται ὑπὸ γωνίαν 30° , καὶ τοῦ ὁποῖου ἢ μία πλευρὰ νὰ ἰσοῦται μετὰ τὰ δύο τρίτα τῆς ἄλλης.

3ον. Γράψατε παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποῖου ἢ μία πλευρὰ νὰ ἔχη μήκος 9 δακτύλων, ἢ δὲ ἄλλη νὰ ἰσοῦται μετὰ τὰ δύο τρίτα τῆς προηγουμένης.

4ον. Γράψατε ρόμβον, τοῦ ὁποῖου ὁ μικρὸς ἄξων νὰ ἔχη μήκος ἴσον πρὸς τὰ τρία πέμπτα τοῦ μεγάλου. Οἱ ἄξονες αὐτοῦ νὰ σημειωθῶσιν δι' ἐστιγμένων γραμμῶν.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Ἐκάστη διαγώνιος διαιρεῖ τὸ παραλληλόγραμμον εἰς δύο τρίγωνα ἴσα.

Ἐκάστη διάμεσος διαιρεῖ τὸ παραλληλόγραμμον εἰς δύο παραλληλόγραμμα ἴσα.

Αἱ διαγώνιοι παντὸς παραλληλογράμμου διατέμνονται εἰς ἓν σημεῖον καλούμενον κέντρον τοῦ παραλληλογράμμου. Ἐπίσης καὶ αἱ διάμεσοι.

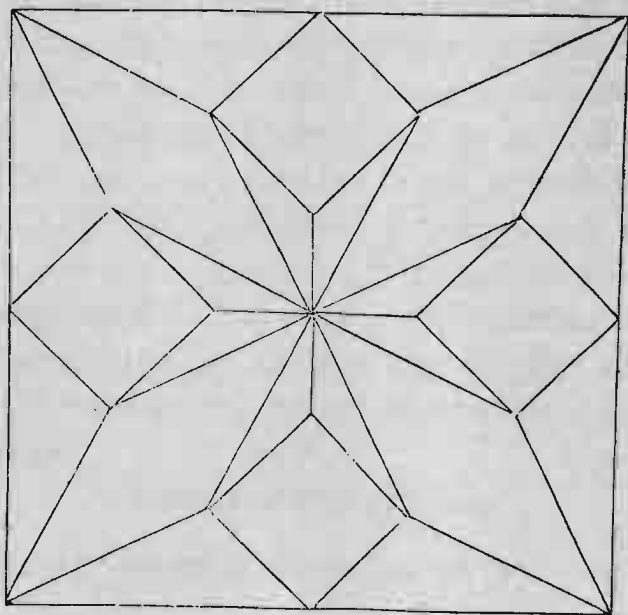
Αἱ διαγώνιοι παντὸς τετραγώνου εἶναι ἴσαι. Καὶ αἱ διαγώνιοι τοῦ ὀρθογώνιου εἶναι ἴσαι.

Αἱ διαγώνιοι τοῦ τετραγώνου διχοτομοῦσι τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου τούτου εἰς ἴσα μέρη.

Εἰς τὸ τετράγωνον καὶ τὸν ρόμβον αἱ διαγώνιοι εἶναι κάθετοι ἐπ' ἀλλήλων.

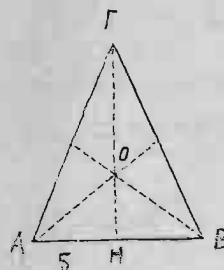
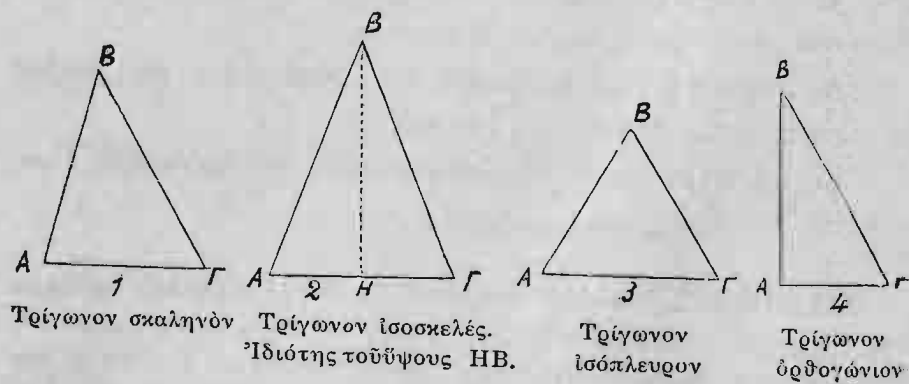
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ἐκάστη διαγώνιος παντὸς παραλληλογράμμου πῶς διαιρεῖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦτο; Ποῦ συναντῶνται αἱ διαγώνιοι παντὸς παραλληλογράμμου; Ποίας ἰδιότητος ἔχουσιν αἱ διαγώνιοι; 1ον τοῦ τετραγώνου; 2ον τοῦ ὀρθογώνιου; 3ον τοῦ ρόμβου;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

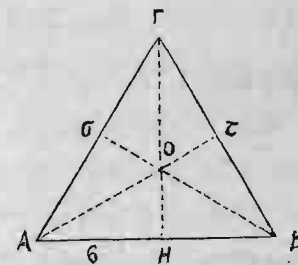


ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄.
ΤΡΙΓΩΝΑ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΟΝ

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Ὑψος καὶ διχοτόμοι τῶν ἰσῶν
γωνιῶν τοῦ ἰσοσκελοῦς
τριγώνου.



Ἰδιότητες τῶν ὕψων καὶ τῶν
διχοτόμων τοῦ ἰσοπλευροῦ
τριγώνου.

ΣΗΜ. Ἡ ἐξέλεξις τῶν σχημάτων 2, 5, 6 θὰ γίνῃ διὰ διπλώ-
σεως διὰ τὸ σχῆμα 6 θὰ ἦτο καλλίτερον νὰ ἀχθῶσι πρῶτον τὰ
ὑψη τοῦ τριγώνου διὰ νὰ γίνῃ φανερόν, ὅτι συγγέονται μὲ τὰς διχο-
τόμους. Διὰ τομῆς θὰ δειχθῇ, ὅτι αἱ τρεῖς γωνίαι παντὸς τριγώνου
ἰσοῦνται μὲ δύο γωνίας ὀρθάς.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1. Γράψατε ἰσοσκελὲς τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ βᾶσις νὰ
ἰσοῦται μὲ τὰ δύο τρίτα τοῦ ὕψους.
2. Γράψατε τρίγωνον ἰσοσκελές, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος
νὰ ἔχῃ μῆκος 8 δακτύλων καὶ ἡ γωνία τῆς κορυφῆς νὰ
εἶναι 30° .
3. Γράψατε τρίγωνον ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου ἡ ὑπο-
τείνουσα νὰ ἔχῃ μῆκος 12 δακτύλων καὶ ἡ μία τῶν ὀξείων
γωνιῶν του μέγεθος 30° .
4. Γράψατε τρίγωνον ἰσόπλευρον, τοῦ ὁποίου ἐκάστη
πλευρὰ νὰ ἔχῃ μῆκος 6 δακτύλων. Σημειώσατε τὰς διχοτό-
μους τῶν γωνιῶν τοῦ τριγώνου τούτου.
5. Γράψατε ἰσόπλευρον τρίγωνον ἔχον ὕψος 8 δα-
κτύλων.

Ἐρωτήσεις.

Βον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Τρίγωνον λέγεται ἡ ἐπιφάνεια ἐκείνη, ἡ ὁποία περι-
ρίζεται ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν, αἱ ὁποῖαι συναντῶνται καὶ ὀνο-
μάζονται πλευραὶ τοῦ τριγώνου.

Τὸ τρίγωνον, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ εἶναι ἄνιστοι, λέγε-
ται **τρίγωνον σκαληνόν**.

Τὸ τρίγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει δύο πλευρὰς ἴσας, λέγεται
ἰσοσκελές.

Τὸ τρίγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει τὰς τρεῖς πλευρὰς τοῦ
ἴσας, λέγεται **ἰσόπλευρον**.

Τὸ τρίγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει μίαν γωνίαν ὀρθήν, λέγε-
ται **ὀρθογώνιον**. Εἰς τὸ τρίγωνον τοῦτο ἡ ἀπέναντι τῆς
ὀρθῆς γωνίας πλευρὰ ὀνομάζεται **ὑποτείνουσα**.

Τὸ τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ὅλαι αἱ γωνίαι εἶναι ὀξείαι,
λέγεται **ὀξυγώνιον**.

Τὸ τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ μία γωνία εἶναι ἀμβλεία,
λέγεται **ἀμβλυγώνιον**.

Ύψος τοῦ τριγώνου ὀνομάζεται ἡ κάθετος ἡ φερο-
μένη ἐκ μιᾶς τῶν κορυφῶν ἐπὶ τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς τῆς
ὀνομαζομένης **βάσεως**.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί λέγεται τρίγωνον; Τί ὀνομάζονται πλευραὶ
τοῦ τριγώνου; Ποῖον τρίγωνον λέγεται ἰσόπλευρον, ἰσοσκελές, σκα-
ληνόν; Τί λέγεται ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου; Τί λέγε-
ται ὕψος τριγώνου; Βάσις; Τί λέγονται διχοτόμοι τῶν γωνιῶν παντὸς
τριγώνου; Ποῦ αὐταὶ τέμνονται; Ποίας ιδιότητος ἔχει τὸ ὕψος εἰς
τὸ ἰσοσκελές τρίγωνον, λαμβανομένης ὡς κορυφῆς τοῦ τριγώνου τοῦ
σημεῖον τῆς συναντήσεως τῶν δύο ἴσων πλευρῶν τοῦ τριγώνου; Ποί-
ου εἴδους γωνία εἶναι αἱ γωνίαι ἰσοπλεύρου τριγώνου; Ἐκάστη τῶν
γωνιῶν τούτων μὲ πόσας μοίρας ἰσοῦται; Ποίας ιδιότητος ἔχουσιν
αἱ διχοτόμοι καὶ τὰ ὕψη εἰς ἓν τρίγωνον ἰσόπλευρον;

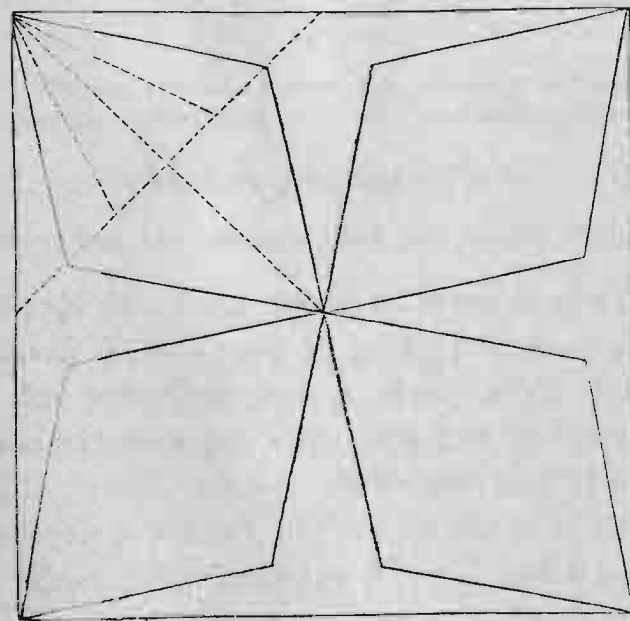
Αἱ **διχοτόμοι** τῶν γωνιῶν παντὸς τριγώνου τέμνονται
εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται **κέντρον**
τοῦ τριγώνου, διότι τοῦτο κεῖται εἰς ἴσην ἀπὸ τῶν τριῶν
πλευρῶν ἀπόστασιν.

Αἱ γωνίαι παντὸς τριγώνου ἰσοῦνται μὲ 2 γωνίας ὀρθῆς

Εἰς πᾶν τρίγωνον ἰσοσκελές τὸ ὕψος, τὸ ὁποῖον κατέρ-
χεται ἐκ τῆς κορυφῆς τῆς σχηματιζομένης διὰ τῶν δύο
ἴσων πλευρῶν τοῦ τριγώνου, χωρίζει τὴν βάσιν καὶ τὴν
γωνίαν τῆς κορυφῆς εἰς δύο ἴσα μέρη.

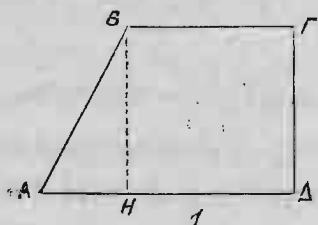
Αἱ γωνίαι παντὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου εἶναι ἴσαι
συνεπῶς ἐκάστη αὐτῶν ἰσοῦται μὲ 60°

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

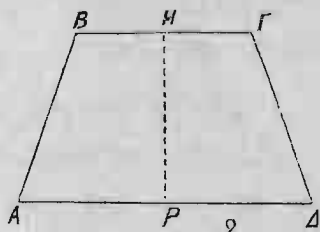


Τραπεζίον.

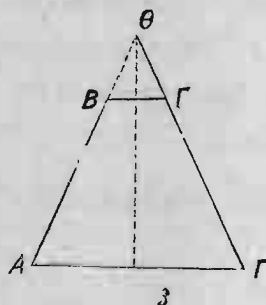
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Τραπεζίον, ύψος.



Τραπεζίον ισοσκελές, ύψος.

Τραπεζίον ισοσκελές σχηματίζον τρίγωνον ισοσκελές
διὰ τῆς προεκτάσεως τῶν μὴ παραλλήλων πλευρῶν.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

Ἰδι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Γράψατε τραπέζιον, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος θὰ εἶναι 5 δακτύλων, ἡ μεγάλη βᾶσις 12 δακτύλων, ἡ μικρὰ 8 δακτύλων, καὶ ἡ ὀξεῖα γωνία, ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ τῆς μεγάλης βᾶσεως καὶ τῆς μιᾶς τῶν μὴ παραλλήλων αὐτοῦ πλευρῶν, θὰ ἔχη μέγεθος 30° .

2ον. Γράψατε τραπέζιον, τοῦ ὁποίου ἡ μεγάλη βᾶσις θὰ ἔχη μήκος 9 δακτύλων, ἡ σχηματιζομένη γωνία ὑπὸ τῆς βᾶσεως ταύτης καὶ μιᾶς τῶν μὴ παραλλήλων πλευρῶν θὰ ἔχη μέγεθος 60° , τὸ ὕψος τῆς πλευρᾶς ταύτης τῆς μὴ παραλλήλου 5 δακτύλων, καὶ ἡ μικρὰ βᾶσις 7 δακτύλων.

3ον. Γράψατε ἰσοσκελές τραπέζιον, τοῦ ὁποίου ἡ μεγάλη βᾶσις θὰ εἶναι 15 δακτύλων, τὸ ὕψος 8 δακτύλων καὶ ἡ μικρὰ βᾶσις 10 δακτύλων.

3ον ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ὄνομάζεται **τραπέζιον** τὸ τετράπλευρον, τοῦ ὁποίου μόνον αἱ δύο πλευραὶ εἶναι παράλληλοι. Αἱ πλευραὶ αὗται ὀνομάζονται **μεγάλῃ βᾶσις** καὶ **μικρὰ βᾶσις** τοῦ τραπεζίου.

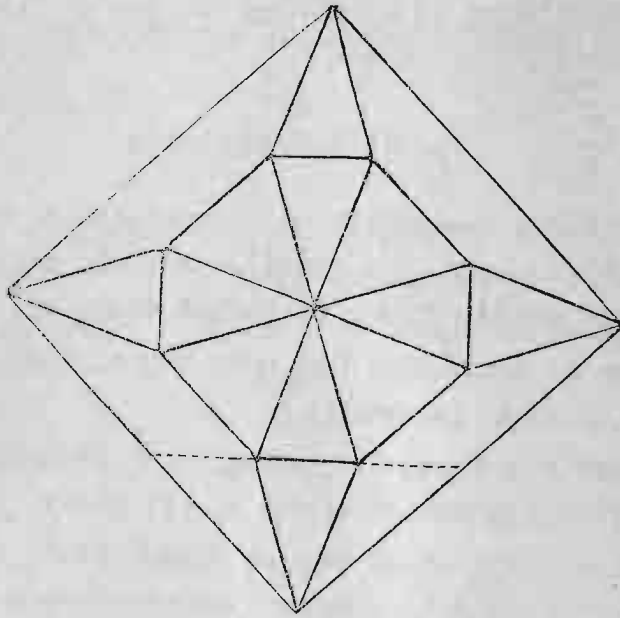
Ὅταν ἐν τραπέζιον ἔχη τὰς παραλλήλους πλευρὰς του ἴσας, λέγεται **ἰσοσκελές**.

Ὄνομάζεται **ὑψος** τοῦ τραπεζίου ἡ κάθετος, ἡ ὁποία ὑψοῦται ἐκ τῆς βᾶσεως πρὸς τὴν ἄλλην βᾶσιν.

Ἐὰν προεκτείνωμεν τὰς μὴ παραλλήλους πλευρὰς ἰσοσκελοῦς τραπεζίου, σχηματίζομεν τρίγωνον ἰσοσκελές (τὸ ὁποῖον ἔχει τὰς δύο πλευρὰς του ἴσας.)

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζεται τραπέζιον;—Τί λέγεται μεγάλη καὶ μικρὰ βᾶσις τοῦ τραπεζίου;—Τί ὀνομάζεται τραπέζιον ἰσοσκελές;—Τί ὀνομάζεται ὑψος τοῦ τραπεζίου;—Ποῦ φθάνει τις, ὅταν προεκτείνῃ τὰς μὴ παραλλήλους πλευρὰς τραπεζίου;—Δείξατε ἐντὸς τῆς τάξεως ἐπιφανείας ἐχούσας τὸ σχῆμα τραπεζίου.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΙΣ ΙΧΝΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Σμίκρυνσις. Μεγέθυνσις. Κλίμαξ.

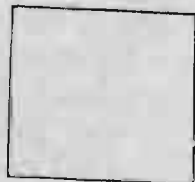
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

Νά εὑρητε τὰς πραγματικάς ἐκτάσεις καὶ τὰ ὕψη τῶν ἀκολουθῶν ἐπιφανειῶν, τῶν ὁποίων τὸ σχῆμα καὶ ἡ κλίμαξ δίδεται.

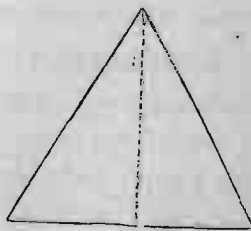
Ὁ μαθητὴς θὰ μεταχειρισθῆ κανόνα ἡριθμημένον.



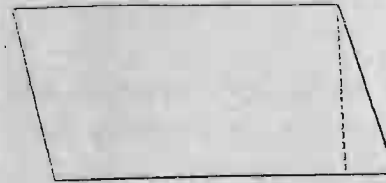
Κλίμαξ 1 : 10



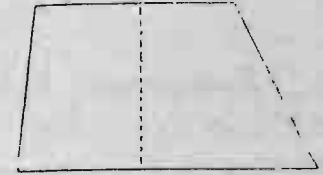
Κλίμαξ 1 : 4



Κλίμαξ 1 : 3



Κλίμαξ διπλασία



Κλίμαξ 1 : 5

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

δι' ἐλευθέρας χειρὸς ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1ον. Κατασκευάσατε εἰς τὴν κλίμακα ὀρθογώνιον ἔχον βάσιν 80 δακτύλων καὶ ὕψος 60 δακτύλων.

2ον. Κατασκευάσατε εἰς τὴν κλίμακα 1 : 2 τετράγωνον ἔχον πλάτος 20 δακτύλων.

3ον. Κατασκευάσατε εἰς τὴν κλίμακα 1 : 20 παραλληλόγραμμον ἔχον μῆκος 120 γραμμῶν καὶ ὕψος 80.

4ον. Κατασκευάσατε εἰς τριπλασίαν κλίμακα τρίγωνον ἰσοσκελὲς ἔχον βάσιν 4 δακτύλων καὶ ὕψος 3.

5ον. Κατασκευάσατε εἰς τετραπλασίαν κλίμακα τραπέζιον ἰσοσκελὲς ἔχον μεγάλην βάσιν γραμμῶν 130, μικρὰν 20, καὶ ὕψος 25 γραμμῶν.

Ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζεται σμίκρυνσις ἐνὸς ἀντικειμένου;— Δώσατε παραδείγματα ἀντικειμένων, τὰ ὁποῖα δὲν δύνανται νὰ παρασταθῶσι ἰχνογραφικῶς μὲ τὰ πραγματικά των μεγέθη.— Τί ὀνομάζεται μεγέθυνσις ἐνὸς ἀντικειμένου;— Δείξατε ἀντικείμενα, τῶν ὁποίων αἱ διαστάσεις ἔχουσιν ἀνάγκην μεγεθύνσεως διὰ νὰ εἶναι δυνατόν νὰ γνωσθῶσιν ὅλαι αὐτῶν αἱ λεπτομέρειαι.— Ὅταν π. χ. λέγωσιν ὅτι ἐν ἰχνογράφημα εἶναι εἰς τὴν κλίμακα 1 : 2 1 : 5 1 : 10 1 : 100 κτλ. τί ἐννοοῦσι;— Ὅταν λέγωσι τοῦναντίον, ὅτι ἡ κλίμαξ εἶναι διπλασία, τριπλασία, τετραπλασία, πενταπλασία κτλ;— Ποῖα ἰχνογραφήματα παριστάνονται εἰς κλίμακα παρὰ πολὺ μικράν, π. χ. 1 : 50000

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Σμίκρυνσις. Πολύ συχνά τὰ πρὸς ἰχνογράφησιν ἀντικείμενα ἔχουσι διαστάσεις πολὺ μεγάλας, εἰς τρόπον ὥστε δὲν δύνανται νὰ παρασταθῶσι μὲ τὰ πραγματικά των μεγέθη ἐπὶ τοῦ χάρτου. (π. χ. ἐν κάθισμα, εἰς πίναξ, μία οἰκία. Ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ σμικρύνουσι τὰς διαστάσεις τοῦ ἀντικειμένου κατὰ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας τοῦ σχεδίου πρὸς διατήρησιν τοῦ σχήματός του. Τοῦτο ὀνομάζεται **σμίκρυνσις τοῦ ἀντικειμένου**.

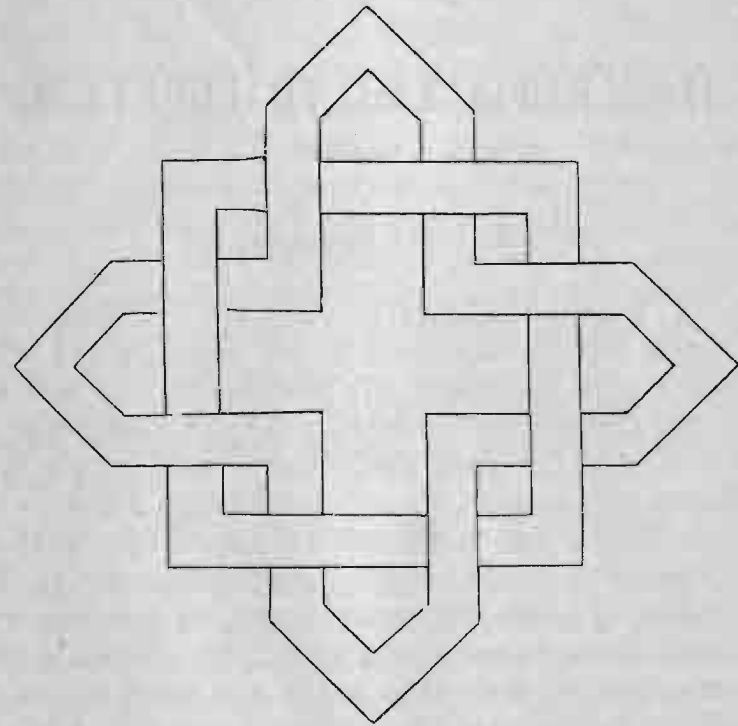
Μεγέθυνσις. Ἀντιστρόφως πολλὰ ἀντικείμενα παριστάνονται ἰχνογραφικῶς εἰς διαστάσεις μεγαλειτέρας τοῦ φυσικοῦ. (π. χ. ἄνθη μυρωτιάδος κτλ.) Ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ μεγεθύνουσιν ὅλας τὰς διαστάσεις τοῦ ἀντικειμένου κατὰ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας τοῦ σχήματος πρὸς διατήρησιν τῆς ταυτότητος τοῦ σχήματος. Τοῦτο λέγεται **παράστασις μεγεθυντικῆ τοῦ ἀντικειμένου** ἢ ἀπλῶς **μεγέθυνσις**.

Ἡ σχέσις, ἢ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῶν διαστάσεων τοῦ ἰχνογράφηματος καὶ τῶν τοῦ ἀντικειμένου, ὑπὸ τὰς ὁποίας παρουσιάζεται, ὀνομάζεται **κλίμαξ**.

Ὅταν λοιπὸν λέγωμεν, ὅτι ἐν σχέδιον εἶναι εἰς τὴν κλίμακα 1:10 π. χ. τοῦτο σημαίνει, ὅτι ἐκάστη γραμμὴ τοῦ ἀντικειμένου παριστάνεται δι' 1:10 τοῦ πραγματικοῦ αὐτῆς μήκους.

Τὸναντίον, ὅταν ἡ κλίμαξ λέγεται διπλασία, τριπλασία, τετραπλασία κτλ. τοῦτο σημαίνει, ὅτι αἱ ἐκτάσεις αἱ πραγματικαὶ τοῦ παριστανόμενου ἀντικειμένου ἐδιπλασιάσθησαν, ἐτριπλασιάσθησαν, ἐτετραπλασιάσθησαν κτλ. εἰς τὸ ἰχνογράφημα.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑ ΚΑΘ' ΥΠΑΓΟΡΕΥΣΙΝ

Α'. — Αἱ γραμμαί.

1) — 1 Σύρατε ὀριζόντιον γραμμὴν 15 δακτύλων. — 2 Διαιρέσατε τὴν εὐθείαν ταύτην εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη. — Ὑψώσατε εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς εὐθείας ταύτης καὶ εἰς τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως καθέτους 9 δακτύλων, διηρημένας εἰς δύο ἴσα μέρη διὰ μιᾶς ὀριζοντίου. — 4 Ἐνώσατε τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς πρώτης πρὸς τὰ ἀριστερὰ καθέτου μετὰ τὸ κατώτατον ἄκρον τῆς τρίτης· τὸ ἀνώτατον τῆς δευτέρας μετὰ τὸ κατώτατον ἄκρον τῆς τετάρτης καὶ οὕτω καθεξῆς. Ἐπειτα τὸ κατώτερον ἄκρον τῆς πρώτης πρὸς τὰ ἀριστερὰ καθέτου μετὰ τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς τρίτης, τὸ κατώτατον ἄκρον τῆς δευτέρας μετὰ τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς τετάρτης καὶ οὕτω καθεξῆς. — 5 Τελειώσατε τὸ σχέδιον ἐνόνοντες τὰ δύο ἄκρα τῆς ὀριζοντίου μετὰ τὰ ἀνώτατα ἄκρα, ἐπίσης καὶ τὰ κατώτατα τῆς δευτέρας καὶ τῆς τετάρτης καθέτου.

2) — 1 Σύρατε ὀριζόντιον 12 δακτύλων μήκους. — 2 Ὑψώσατε εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς γραμμῆς ταύτης δύο καθέτους ἔχούσας μήκος 8 δακτύλων καὶ ἐνώσατε τὰ ἄκρα τῶν καθέτων τούτων. — 3 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν τεσσάρων τούτων γραμμῶν τοῦ σχεδίου εἰς 5 ἴσα μέρη. — 4 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως τὰ γείτονα ἐκάστου ἄκρου τοῦ σχεδίου διὰ παράλληλου πρὸς τὰς κατασκευασμένας ἤδη γραμμάς. — 5 Ἡ κεντρικὴ ἐπιφάνεια τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος σχεδίου ὡς καὶ τὰ ἄκρα θὰ χρωματισθῶσιν δι' ἐρυθροῦ χρώματος. — 6 Τὰ ἄλλα μέρη τοῦ περιχλειομένου σχεδίου, θὰ πληρωθῶσι δι' ἐγκαρσίων γραμμῶν

ΣΗΜ. Θὰ τεθῆ τὸ σχέδιον ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου.

3) — 1 Σύρατε ὀριζόντιον AB 13 δακτύλων. — 2 Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς γραμμῆς ταύτης ὑψώσατε καθέτους AD καὶ BE ἴσας μετὰ 18 δακτύλους. — 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα AI καὶ BE καὶ σημειώσατε τὸ γράμμα O εἰς τὸ σημεῖον ἐνθα συναντῶνται αἱ δύο εὐθεῖαι. — 4 Διαιρέσατε ἐκάστην αὐτῶν εἰς ἰσὰ μέρη. — 5 Ἐξ ἐκάστου σημείου διαιρέσεως τῆς γραμμῆς DO φέρατε παράλληλους πρὸς τὴν OA· ἐξ ἐκάστου δὲ σημείου διαιρέσεως τῆς γραμμῆς OB φέρατε παράλληλους πρὸς τὴν OE· ἐξ ἐκάστου σημείου διαιρέσεως τῆς γραμμῆς OF φέρατε παράλληλους πρὸς τὴν OD. — 6 Χρωματίσατε τὸ ἰχνογράφημα ἐλαφρῶς, εἰς τρόπον ὥστε εἰς τὰ μέρη DOA καὶ BOB μία ταινία χρωματιστὴ, κιτρίνη π.χ. νὰ ἐναλλάσσεται μετὰ μίαν ταινίαν ἐρυθρὰν καὶ εἰς τὰ μέρη DOE καὶ BOB μία ταινία λευκὴ νὰ ἐναλλάσσεται μετὰ μίαν ταινίαν πρασίνην.

ΣΗΜ. Νὰ τεθῆ τὸ ἰχνογράφημα εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου.

4) — 1 Σύρατε ὀριζόντιον AB μήκους 15 δακτύλων — 2 Εἰς τὰ δύο ἄκρα αὐτῆς A καὶ B ὑψώσατε καθέτους 15 δακτύλων, AD καὶ BE. — 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα D καὶ E καὶ φέρατε τὴν DE. — 4 Ἐκ τοῦ ἄκρου A καταβιβάσατε κάθετον AO ἐπὶ τῆς DE καὶ ἐκ τοῦ σημείου O καταβιβάσατε κάθετον ἐπὶ τῆς BE. — 5 Ἐκ τοῦ μέσου τῆς AD φέρατε παράλληλον πρὸς τὴν AO μέχρι τῆς συναντήσεώς της μετὰ τὴν BE. — 6 Ἐκ τοῦ μέσου τῆς BE φέρατε παράλληλον πρὸς τὴν AO. — 7 Χρωματίσατε διὰ κυανοῦ μολυβδοσκονδύλου τὸ οὕτω κατασκευασμένον ἰχνογράφημα, τὸ ὅποιον πρέπει νὰ παριστᾷ χάρτινον πετεινόν, ἐὰν ἐξετελέσθῃ ἀκριβῶς.

5) — 1 Φέρατε εὐθείαν AB 15 δακτύλων παράλληλον πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου. — 2 Ὑψώσατε εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς εὐθείας ταύτης καθέτους AD καὶ BE μήκους 8 δακτύλων καὶ ἐνώσατε τὸ σημεῖον D μετὰ τὸ σημεῖον E. — 3 Διαιρέσατε τὴν DE εἰς 9 ἴσα μέρη καὶ θέσατε εἰς τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως ἀπὸ τοῦ D τοὺς ἀριθμοὺς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. — 4 Ἐνώσατε τὸ σημεῖον A μετὰ τὸ 3 καὶ ἐκ τῶν ἄλλων σημείων τῆς διαιρέσεως τῆς DE φέρατε

παραλλήλους πρὸς τὴν ΑΒ μέχρι τῆς συναντήσεώς των πρὸς τὴν ΑΒ ἢ τὴν ΑΔ.— 5 Ἀποτελειώσατε τὴν διαίρεσιν τῆς ΒΓ εἰς 9 ἴσα μέρη.— 6 Ἐνώσατε τὸ Β μετὰ τὸ Γ καὶ ἐκ τῶν ἄλλων σημείων τῆς διαίρεσεως τῆς ΑΒ ὡς καὶ ἐκ τῶν σημείων 7 καὶ 8 φέρατε παραλλήλους πρὸς τὴν ΒΓ.— 7 Χρωματίσατέ το μαῦρον εἰς τρόπον ὥστε τὸ οὕτω κατασκευασμένον πλακόστρωμα νὰ ἀποτελεῖται ἐκ ταινιῶν πρασίνων, τῶν μαύρων τετραγώνων ἐναλλασσομένων μετὰ ταινίας λευκῶν τετραγώνων.

Β'. — Αἱ Γωνίαι

6) — 1 Γράψατε ὀριζόντιον 12 δακτύλων καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς γράψατε δύο γωνίας, ἐκάστη τῶν ἐποίων νὰ ἰσοῦται μετὰ τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ὀρθῆς· οὕτω θὰ σχηματισθῇ τρίγωνον ἰσοπλευρον.— 2 Γράψατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ τριγώνου τούτου δεύτερον τρίγωνον, τοῦ ἐποίου αἱ παράλληλοι πρὸς τὰς τοῦ πρώτου τριγώνου πλευραὶ νὰ ἀπέχωσιν 1 δάκτυλον.— 3 Ἐνώσατε τὰ μέσα τῶν πλευρῶν τοῦ ἐσωτερικοῦ τριγώνου· καὶ ἐντὸς τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος τρίτου τριγώνου γράψατε τέταρτον, αἱ πλευραὶ τοῦ ἐποίου θὰ ἀπέχωσιν 1 δάκτυλον ἀπὸ τοῦ τρίτου.— 4 Καλύψατε δι' ἐγκαρσίων γραμμῶν τὸ δεύτερον καὶ τέταρτον τρίγωνον.

7) — 1 Γράψατε δύο καθέτους τὴν μίαν ἐπὶ τῆς ἄλλης διερχομένας διὰ τοῦ μέσου τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου.— 2 Ἐπὶ τῶν γραμμῶν τούτων, ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς συναντήσεώς των, λάβετε μήκη ἴσα μετὰ 4 δακτύλους.— 3 Φέρατε διχοτόμους τῶν τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν δίδοντες εἰς αὐτὰς μήκος διπλάσιον τοῦ μήκους τῶν ὀρθῶν γωνιῶν.— 4 Ἐνώσατε ἐκ προσαγωγῆς (ἐκ τοῦ ἐνὸς εἰς τὸ ἄλλο ἀλληλοδιαδόχως) τὰ ἄκρα τῶν διχοτόμων μετὰ τῶν πλευρῶν τῶν ὀρθῶν γωνιῶν.— 5 Χρωματίσατε μαῦρα καὶ ἐρυθρὰ τὰ οὕτω κατασκευασθέντα τρίγωνα, εἰς τρόπον ὥστε ἓν τρίγωνον ἐρυθρὸν νὰ ἐναλλάσσεται μετὰ ἓν μαῦρον τρίγωνον.

8) — 1 Γράψατε τέσσαρας γωνίας ὀρθιάς, τῶν ἐποίων ἢ κοινὴ κορυφὴ νὰ εὑρίσκηται εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου, αἱ δὲ πλευραὶ νὰ εἶναι ἴσαι μετὰ τὸ τρίτον τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου.— 2 Φέρατε τὰς διχοτόμους τῶν

τεσσάρων τούτων ὀρθῶν γωνιῶν καὶ δώσατε εἰς τὰς διχοτόμους ταύτας μήκος ἴσον μετὰ τὸ ἥμισυ τῶν πλευρῶν τῆς ὀρθῆς γωνίας.— 3 Ἐνώσατε ἐκ προσαγωγῆς τὰ ἄκρα τῶν διχοτόμων μετὰ τῶν πλευρῶν τῶν ὀρθῶν γωνιῶν.— 4 Ἐνώσατε τὰ τέσσαρα ἄκρα τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος ἀστέρος καὶ χρωματίσατε διὰ χρωματιστοῦ μολυβδοκονδύλου θλα τὰ ἐκτὸς τοῦ ἀστέρος μέρη τοῦ ἰχνογραφήματος.

9) — 1 Γράψατε γραμμὴν ΑΒ μήκους 14 δακτύλων εἰς τὸ μέσον Ο τῆς γραμμῆς ταύτης ὑψώσατε κάθετον ΟΕ 14 δακτύλων.— 3 Ἐκ τοῦ σημείου Ε φέρατε παράλληλον πρὸς τὴν ΑΒ.— 4 Ἐκ τῶν σημείων Α καὶ Β φέρατε τὰς παραλλήλους πρὸς τὴν ΟΕ, ΑΔ καὶ ΒΓ.— 5 Διαίρεσατε τὴν ΟΕ εἰς πέντε ἴσα μέρη καὶ σχηματίσατε μετὰ ταύτην καθὼς καὶ μετὰ τὴν ἄλλην δύο γωνίας 45° , αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχωσι ὡς κέντρον τὸ σημεῖον τῆς διαίρεσεως τὸ πλησιέστερον πρὸς τὸ Ε, καὶ τῶν ἐποίων αἱ πλευραὶ νὰ συναντῶνται εἰς τὴν γραμμὴν ΔΓ.— 6 Ἐπαναλάβετε τὴν κατασκευὴν ταύτην εἰς ἕκαστον τῶν ἄλλων σημείων τῆς διαίρεσεως ΟΕ.— 7 Ἀποτελειώσατε τὸ ἰχνογράφημα διὰ ταινιῶν παραλλήλων πρὸς τὰς προηγουμένας τοῦ αὐτοῦ πλάτους.— 8 Χρωματίσατε τὰς ταινίας τοῦ ἰχνογραφήματος, εἰς τρόπον ὥστε μία ταινία κυανὴ νὰ ἐναλλάσσεται μετὰ μίαν μαύρην ταινίαν.

10) — 1 Γράψατε τρεῖς γραμμάς παραλλήλους 145 γραμμῶν μήκους, ἀπεχούσας ἀπ' ἀλλήλων 5 δακτύλους καὶ περιοριζομένας εἰς τὰ ἄκρα των διὰ δύο καθέτων.— Κατασκευάσατε μετὰ τὴν μεσαίαν γραμμὴν, εἰς τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρον τῆς, καὶ μετὰ ἐκάστην πλευρὰν τῆς γραμμῆς ταύτης γωνίας 60° καὶ προεκτείνετε τὰς πλευρὰς τῶν γωνιῶν τούτων μέχρι τῆς συναντήσεώς των μετὰ τὰς ἄλλας δύο παραλλήλους γραμμάς.— 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα ταῦτα τῆς συναντήσεως διὰ μιᾶς εὐθείας. Ἐπαναλάβετε τὴν προηγουμένην κατασκευὴν, ἐφ' ὅσον εἶναι τοῦτο δυνατόν, λαμβάνοντες ἐκάστοτε ὡς κορυφὴν τῆς γωνίας τὸ σημεῖον, ὅπου ἡ μεσαία γραμμὴ τέμνεται διὰ τῆς γραμμῆς τῆς ἐνούσης τὰ σημεῖα τῆς συναντήσεως τῶν πλευρῶν τῶν γωνιῶν μετὰ τὰς δύο παραλλήλους.— 4 Σχηματίσατε γωνίας 60° μετὰ τὰς ἐξωτε-

ρικὰς παραλλήλους εἰς τὰ σημεῖα, ὅπου αἱ πλευραὶ τῶν κατασκευασθέντων γωνιῶν τὰς συναντῶσι καὶ συγκρατήσατε τὰς πλευρὰς τῶν νέων τούτων γωνιῶν ἀπὸ τὴν συνάντησίν των μὲ τὰς πρώτας πλευρὰς. — 5 Χρωματίσατε τὸ ἰχνογράφημα κατ' ἀρέσκειαν.

Γ' καὶ Δ'. — Τὰ Τετράπλευρα, τὰ Τρίγωνα καὶ τὸ Τραπέζιον.

11). — Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου τετράγωνον, τοῦ ὁποῦ ἢ πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση μὲ τὰ $\frac{3}{4}$, τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ φύλλου. — 2 Σημειώσατε τὰ μέσα τῶν τεσσάρων πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τούτου. — 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως, οὕτως ὥστε νὰ κατασκευάσητε ἐν δευτέρου ἐσωτερικὸν τετράγωνον. — 4 Λάβετε τὰ μέσα τῶν πλευρῶν τοῦ δευτέρου τούτου τετραγώνου. — 5 Ἐξ ἐκάστου σημείου τῆς διαιρέσεως καταδιβάσατε δύο καθέτους ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ πρώτου τετραγώνου εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἔχητε εἰς τὰ ἄκρα τοῦ πρώτου τετραγώνου, τέσσαρα μικρὰ ἴσα τετράγωνα. — Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς τὰ μικρὰ ταῦτα τετράγωνα.

12) — 1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τετράγωνον, τοῦ ὁποῦ ἢ πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὰ τρία τέταρτα τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ φύλλου. — Γράψατε δευτέρου τετράγωνον, τοῦ ὁποῦ αἱ κορυφαὶ νὰ κεῖνται εἰς τὸ μέσον τῶν πλευρῶν τοῦ πρώτου. — 3 Φέρατε τὰς διαμέσους καὶ τὰς διαγωνίους τοῦ τετραγώνου τούτου. — 4 Φέρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς τὰ τέσσαρα ἐκ τῶν οὕτω κατασκευασμένων ὀκτὼ ὀρθογωνίων τριγώνων, φροντίζοντες νὰ ἐναλλάσσωνται ταῦτα.

13) — 1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τετράγωνον, τοῦ ὁποῦ ἢ πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση μὲ τὰ τρία τέταρτα τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ φύλλου. — 2 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τούτου εἰς 3 ἴσα μέρη. — 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως καὶ τῆς ἀνωτέρας πλευρᾶς μὲ τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς κατωτάτης. — 4 Ἐνώσατε τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς διαιρέσεως καὶ τῶν ἄλλων δύο πλευ-

ρῶν. — 5 Χρωματίσατε διὰ μολυβδοκονδύλου τὰ οὕτω κατασκευασθέντα ὀρθογώνια, οὕτως ὥστε νὰ φαίνωνται, ὅτι τὸ ἐν κείτῃ ἐπὶ τοῦ ἄλλου.

14) — 1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ ἰχνογραφικοῦ χάρτου τετράγωνον 13 δακτύλων πλάτους, τοῦ ὁποῦ ἢ μίαν τῶν πλευρῶν νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 45° μὲ τὴν κάτω πλευρὰν τοῦ φύλλου. — Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τούτου εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη, καὶ σχηματίσατε εἰς ἐκάστην τῶν κορυφῶν του καὶ ἐντὸς αὐτοῦ τέσσαρα μικρὰ τετράγωνα ἴσα ἔχοντα ὡς πλευρὰν τὸ μῆκος μιᾶς διαιρέσεως. — 3 Πυκνώσατε εἰς γραμμὰς πλήρεις τὰς πλευρὰς τοῦ μικροῦ τετραγώνου, τὰ ὁποῖα κεῖνται ἐσωθεν τοῦ μεγάλου. — 4 Ἐνώσατε μὲ τὸ κέντρον τοῦ μεγάλου τετραγώνου τὰ ἄκρα τῶν πλήρων ἐκ τετραγωνιδίων μικρῶν τετραγώνων. — 5 Φέρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς, εἰς τρόπον ὥστε ἐκαστὸς βραχίον τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος σταυροῦ νὰ παρουσιάζῃ ἐν λευκὸν μέρος ἐναλλασσόμενον μὲ χρωματιστόν.

15) — 1 Γράψατε διὰ στιγμῶν εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τετράγωνον 14 δακτύλων πλευρᾶς. — 2 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τούτου εἰς τρία ἴσα μέρη καὶ ἐνώσατε μὲ πλήρεις γραμμὰς τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως ἐκάστης πλευρᾶς μὲ τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς τοιουτοτρόπως τὸ τετράγωνον διηρέθη εἰς 9 ἴσα τετράγωνα. — 3 Εἰς ἕκαστον τῶν τεσσάρων μικρῶν τετραγώνων τῶν ἄκρων φέρατε διαγωνίους, αἱ ὁποῖαι ἐνόησαν τὰ ἀντίθετα τετράγωνα. — 4 Ἐξαλείψατε ὅ,τι μένει ἐκ τῶν ἐστιγμένων γραμμῶν.

16) — 1 Γράψατε ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποῦ τὸ ὕψος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς βάσεως, αὕτη δὲ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν κάτω πλευρὰν τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου καὶ ἴση μὲ τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μήκους τῆς πλευρᾶς ταύτης. — 2 Φέρατε τὰς διαγωνίους τοῦ ὀρθογωνίου τούτου. — 3 Ἐνώσατε τὰ μέσα τῶν μεγάλων πλευρῶν μὲ τὰ μέσα τῶν μικρῶν. Σχηματίζεται οὕτω παραλληλόγραμμον. — 4 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς συναντήσεως τῶν διαγωνίων τοῦ ὀ-

θογωνίου μετὰ τὰς πλευρὰς τοῦ παραλληλογράμμου, οὕτως ὥστε νὰ σχηματίζεται νέον ὀρθογώνιον.—5 Φέρατε ἐγκαρσίους παραλλήλους γραμμὰς εἰς τὸ μικρὸν ὀρθογώνιον καὶ εἰς τὰ τέσσαρα ἄκρα τοῦ ἐξωτερικοῦ.

17)—1 Γράψατε ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου ἡ μεγάλη διάστασις νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν μεγάλην πλευρὰν τοῦ φύλλου καὶ ἴση πρὸς τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς μεγάλης ταύτης πλευρᾶς, καὶ τοῦ ὁποίου ἡ μικρὰ διάστασις νὰ εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς μεγάλης.—2 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου εἰς τρία ἴσα μέρη, καὶ ἀπὸ τῆς ἀνωτάτης πρὸς τὰ ἀριστερὰ γωνίας ἀρχίζοντες ἀριθμήσατε διευθυνόμενοι πρὸς τὰ δεξιὰ κατὰ μῆκος τῆς περιμέτρου τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.—4 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον: τὸ σημεῖον 1 μετὰ τὸ σημεῖον 8· τὸ 2 μετὰ τὸ 7· τὸ σημεῖον 3 μετὰ τὸ σημεῖον 6· τὸ σημεῖον 4 μετὰ τὸ σημεῖον 5· τὸ 4 μετὰ τὸ 5· τὸ σημεῖον 2 μετὰ τὸ σημεῖον 8· τὸ σημεῖον 1 μετὰ τὸ σημεῖον 4· τὸ 8 μετὰ τὸ 5· καὶ τὸ σημεῖον 7 μετὰ τὸ σημεῖον 6.—Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς ἐντὸς τῶν οὕτω κατασκευασμένων παραλληλογράμμων ἐξαίρεσει τοῦ κεντρικοῦ.

18)—1 Παραλλήλως πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ φύλλου σύρατε εὐθείαν ἴσην πρὸς τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς μικρᾶς πλευρᾶς, καὶ τῆς ὁποίας τὰ ἄκρα νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἴσην ἀπὸ τῶν πλευρῶν ἀπόστασιν.—2 Ἐπὶ τῆς εὐθείας ταύτης γράψατε ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου ἡ μικρὰ διάστασις νὰ εἶναι ἴση μετὰ τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς μεγάλης.—3 Ἐπὶ τοῦ ἀνω μῆκου τοῦ ὀρθογωνίου τούτου, λαμβανομένου ὡς βάσεως, γράψατε τραπέζιον ἰσοσκελές, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ὀρθογωνίου, καὶ τοῦ ὁποίου ἡ μικρὰ βᾶσις νὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς μεγάλης.—4 Ἐπὶ τῆς μικρᾶς βάσεως τοῦ τραπέζιου γράψατε δεύτερον ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος νὰ εἶναι τὸ αὐτὸ μετὰ τὸ τοῦ τραπέζιου.—5 Προεκτείνετε δεξιὰ καὶ ἀριστερὰ τὴν ἐπάνω βᾶσιν τοῦ ὀρθογωνίου εἰς μῆκος ἴσον πρὸς τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ὕψους τοῦ ὀρθογωνίου τούτου καὶ ἐπὶ τῆς εὐθείας ταύτης, οὕτω προεκτεταμένης, γράψατε νέον ὀρθογώνιον ἔχον ὕψος τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ δευτέρου.

19)—Γράψατε γραμμὴν 15 δακτύλων παράλληλον πρὸς τὴν μικρὰν πλευρὰν τοῦ φύλλου, ἡ ὁποία νὰ διαιρῆ τὸ φύλλον τοῦτο εἰς δύο ἴσα μέρη.—2 Διαιρέσατε τὴν γραμμὴν ταύτην εἰς τρία ἴσα μέρη. Γράψατε ἐπὶ τῶν τριῶν τούτων διαιρέσεων, λαμβανομένων ὡς βάσεων, τρία τρίγωνα ἰσόπλευρα (τρίγωνα, τὰ ὁποῖα ἔχουσι τὰς πλευρὰς τῶν ἴσας.)—3 Αἱ τρεῖς κορυφαὶ τῶν ἰσοπλεύρων τούτων τριγώνων θὰ εἶναι ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τὴν ὁποίαν θὰ φέρητε. Τοιούτῳ τρόπῳ κατέχετε ἐν σχῆμα ἀποτελούμενον ἐκ πέντε ἰσοπλεύρων τριγώνων. Ἐνώσατε τὰ μέσα τῶν πλευρῶν ἐκάστου τριγώνου καὶ γράψατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς τὰ μικρὰ τρίγωνα, τὰ ὁποῖα καίονται εἰς τὸ μέσον τῶν πρώτων τριγώνων. Ἐπαναλάβετε τὴν αὐτὴν κατασκευὴν ὑπὸ τὴν τὸ πρῶτον κατασκευασθεῖσαν γραμμὴν.

20)—1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου τετράγωνον 12 δακτύλων πλευρᾶς.—2 Διαιρέσατε τὸ τετράγωνον τοῦτο εἰς τέσσαρα τετράγωνα ἴσα φέροντες τὰς δύο αὐτοῦ διαμέσους.—3 Εἰς ἕκαστον τῶν τεσσάρων κατασκευασθέντων μικρῶν τετραγώνων γράψατε τετράγωνον 45° ἐνόνοντες ἀνὰ δύο τὰ μέσα τῶν πλευρῶν. (Τὸ τετράγωνον λέγεται 45° , ὅταν ἔχη διαγωνίους κάθετον καὶ ὀριζόντιον). Σχηματίζονται οὕτω πέντε τετράγωνα 45° .—4 Γράψατε τετράγωνον εὐθύ (δηλ. ἐν τετράγωνον, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι κάθετος καὶ ὀριζόντιος) ἐντὸς ἐκάστου τετραγώνου τῶν 45° .—5 Γράψατε ἐγκαρσίους γραμμὰς ἐντὸς τῶν πέντε εὐθέων τετραγώνων.

21)—1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου τετράγωνον 15 δακτύλων πλευρᾶς.—2 Σύρατε εἰς γραμμὰς πλήρεις τὰς διαγωνίους, καὶ εἰς γραμμὰς ἐστιγμένους τὰς διαμέσους τοῦ τετραγώνου τούτου.—3 Διαιρέσατε ἕκαστον ἡμῖσι τῶν διαμέσων εἰς δύο ἴσα μέρη. Ἐνώσατε διὰ πληρῶς γραμμῆς τὸ μέσον ἐκάστης διαμέσου: 1ον μετὰ τὰς πλησιέστερας κορυφὰς τοῦ τετραγώνου· 2ον μετὰ τὸ κέντρον τοῦ τετραγώνου.—4 Κατέχετε τοιουτοτρόπως ἕνα ἀστέρα μετὰ τέσσαρας βραχίονας.—5 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς ἐντὸς ἐκάστου τῶν ἡμίσεων τῶν ἄκρων τοῦ ἀστέρος, εἰς τρόπον

ὥστε νὰ μένη ἐν ἡμίσει λευκὸν μεταξὺ ἐκάστου ἡμίσεος πλήρους ἐγκαρσίων γραμμῶν.

22)—1 Γράψατε ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου ὀρθογώνιον 20 δακτύλων μήκους καὶ 12 δακτύλων πλάτους.—2 Γράψατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὀρθογωνίου τούτου δεύτερον ὀρθογώνιον ἔχον τὰς πλευράς του παραλλήλους πρὸς τὰς τοῦ πρώτου καὶ ἀπεχούσας $1\frac{1}{2}$ δακτ. τῶν πλευρῶν ἐκείνου.—3 Σύρατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένας τὰς διαμέσους τοῦ ἐσωτερικοῦ ὀρθογωνίου καὶ ἐνώσατε τὰ ἄκρα τῶν διαγωνίων τούτων.—4 Γράψατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ οὗτω κατασκευασθέντος ρόμβου δεύτερον ρόμβον ἔχοντα τὰς πλευράς του παραλλήλους πρὸς τὰς τοῦ πρώτου εἰς ἀπόστασιν $1\frac{1}{2}$ δακτύλου.—5 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς μεταξὺ τῶν ὀρθογωνίων καὶ μεταξὺ τῶν δύο ρόμβων.

23)—1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τρίγωνον ἰσόπλευρον (τρίγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει τὰς τρεῖς πλευράς του ἴσας) δίδοντες εἰς ἐκάστην αὐτῶν μήκος 12 δακτύλων.—2 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου εἰς τρία ἴσα μέρη.—3 Ἐνώσατε ἀνὰ δύο δι' εὐθείας γραμμῆς τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως τὰ πλησιέστατα εἰς ἐκάστην κορυφὴν καὶ προεκτείνατε τὰς γραμμὰς ταύτας ἐκάστης πλευρᾶς μέχρι συναντήσεως πρὸς ἀλλήλους.—4 Κατέχετε οὗτω δεύτερον τρίγωνον ἰσόπλευρον, τὸ ὁποῖον μετὰ τοῦ πρώτου σχηματίζει ἕξ μικρὰ ἰσόπλευρα τρίγωνα.—5 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς τὰ ἕξ ταῦτα μικρὰ τρίγωνα

24)—1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου τετράγωνον 15 δακτύλων πλευρᾶς.—2 Φέρατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένας τὰς δύο διαμέσους τοῦ τετραγώνου τούτου καὶ σύρατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτοῦ τετράγωνον τῶν 45^0 ἐνόνοντες τὰ ἄκρα ἐκάστης διαμέσου.—3 Γράψατε δεύτερον τετράγωνον τῶν 45^0 εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πρώτου, παράλληλον πρὸς αὐτὸ καὶ ἀπέχον $1\frac{1}{2}$ δακτ. τοῦ πρώτου.—4 Γράψατε νέον τετράγωνον εὐθὺ ἐντὸς τοῦ ἐσωτερικοῦ τετραγώνου τῶν 45^0 ἐνόνοντες ἀνὰ δύο τὰ μέσα τῶν πλευρῶν τούτων.—5 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς τὸ μικρὸν εὐθὺ τετράγωνον καὶ μεταξὺ τῶν δύο τετραγώνων τῶν 45^0 .

25)—1 Γράψατε ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου καὶ εἰς γραμμὰς ἐστιγμένας τετράγωνον 12 δακτύλων πλευρᾶς.—2 Ἐντὸς τοῦ τετραγώνου τούτου γράψατε ἐπίσης διὰ στιγμῶν τετράγωνον τῶν 45^0 ἐνόνοντες τὸ μέσον τῶν πλευρῶν τοῦ πρώτου τετραγώνου.—3 Διαιρέσατε ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τῶν 45^0 εἰς τρία ἴσα μέρη. Ἐνώσατε τὰ δύο σημεῖα τῆς διαιρέσεως ἐκάστης πλευρᾶς: 1ον μὲ τὴν ἀπέναντι κορυφὴν τοῦ πρώτου τετραγώνου. 2ον μὲ τὸ κέντρον τοῦ πρώτου τετραγώνου.—4 Σχηματίζεται ταιουτοτρόπως κόσμημα ροδοειδὲς μὲ τέσσαρας βραχίονας. Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς ἕκαστον βραχίονα.

26)—1 Γράψατε ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου τετράγωνον ἔχον ὡς πλευρὰν τὰ $\frac{4}{3}$ τοῦ μήκους τῆς μικρᾶς πλευρᾶς τοῦ φύλλου.—2 Γράψατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ τετραγώνου τούτου, τετράγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ μεγάλου.—3 Ἐνώσατε ἀνὰ δύο τὰς κορυφὰς τῶν μικρῶν τετραγώνων τὰς μὴ κειμένας ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ μεγάλου τετραγώνου. Ταυτοτρόπως κατασκευάζεται τετράγωνον ἐσωτερικόν.—4 Ἐντὸς τοῦ ἐσωτερικοῦ τούτου τετραγώνου γράψατε τετράγωνον τῶν 45^0 ἐνόνοντες τὰ μέσα τῶν πλευρῶν του ἀνὰ δύο.—5 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς ἐντὸς τῶν τεσσάρων μικρῶν τετραγώνων καὶ ἐντὸς τοῦ τετραγώνου τῶν 45^0 .

27)—1 Γράψατε ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου δι' ἐλευθέρως χειρὸς εἰς γραμμὴν πλήρη ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποῖου τὸ ὕψος, παράλληλον πρὸς τὰς μεγάλας πλευράς τοῦ φύλλου, νὰ εἶναι ἴσον μὲ 12 δακτύλους, ἡ βᾶσις δὲ αὐτὴ νὰ εἶναι τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ ὕψους.—2 Διαιρέσατε τὸ ὀρθογώνιον τοῦτο εἰς δύο ἴσα μέρη διὰ μιᾶς παραλλήλου πρὸς τὴν βᾶσιν.—3 Εἰς ἕκαστον ἡμίσει καὶ ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον γράψατε εἰς πλήρεις γραμμὰς τετράγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ νὰ εἶναι τὸ ἡμίσει τῆς βάσεως τοῦ ὀρθογωνίου.

28)—1 Γράψατε δι' ἐλευθέρως χειρὸς εἰς γραμμὰς πλήρεις καὶ ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποῖου ἡ βᾶσις, παράλληλος πρὸς τὰς μικρὰς πλευράς τοῦ φύλλου, νὰ εἶναι ἴση πρὸς 12 δακτύλους, τὸ δὲ ὕψος $1\frac{1}{2}$.

φορὰν μεγαλείτερον τῆς βάσεως.—2 Ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου τούτου γράψατε εἰς πλήρη γραμμὴν τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ βάση, παράλληλος πρὸς μίαν τῶν μικρῶν πλευρῶν, νὰ εὑρίσκηται εἰς ἀπόστασιν ἴσην πρὸς τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς πλευρᾶς ταύτης, τὰ δύο ἄκρα τῆς νὰ ἀπέχωσιν ἰσάκις καὶ ἡ τρίτη κορυφή, κειμένη ἐπὶ τῆς διαμέσου τοῦ ὀρθογωνίου εἰς ἴσου νὰ ἀπέχη τῆς μικρᾶς ἀνωτέρας πλευρᾶς.—3 Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ τριγώνου τούτου γράψατε δεύτερον τρίγωνον παράλληλον πρὸς τὸ πρῶτον καὶ ἀπέχον κατὰ $\frac{1}{3}$ τοῦ μήκους τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

29—1 Γράψατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμέναις δι' ἐλευθέραις χεῖρὸς ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τετράγωνον 12 δακτύλων παράλληλον πρὸς τὰς πλευρὰς τοῦ φύλλου.—2 Διαιρέσατε ἐλευθέρως τὰς πλευρὰς τοῦ τετραγώνου τούτου εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη καὶ σχηματίσατε πλακόστρωτον ἐκ δέκα ἕξ ἴσων τετραγωνιδίων, ἐνόνοντες ἀνὰ δύο τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἐκάστην πλευράν.—3 Ἐνώσατε τὰ τέσσαρα τετράγωνα τοῦ κέντρου εἰς ἓν μόνον τετράγωνον, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ θὰ σημειῶνται εἰς γραμμὰς πλήρεις. Τὸ τετράγωνον τοῦτο θὰ φέρῃ τὸν ἀριθμὸν 2.—4 Εἰς τὰ τέσσαρα γωνιαῖα τετραγωνίδια σύρατε τὴν διαγώνιον, ἡ ὁποία ἀντιμετωπίζει πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ μεγάλου τετραγώνου· εἰς τὰ ἄλλα δὲ ἄλλα, τὰ ὁποῖα στηρίζονται ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου τούτου γράψατε τὰς διαγώνιους ἀρχίζοντες ἀπὸ τὰς κοινὰς κορυφὰς τὰς κειμένας ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου ἀρ. 2.—5 Πλασιώσατε τὸ σχῆμα διὰ τετραγώνου, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ νὰ ἀπέχωσιν τῶν τοῦ ἄλλου κατὰ $\frac{1}{6}$ τῆς πλευρᾶς του.

30)—1 Γράψατε δι' ἐλευθέραις χεῖρὸς καὶ εἰς γραμμὰς πλήρεις ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου καὶ παραλλήλως πρὸς τὰς πλευρὰς τοῦ ὀρθογώνου, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους του, τοῦ τελευταίου τούτου ἴσουμένου πρὸς τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μήκους τῶν μεγάλων πλευρῶν τοῦ φύλλου.—2 Διαιρέσατε ἐλευθέρως ἐκάστην τῶν πλευρῶν εἰς δύο ἴσα μέρη καὶ ἐνώσατε τὰ σημεῖα ἀνὰ δύο κατὰ σειρὰν. Σχηματίζεται τοιοῦτοτρόπως σχῆμα, τοῦ ὁ-

ποῖου αἱ κορυφαὶ καίονται ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου. Εἶπατε τί εἶναι αὐτὸ τὸ σχῆμα.—3 Εἰς τὸ κέντρον τοῦ ὀρθογωνίου γράψατε εἰς γραμμὰς κατασκευῆς τετράγωνον, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ νὰ εἶναι παράλληλοι πρὸς τὰς τοῦ ὀρθογωνίου καὶ ἴσαι μὲ τὸ ἥμισυ τῆς μικροτέρας διαμέτρου τοῦ ὀρθογωνίου τούτου. Τῇ βοήθειᾳ τοῦ τετραγώνου τούτου γράψατε τὸ κεφαλαῖον γράμμα M. Τὸ γράμμα τοῦτο θὰ ἀποτελεῖται ἐκ παραλλήλων, τῆς ἐσωτερικῆς γραμμῆς ἀπεχούσης τῆς ἐξωτερικῆς κατὰ $\frac{1}{4}$ τοῦ ἡμιάξονος τοῦ τετραγώνου, οἱ ὀρθοὶ πόδες τοῦ γράμματος θὰ ἔχωσι τὰς γραμμὰς τῶν ἐξωτερικῶν ἐπὶ τῶν καθέτων πλευρῶν τοῦ περιεκλείοντος τετραγώνου.

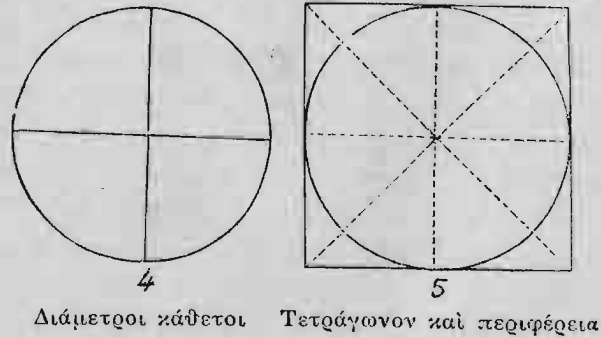
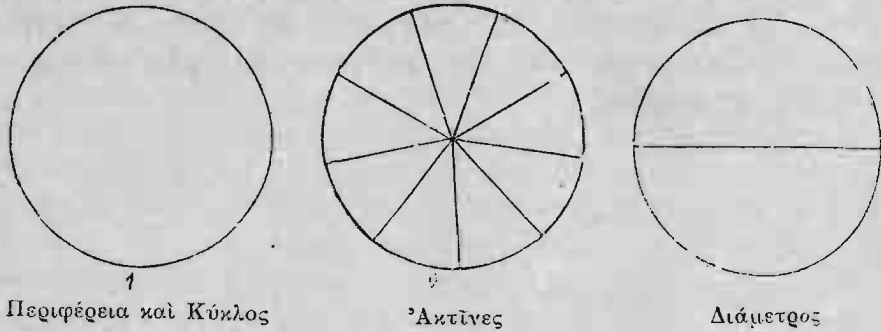


ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

ΑΚΤΙΣ, ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ, ΟΡΙΣΜΟΙ

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1) Γράψατε διὰ τοῦ διαβήτου περιφέρειαν μὲ ἀκτίνα 6 δακτύλων.
- 2) Γράψατε περιφέρειαν μὲ ἀκτίνα 9 δακτύλων.
- 3) Γράψατε περιφέρειαν μὲ ἀκτίνα 4 δακτύλων

4) Γράψατε δι' ἐλευθέρας χειρὸς περιφέρειαν ἐντὸς τετραγώνου 5 δακτύλων πλευρᾶς.

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ **περιφέρεια** εἶναι μία καμπύλη γραμμὴ κλειστή, τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα εὐρίσκονται εἰς ἴσην ἀπόστασιν ἀπ' ἐνὸς σημείου ἐσωτερικοῦ ὀνομαζομένου **κέντρου**.

Ἡ ἐπιφάνεια, ἡ περιοριζομένη ὑπὸ τῆς περιφερείας, ὀνομάζεται **κύκλος**.

Πᾶσα εὐθεῖα ἐνόουσα τὸ κέντρον μὲ σημεῖόν τι τῆς περιφερείας λέγεται **ἀκτίς**. Δύναται τις νὰ φέρῃ ἀπεριόριστον ἀριθμὸν ἀκτίνων εἰς μίαν περιφέρειαν καὶ πᾶσαι εἶναι ἴσαι.

Ἡ **διάμετρος** εἶναι μία εὐθεῖα, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου, καὶ τῆς ὁποίας τὰ ἄκρα εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς περιφερείας. Τὴν ὀνομάζουν **διάμετρον**, διότι διαίρει τὴν περιφέρειαν καὶ τὸν κύκλον, τὸν ὁποῖον περιορίζει, εἰς δύο ἴσα μέρη.

Ἡ διάμετρος ἰσοῦται μὲ δύο ἀκτίνας.

Δύο διάμετροι κάθετοι ἢ μὲν ἐπὶ τῆς δὲ διαιροῦσι τὴν περιφέρειαν καὶ τὸν κύκλον εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη.

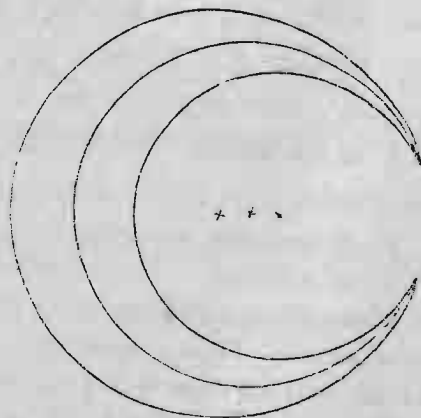
Διὰ νὰ γράψωμεν μίαν περιφέρειαν δι' ἐλευθέρας χειρὸς, πρέπει πρῶτον νὰ ὀρίσωμεν ὀκτὼ τοῦλάχιστον σημεῖα,

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζεται περιφέρεια;—Τί λέγεται κέντρον περιφερείας;—Τί λέγεται κύκλος;—Τί ὀνομάζεται: 1ον ἀκτίς, 2ον διάμετρος κύκλου;—Ποία εἶναι ἡ ιδιότης ὅλων τῶν ἀκτίνων τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἢ ἴσων κύκλων;—Ποίαν ἀξίαν ἔχει μία διάμετρος ἐν τῷ κύκλῳ ἢ ἴσων κύκλων;—Ποίαν ἀξίαν ἔχει μία διάμετρος ἐν τῷ κύκλῳ ἢ ἴσων κύκλων;—Πῶς κατασκευάζεται μία περιφέρεια τῆ βοηθῆν τετραγώνων;

διὰ τῶν ὁποίων πρέπει νὰ διέλθῃ. Πρὸς τοῦτο γράφομεν τετράγωνον. σύρομεν ἔπειτα τὰς διαγωνίους αὐτοῦ. Ἐκ τοῦ μέσου τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου φέρομεν μίαν κάθετον καὶ μίαν ὀριζόντιον αἱ εὐθεῖαι αὗται εἶναι αἱ δύο διαμέτραι τῆς ὑπὸ κατασκευῆν περιφερείας, ἣ ὁποία πρέπει νὰ διέλθῃ διὰ τῶν ἄκρων τῶν διαμέτρων τούτων ἐπὶ τῶν διαγωνίων τοῦ τετραγώνου λαμβάνομεν ἀπὸ τοῦ κέντρου τέσσαρα μήκη ἴσα μὲ τὸ ἕμισυ τῆς διαμέτρου· τοιοῦτοτρόπως κατέχομεν ὀκτὼ σημεῖα ἐνόνομεν τέλος διὰ κανονικῆς καμπύλης τὰ ὀκτὼ σημεῖα καὶ ἔχομεν τὴν ζητουμένην περιφέρειαν

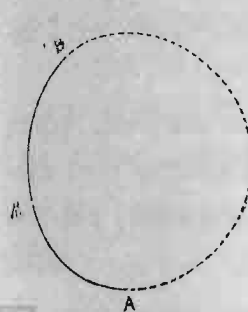
ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ. Ποίας διευθύνσεις δύναται νὰ λάβῃ ἡ εὐθεῖα γραμμὴ; — Πῶς σύρεται μία γραμμὴ ὀριζόντιος, κάθετος, πλαγία κλίνουσα πρὸς τὰ δεξιὰ, πλαγία κλίνουσα πρὸς τὰ ἀριστερά; — Πῶς διορθώνει τις μίαν γραμμὴν; — Πῶς πρέπει νὰ κρατῇ τις τὸ τετράδιον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἔργογραφεῖ; — Πῶς ἐν ἔργογράφημα τίθεται ἀκριβῶς εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου; — Ποῖαι γραμμαὶ λέγονται παράλληλοι;

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

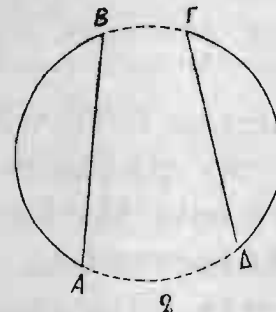


Τόξον, Χορδὴ, Ἐφαπτομένη, Διατέμνουσα.

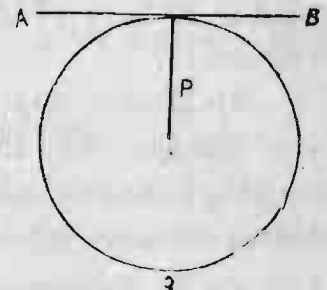
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Τόξον ΑΒΒ.

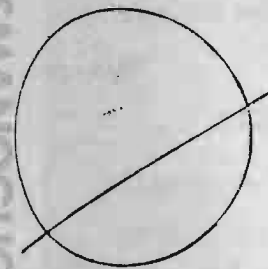


Χορδαὶ ΑΒ, ΓΔ.



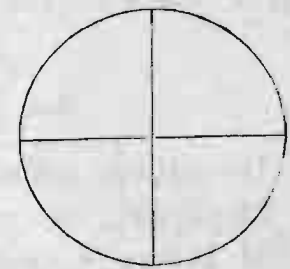
Ἐφαπτομένη ΑΒ.

Ἡ ἐφαπτομένη εἶναι κάθετος εἰς τὴν ἀκτίνα Ρ.



4

Διατέμνουσα



5

Ἡ περιφέρεια ἴσούται μὲ 360°

Ἐξέλεξις τῶν ἰδιοτήτων τῶν ἴσων χορδῶν
διὰ διπλώσεως, τῶν τῆς ἐφαπτομένης διὰ τοῦ γνώμονος.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Μὲ ἀκτίνα 7 δακτύλων γράψατε περιφέρειαν καὶ λάβετε ἐπὶ ταύτης τόξα 45°, 60°, 30°. Φέρατε τὰς χορδὰς τῶν τόξων τούτων.

2) Μὲ ἀκτίνα 5 δακτύλων γράψατε περιφέρειαν καὶ

λάβετε ἐπὶ ταύτης τόξα 45° , 60° , 30° . Φέρατε τὰς χορδὰς τῶν τόξων τούτων.

2) Μὲ ἀκτῖνα 5 δακτύλων γράψατε περιφέρειαν καὶ φέρατε τρεῖς χορδὰς 3 δακτύλων, 5 δακτύλων καὶ 7 δακτύλων.

3) Σύρατε περιφέρειαν 7 δακτύλων ἀκτίνος, φέρατε μίαν διατέμνουσαν εἰς τὴν περιφέρειαν ταύτην, μίαν ἐφαπτομένην παράλληλον πρὸς τὴν διατέμνουσαν καὶ μίαν ἀκτῖνα κάθετον ἐπὶ τῆς ἐφαπτομένης.

4) Μὲ διάμετρον 9 δακτύλων σύρατε περιφέρειαν φέρατε ἐπ' αὐτῆς μίαν διάμετρον καὶ μίαν χορδὴν σχηματίζουσαν μὲ τὴν διάμετρον ταύτην γωνίαν 60° . Φέρατε ἐφαπτομένην παράλληλον πρὸς τὴν χορδὴν ταύτην.

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ὄνομάζεται *τόξον* ἓν μέρος τῆς περιφερείας.

Τὸ μέγεθος τοῦ τόξου ἐκτιμᾶται εἰς *μοίρας*.

Ἡ εὐθεῖα, ἣ ὁποία ἐνώνει τὰ δύο ἄκρα τοῦ τόξου, ὀνομάζεται *χορδὴ*.

ΣΗΜ. 1 Εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἢ εἰς ἴσους κύκλους αἱ ἴσαι χορδαὶ ὑποτείνουσιν ἴσα τόξα.

Ὄνομάζεται *ἐφαπτομένη* ἢ *γραμμὴ*, ἣ ὁποία ἐγγίζει

ἘΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί λέγεται τόξον; — Πῶς ἐκτιμᾶται τὸ μέγεθος τόξου; — Τί λέγεται χορδὴ κύκλου; — Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἢ ἐντὸς κύκλων ἴσων ποίαν ιδιότητα ἔχουσιν αἱ ἴσαι χορδαί; — Τί ὀνομάζεται ἐφαπτομένη; — Ποία εἶναι ἡ ιδιότης τῆς ἐφαπτομένης ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἀκτῖνα, ἣ ὁποία περατοῦται εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἐπαφῆς; — Τί ὀνομάζεται διατέμνουσα; — Εἰς πόσας μοίρας διαιρεῖται

τὴν περιφέρειαν ἐξωτερικῶς εἰς ἓν μόνον σημεῖον, τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται *σημεῖον ἐπαφῆς*.

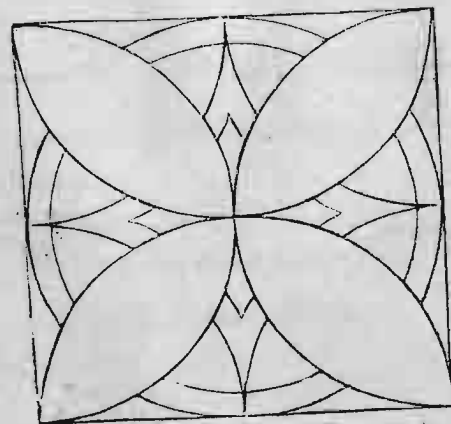
Ὄνομάζεται *διατέμνουσα* ἢ *γραμμὴ*, ἣ ὁποία τέμνει τὴν περιφέρειαν εἰς δύο σημεῖα.

ΣΗΜ. 2. Ἡ ἐφαπτομένη εἶναι κάθετος εἰς τὴν ἀκτῖνα, ἣ ὁποία περατοῦται εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς.

Ἡ περιφέρεια ἰσοῦται μὲ 360° μοίρας.

ΕΠΙΧΑΛΗΨΙΣ. Τί λέγονται *γωνία*; — Πῶς λέγονται αἱ *γραμμαί*, αἱ ὁποῖαι σχηματίζουσι τὴν γωνίαν; — Πῶς σημειοῦσι μίαν γωνίαν; — Πῶς ἀναγινώσκεται μία γωνία; Πόσα εἶδη γωνιῶν ὑπάρχουσι; — Πῶς ἐκτιμᾶται μία γωνία; Πότε λέγομεν, ὅτι μία γωνία εἶναι *διπλασία* ἄλλης, *τριπλασία*, *μικροτέρα*;

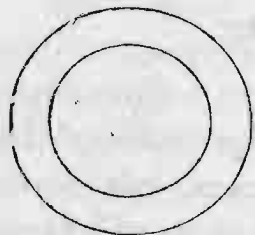
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ἐλάχιστη περιφέρεια; — Πόσας μοίρας περιλαμβάνει τὸ τρίτον τῆς περιφερείας.

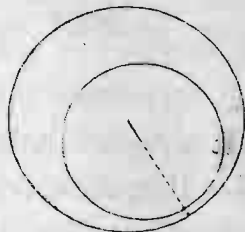
**Περιφέρειαι ομόκεντροι, ἐκκεντρικαί, ἐφαπτόμεναι,
τέμνουσαι. ἐξωτερικαί.**

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



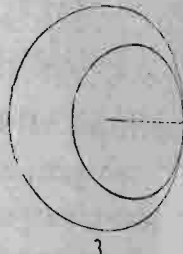
1

Περ. Ὀμόκεντροι

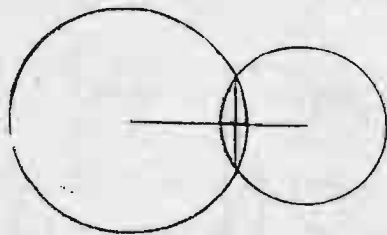


2

Περ. Ἐκκεντρικαί

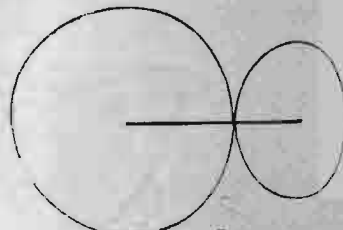


3

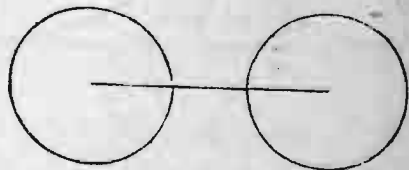
Περιφ. Ἐφαπτόμεναι
ἐσωτερικῶς

4

Περιφ. Τέμνουσαι



5

Περιφ. Ἐφαπτόμεναι
ἐξωτερικῶς

Περιφέρειαι ἐξωτερικαί

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Σύρατε δύο περιφέρειας ομόκεντρος, μίαν 8 δακτύλων καὶ τὴν ἄλλην 6 δακτύλων.

2) Σύρατε δύο περιφέρειας ἐκκεντρικῶς, μίαν 5 δακτύλων καὶ τὴν ἄλλην 8 δακτύλων διαμέτρου. Αἱ δύο αὗται περιφέρειαι εἰς τὸ πλησιέστερον αὐτῶν μέρος θὰ ἀπέχωσιν 1 δάκτυλον.

3) Σύρατε δύο περιφέρειας ἐφαπτομένης ἐσωτερικῶς, τὴν μίαν μὲ ἀκτῖνα 4 δακτύλων καὶ τὴν ἄλλην 2 δακτύλων.

4) Σύρατε δύο περιφέρειας ἐφαπτομένης ἐξωτερικῶς, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία θὰ ἔχῃ ἀκτῖνα 7 δακτύλων, ἡ δὲ ἄλλη ἴσην πρὸς τὰ τρία τέταρτα τῆς πρώτης.

5) Σύρατε δύο τεμνούσας περιφέρειας μὲ κοινὴν χορδὴν 3 δακτύλων. Ἡ μία περιφέρεια θὰ ἔχῃ ἀκτῖνα 5 δακτύλων.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Δύο περιφέρειαι, αἱ ὁποῖαι ἔχουσι τὸ αὐτὸ κέντρον, λέγονται **ομόκεντροι**.

Δύο περιφέρειαι, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία περικλείει τὴν ἄλλην, καὶ αἱ ὁποῖαι οὐδὲν σημεῖον ἐπαφῆς ἔχουσιν οὐδὲ τὸ αὐτὸ κέντρον, λέγονται **ἐκκεντρικαί**.

Δύο περιφέρειαι, αἱ ὁποῖαι ἐφάπτονται εἰς ἓν σημεῖον.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί λέγονται περιφέρειαι ομόκεντροι, ἐφαπτόμεναι, ἐκκεντρικαί; — Τί λέγονται περιφέρειαι τέμνουσαι, ἐξωτερικαί; — Πῶς ὀνομάζεται ἡ γραμμὴ, ἡ ὁποία ἐνώνει τὰ κέντρα δύο περιφερειῶν; — Ποίας ιδιότητος ἔχει ἡ κοινὴ χορδὴ εἰς δύο τεμνούσας περιφέρειας; — Ποίας ιδιότητος ἔχει ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων εἰς τὰς ἐφαπτομένης περιφέρειας; — Τί λέγονται ἐξωτερικαί περιφέρειαι;

ονομάζονται *έφαπτόμεναι*. Ὑπάρχουσιν *έφαπτόμεναι έσωτερικῶς καὶ έφαπτόμεναι έξωτερικῶς*.

Δύο περιφέρειαι, αὶ ὅποια τέμνουσιν *άλληλάς*, λέγονται *τέμνουσαι*.

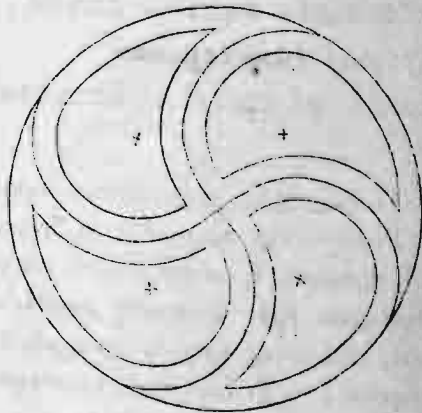
Δύο περιφέρειαι λέγονται *έξωτερικαί*, όταν ἡ μία ἐκ περικλείῃ τὴν ἄλλην, οὔτε *έφάπτωνται* εἰς σημεῖόν τι.

ΣΗΜ. Ἡ γραμμὴ ἢ ὅποια ἐνώνει τὰ κέντρα δύο περιφερειῶν λέγεται *γραμμὴ τῶν κέντρων*.

Ὅταν δύο περιφέρειαι εἶναι *έφαπτόμεναι*, ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων διέρχεται διὰ τοῦ σημείου τῆς *έπαφῆς*.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ. Τί εἶναι τὸ *τετράπλευρον*; — Τὸ *παραλληλόγραμμον*; — Πῶς ὀνομάζονται αὶ *πaráλληλοι πλευραὶ* τοῦ *παραλληλογράμμου*; — Τί εἶναι τὸ *τετράγωνον*, τὸ *ὀρθογώνιον*; — Τί λέγονται *διαγώνιοι* *τετραπλεύρου*; — Πῶς ἄλλως λέγονται αὶ *διαγώνιοι* τοῦ *ρόμβου*; — Τί λέγονται *διαμέσοι* τοῦ *παραλληλογράμμου*; — Τί λέγεται *τρίγωνον*; — Πῶς λέγονται *πλευραὶ* τοῦ *τριγώνου*; — Τί λέγεται *διχοτόμος*; — Πόσων εἰδῶν *τρίγωνα* ὑπάρχουσι; — Τί λέγεται *τραπέζιον*; — Ποία λέγεται *μεγάλῃ* καὶ *μικρᾷ* *βάσει* τοῦ *τραπέζιου*.

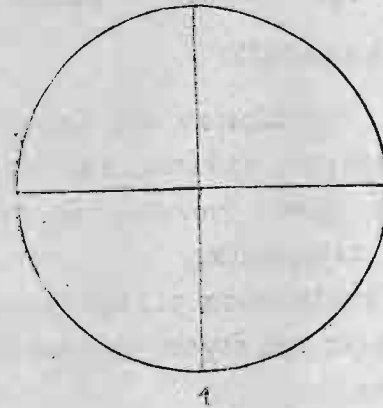
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



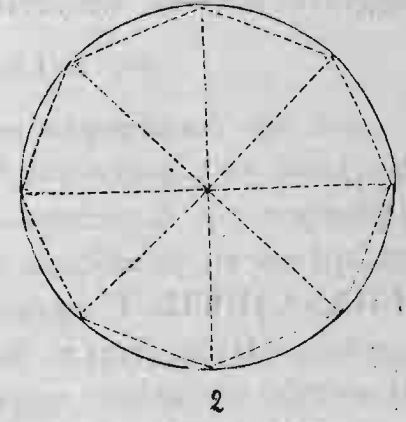
Η ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ

Διαιρέσεις περιφερείας εἰς 4, 8 ἴσα μέρη.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Διαιρέσεις τῆς περιφερείας εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη.



Διαιρέσεις τῆς περιφερείας εἰς ὀκτώ ἴσα μέρη.

Νὰ *έξελεγχθῇ* ἡ *ισότης* τῶν *διαιρέσεων* διὰ τοῦ *διαβήτου* (*τόξα* ὑποτεινόμενα διὰ τῶν ἴσων *χορδῶν*).

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Διαίρεσατε περιφέρειαν 6 δακτύλων ἀκτίνος εἰς ὀκτώ ἴσα μέρη.

2) Σύρατε περιφέρειαν *έφαπτομένην* εἰς τὰς πλευρὰς *τετραγώνου* 6 δακτύλων. Διαίρεσατε τὴν περιφέρειαν ταύτην εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη τῇ *βοηθείᾳ* τῶν *διαμέσων* τοῦ *τετραγώνου* καὶ σύρατε *δευτέραν* περιφέρειαν *έφαπτομένην* εἰς τὰς *πλευρὰς* τοῦ οὔτω *κατασκευασθέντος* νέου *τετραγώνου*.

3) Σύρατε δύο περιφερείας *ὁμοκέντρους*, τὴν μίαν με ἀκτῖνα 5 δακτύλων καὶ τὴν ἄλλην 3 δακτύλων. Διαίρε-

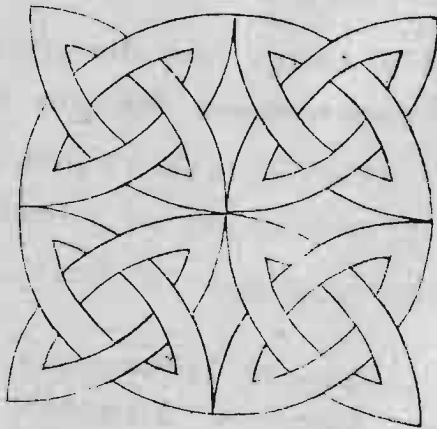
σάτε τὴν μικροτέραν εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη, καὶ τὴν μεγαλει-
τέραν ἐπίσης εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη οὕτως, ὥστε αἱ διὰ τῶν
σημείων τῆς διαιρέσεως φερόμεναι χορδαὶ τῆς μεγάλης νὰ
εἶναι κάθετοι εἰς τὰς προεκτεταμένας ἀκτῖνας, αἱ ὅποια
διέρχονται διὰ τῶν διαιρέσεων τῆς μικρᾶς. Ἑρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Διὰ νὰ διαιρέσωμεν μίαν περιφέρειαν εἰς ὀκτὼ ἴσα
μέρη, ἀρκεῖ νὰ φέρωμεν δύο διαμέτρους κάθετους καὶ ἔπειτα
νὰ φέρωμεν τὴν διχοτόμον τῶν ὀρθῶν γωνιῶν, τῶν σχη-
ματιζομένων εἰς τὸ κέντρον τῆς περιφέρειας.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ. Τί λέγεται ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου
τριγώνου;—Ποῖαι εἶναι αἱ ιδιότητες τῶν διχοτόμων καὶ δια-
γωνίων ἑνὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου;

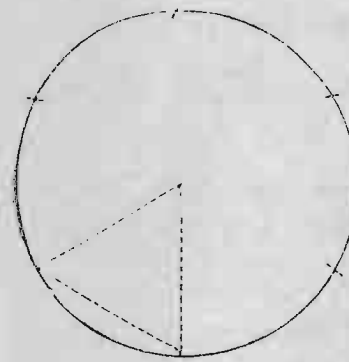
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Δύο διάμετροι κάθετοι πῶς διαιροῦσι τὴν περι-
φέρειαν;— Πῶς διαιρεῖται μία περιφέρεια εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη;—
Ὅταν μία περιφέρεια ἐγγράφηται ἐντὸς τετραγώνου, ποῖαι γραμμῆαι
τοῦ τετραγώνου τούτου σημειοῦσι τὴν διαιρέσιν τῆς περιφέρειας εἰς
τέσσαρα ἴσα μέρη;

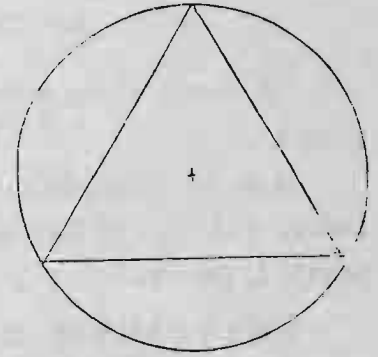
Διαιρέσεις περιφέρειας εἰς 3 καὶ 6 ἴσα μέρη.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



1

Διαιρέσεις τῆς περιφέρειας
εἰς 6 ἴσα μέρη.



2

Διαιρέσεις τῆς περιφέρειας
εἰς τρία ἴσα μέρη

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Νὰ διαιρέσητε εἰς τρία ἴσα μέρη περιφέρειαν ἔχου-
σαν ἀκτίνα 5 δακτύλων.

2) Διαιρέσατε εἰς 6 ἴσα μέρη περιφέρειαν ἔχουσαν
ἀκτίνα 4 δακτύλων.

3) Σύρατε δύο περιφέρειας ὁμοκέντρους 3 δακτύλων
καὶ 5 δακτύλων ἀκτίνας καὶ διαιρέσατε αὐτὰς εἰς τρία ἴσα
μέρη οὕτως, ὥστε αἱ ἀκτῖνες, αἱ ὅποια διέρχονται διὰ τῶν
σημείων τῶν διαιρέσεων τῆς μιᾶς νὰ διέρχονται καὶ διὰ
τῶν τῆς ἄλλης.

4) Σύρατε δύο περιφέρειας ὁμοκέντρους 4 δακτύλων
καὶ 6 δακτύλων ἀκτίνας, διαιρέσατε αὐτὰς εἰς τρία ἴσα μέρη
εἰς τρόπον ὥστε αἱ ἀκτῖνες αἱ διερχόμεναι διὰ τῶν σημείων
τῶν διαιρέσεων τῆς μεγάλης περιφέρειας νὰ εἶναι κάθετοι

ἐπὶ τῶν χορδῶν, αἵτινες ἐνόησαν τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως τῆς μικρᾶς περιφερείας.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

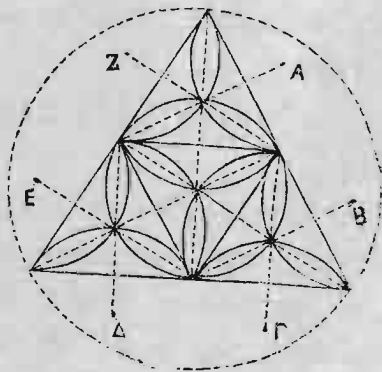
Ἡ ἀκτὶς εἰσέρχεται ἀκριβῶς ἕξ φορές εἰς τὴν περιφέρειαν.

Διὰ τὴν διαιρέσιν τῆς περιφερείας εἰς τρία ἴσα μέρη ἐνόησαν ἀνά δύο τὰ σημειούμενα σημεῖα κατὰ τὴν προηγουμένην ἐργασίαν.

ΕΠΙΛΑΛΗΨΙΣ. Ποῖαι εἶναι αἱ ιδιότητες τῶν διαγωνίων τοῦ τετραγώνου, τοῦ ὀρθογωνίου; — Ποῖαι εἶναι αἱ ιδιότητες τῶν διαγωνίων τοῦ ῥόμβου;

Τί ὀνομάζεται σμίκρυνσις καὶ μεγάλυνσις ἐν τῇ ἀπεικόνισι ἐνὸς ἀντικειμένου;

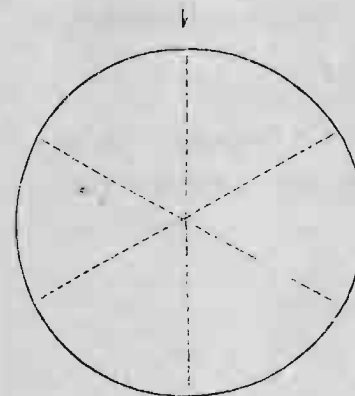
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



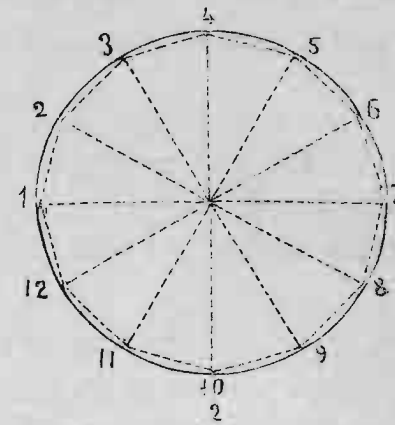
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ποσάκις ἀκριβῶς ἡ ἀκτὶς περιφερείας περιέχεται εἰς τὴν περιφέρειαν ταύτην; — Πῶς διαιρεῖται περιφέρεια εἰς ἕξ ἴσα μέρη; — Πῶς διαιρεῖται περιφέρεια εἰς τρία ἴσα μέρη; — Τί σχῆμα σχηματίζεται, ὅταν ἐνώσῃ τις δύο μὲ δύο τὰ ἕξ σημεῖα τῆς διαιρέσεως περιφερείας;

Διαίρεσις περιφερείας εἰς 12 ἴσα μέρη.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Διαίρεσις τῆς περιφερείας εἰς ἕξ ἴσα μέρη.



Διαίρεσις τῆς περιφερείας εἰς δώδεκα ἴσα μέρη.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Διαιρέσατε περιφέρειαν 8 δακτύλων διαμέτρου εἰς δώδεκα ἴσα μέρη.

2) Διαιρέσατε εἰς ἕξ ἴσα μέρη περιφέρειαν 6 δακτύλων ἀκτίνος. Ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως μὲ τὸ κέντρον εἰς τὸ ἄκρον ἐκάστης ἀκτίνος σύρατε ἐφαπτομένην εἰς τὴν περιφέρειαν ταύτην καὶ ἐνώσατε τὸ κέντρον μὲ τὰς κορυφὰς τῶν γωνιῶν τῶν σχηματιζομένων ἐκ τῆς συναντήσεως τῶν ἐφαπτομένων.

3) Σύρατε δύο περιφερείας ὁμοκέντρον 5 δακτύλων καὶ 3 δακτύλων ἀκτίνος. Διαιρέσατε τὴν μικρὰν περιφέρειαν εἰς τρία ἴσα μέρη, ἐνώσατε τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως καὶ φέρετε τὰ ὕψη τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος ἰσοπλεύρου τριγώνου μέχρι τῆς συναντήσεώς των μὲ τὴν δευ-

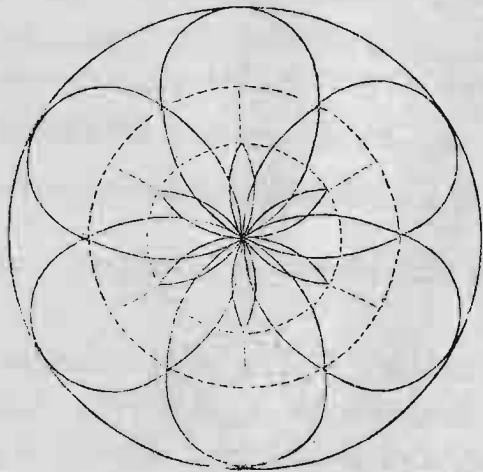
τέραν περιφέρειαν (ἕκαστον ὕψος προεκτεινόμενον θὰ τέμνῃ τὴν περιφέρειαν εἰς δύο σημεῖα). Εἰς πόσα μέρη διηρέθη ἡ μεγάλη περιφέρεια;

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Διὰ τὴν διαιρέσιν τῆς περιφέρειαν εἰς δώδεκα ἴσα μέρη, τὴν διαιρεῖ πρῶτον εἰς ἕξ ἴσα μέρη καὶ κατόπιν ἕκαστον τόξον εἰς δύο ἴσα μέρη.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



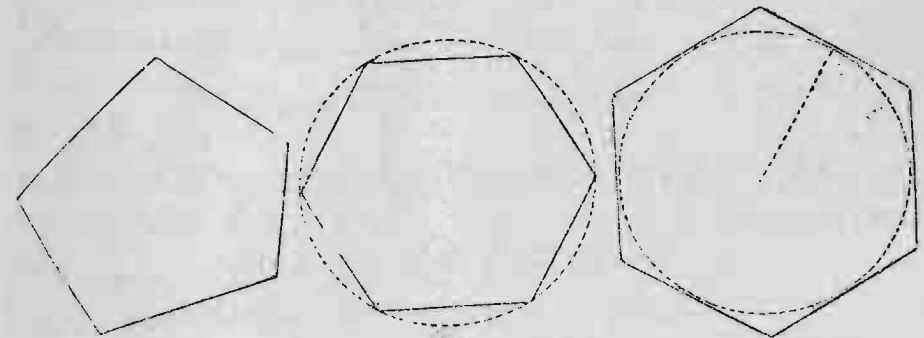
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς διαιρεῖται μία περιφέρεια εἰς 12 ἴσα μέρη
— Ὄταν μία περιφέρεια ὁμόκεντρος εἶναι διηρημένη εἰς ἀριθμὸν τινα ἴσων μερῶν, τί θὰ συμβῇ, ἐάν ἐνώσῃ τις τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως μὲ τὸ κέντρον καὶ προεκτείνῃ τὰς οὕτω κατασκευασθείσας γραμμὰς μέχρι τῆς συναντήσεώς των μὲ τὴν ἄλλην περιφέρειαν;—
Πῶς λέγεται τὸ πολύγωνον τὸ σχηματιζόμενον ἐκ τῆς ἀνά δύο ἐνώσεως τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως; (σχ. 2.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

ΠΟΛΥΓΩΝΑ

Πολύγωνα κανονικὰ ἑξάγωνα, οκτάγωνα, δωδεκάγωνα

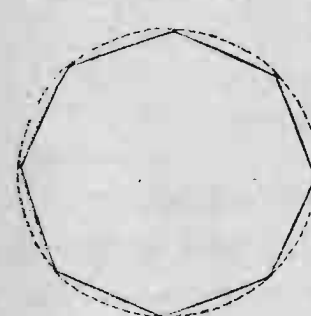
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



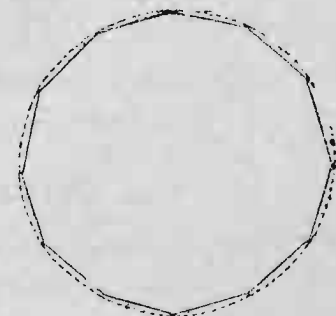
1
Πολύγωνον ἀκανόνιστον

2
Ἑξάγωνον κανονικὸν ἐγγεγραμμένον

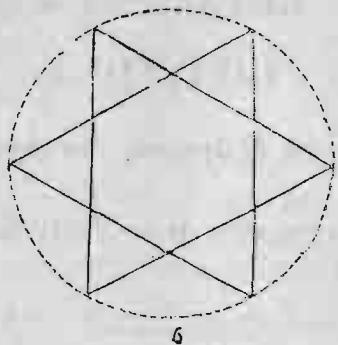
3
Ἑξάγωνον κανονικὸν περιγεγραμμένον



4
Ὀκτάγωνον κανονικὸν ἐγγεγραμμένον



5
Δωδεκάγωνον κανονικὸν ἐγγεγραμμένον



Ἐξάγωνον κανονικὸν ἄστεροειδές

ΣΗΜ. Ἐξελέγξατε τὴν ἰσότητα τῶν γωνιῶν διὰ τοῦ μοιρογνωμονίου.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1). Κατασκευάσατε ἑξάγωνον κανονικὸν ἐγγεγραμμένον ἐντὸς κύκλου 4 δακτύλων ἀκτίνος.
- 2). Κατασκευάσατε ἑξάγωνον κανονικὸν περιγεγραμμένον εἰς κύκλον 5 δακτύλων ἀκτίνος.
- 3). Κατασκευάσατε δωδεκάγωνον κανονικὸν ἄστεροειδές ἐγγεγραμμένον ἐντὸς κύκλου 6 δακτύλων ἀκτίνος.
- 4). Κατασκευάσατε δωδεκάγωνον κανονικὸν περιγεγραμμένον εἰς κύκλον 6 δακτύλων ἀκτίνος.

Ἑρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΛΙΩΣΙΣ

Πολύγωνον ὀνομάζεται ἡ ἐπιφάνεια ἢ περιοριζομένη ὑπὸ πολλῶν εὐθειῶν, αἱ ὁποῖαι συναντῶνται καὶ σχηματίζουνσι πολλὰς γωνίας.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζεται πολύγωνον; — Τί λέγονται πλευραὶ τοῦ πολυγώνου; — Πῶς ὀνομάζονται ὅλαι αἱ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου; — Τί ὀνομάζεται πολύγωνον κανονικόν, ἀκανόνιστον; — Τί ὀνομάζεται πολύγωνον ἐγγεγραμμένον; — Τί ὀνομάζεται πολύγωνον περιγεγραμ-

Αἱ εὐθεῖαι τοῦ πολυγώνου λέγονται **πλευραὶ** αὐτοῦ. Ὅλαι αἱ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου ὀνομάζονται **περίμετρος τοῦ πολυγώνου**.

Τὸ πολύγωνον λέγεται **κανονικόν**, ὅταν ὅλαι αἱ πλευραὶ τοῦ καὶ ὅλαι αἱ γωνίαι τοῦ εἶναι ἴσαι. Ἐν ἐναντία περιπτώσει λέγεται **ἀκανόνιστον**.

Ἐν κανονικόν πολύγωνον δύναται νὰ ἐγγραφῆ ἐντὸς κύκλου ἢ νὰ περιγραφῆ περίξ κύκλου εἶναι **ἐγγεγραμμένον** εἰς κύκλον, ὅταν ὅλαι αἱ κορυφαὶ τοῦ κεῖνται ἐπὶ τῆς περιφέρειας εἶναι **περιγεγραμμένον** περίξ κύκλου, ὅταν ὅλαι αἱ πλευραὶ τοῦ εἶναι ἐφαπτόμεναι εἰς τὴν περιφέρειαν.

Τὰ πολύγωνα φέρουσι διάφορα ὀνόματα ἀναλόγως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πλευρῶν καὶ τῶν γωνιῶν τῶν.

Ὀνομάζεται **πεντάγωνον** ἐκεῖνο, τὸ ὅποιον ἔχει πέντε πλευρὰς καὶ πέντε γωνίας.

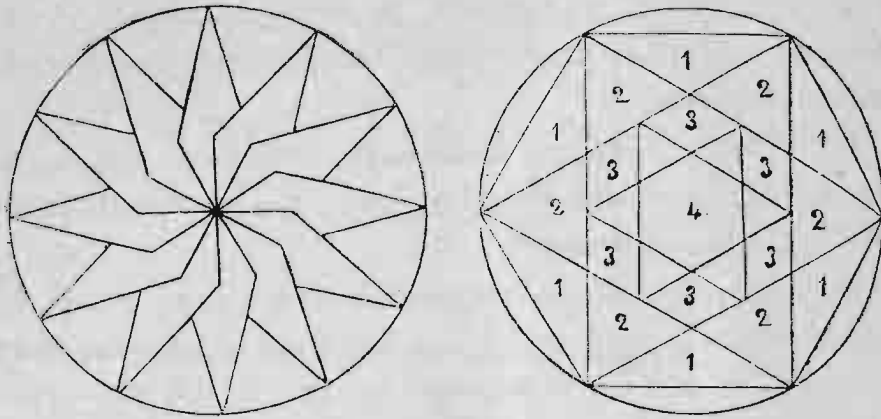
Ὀνομάζεται **ἑξάγωνον** ἐκεῖνο, τὸ ὅποιον ἔχει ἕξ πλευρὰς καὶ ἕξ γωνίας.

Ἐπτάγωνον, ὀκτάγωνον, ἐννεάγωνον, δεκάγωνον κτλ.

Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν κανονικόν πολύγωνον οἷουδήποτε ἀριθμοῦ πλευρῶν, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὴν περιφέρειαν εἰς ἀριθμὸν οἷουδήποτε ἴσων μερῶν καὶ νὰ ἐνώσωμεν ἐν πρὸς ἐν τὰ σημεῖα τῆς διαίρέσεως ἐνόησαντες αὐτὰ δύο μὲ δύο σχηματίζομεν πολύγωνον ἄστεροειδές ὁμώνυμον.

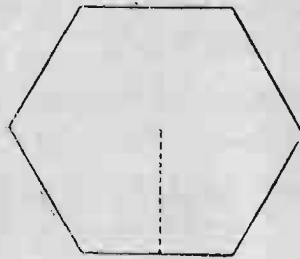
μένον; — Πόθεν ἐξαρτᾶται τὸ ὄνομα ἐκάστου πολυγώνου; — Ποῖον ὄνομα ἀποδίδεται εἰς ἓν πολύγωνον: 1ον μὲ πέντε πλευρὰς; 2ον μὲ ἕξ πλευρὰς; 3ον μὲ ὀκτὼ πλευρὰς; 4ον μὲ δέκα πλευρὰς; — Πῶς δύναται τις νὰ κατασκευάσῃ: 1ον ἓν κανονικόν πολύγωνον ἑξάγωνον, ὀκτάγωνον, δωδεκάγωνον; 2ον πολύγωνον ἄστεροειδές ἑξάγωνον, ὀκτάγωνον, δωδεκάγωνον;

1ov. ΕΦΑΡΜΟΓΗ.



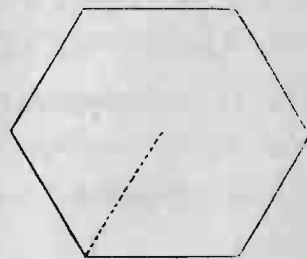
Ἄκτις καὶ κάθετος κανονικοῦ πολυγώνου

1ov. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



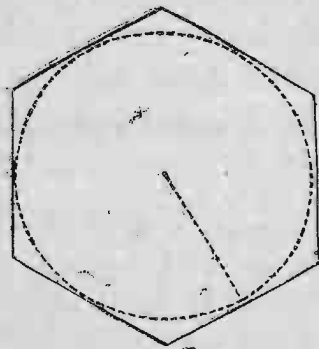
1

Κάθετος



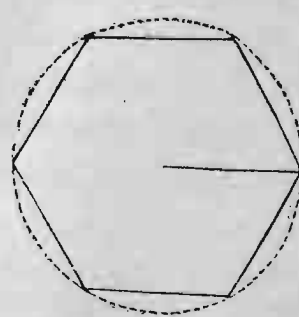
2

Ἄκτις



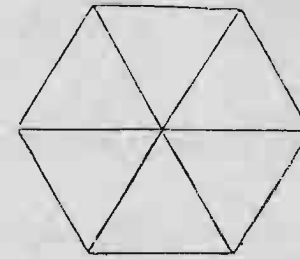
3

Περιφέρεια ἐγγεγραμμένη διὰ τῆς καθέτου ὡς ἀκτίνος



4

Περιφέρεια περιγεγραμμένη διὰ τῆς ἀκτίνος τοῦ πολυγώνου



5

Ἀποσύνθεσις τοῦ πολυγώνου εἰς τρίγωνα ἴσα

Ἐξελέγξατε τὴν ἰσότητα τῶν τριγώνων (σχ. 5) διὰ διατομῆς. Ἐξελέγξατε τὴν ἰσότητα τῶν καθέτων.

2ov. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

3) Κατασκευάσατε ἐξάγωνον κανονικὸν ἐντὸς κύκλου ἀκτίνος 2 δακτύλων. Ἐκ τοῦ κέντρου φέρατε καθέτους εἰς (μέσον) ἐκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ ἐξαγώνου. Μὲ ἀκτίνια διπλασίαν τῆς καθέτου ταύτης γράψατε περιφέρειαν ὁμόκεντρον τῆς πρώτης. Ἐπεκτείνατε τὰς καθέτους τοῦ ἐξαγώνου μέχρι τῆς συναντήσεώς των μὲ τὴν μεγάλην περιφέρειαν. Διὰ τῶν σημείων τῆς συναντήσεως γράψατε μὲ ἀκτίνια ἴσην πρὸς τὴν τοῦ ἐξαγώνου ἕξ κύκλους, ἐντὸς τῶν ὁποίων θὰ ἐγγράψητε ἕξ νέα ἐξάγωνα, ἔχοντα τὴν μίαν πλευρὰν κοινὴν μὲ τὸ πρῶτον.

1) Κατασκευάσατε κανονικὸν ἐξάγωνον 4 δακτύλων πλευρᾶς.

2) Κατασκευάσατε ὀκτάγωνον κανονικὸν ἐγγεγραμμένον

εἰς κύκλον· ἢ πλευρὰ τοῦ πολυγώνου τούτου θὰ ἔχη μήκος \propto δακτύλων.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Ἡ κάθετος, ἢ φερομένη ἐκ τοῦ κέντρου κανονικοῦ πολυγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν του, διαιρεῖ τὴν πλευρὰν ταύτην εἰς δύο ἴσα μέρη.

Αἱ κάθετοι αὗται εἰς πᾶν κανονικὸν πολύγωνον εἶναι ἴσαι.

Ἡ περιφέρεια, ἢ διαγραφομένη μετὰ τὴν κάθετον ταύτην ὡς ἀκτῖνα, εἶναι ἐφαπτομένη εἰς ὅλας τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου.

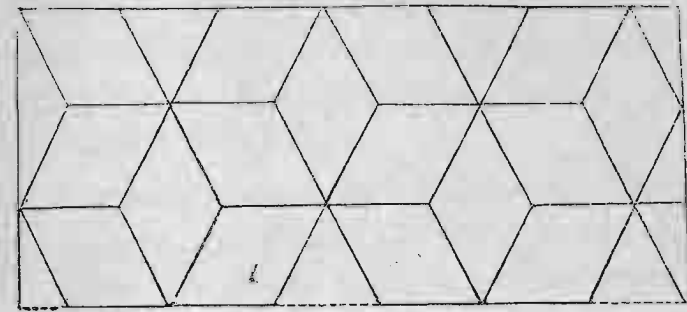
Ἄκτις κανονικοῦ πολυγώνου λέγεται ἡ γραμμὴ, ἢ ἐνόησασα τὸ κέντρον μετὰ μίαν τῶν κορυφῶν τοῦ πολυγώνου. Ὅλαί αἱ ἀκτῖνες αὗται εἶναι ἴσαι.

Ἡ διὰ τῆς ἀκτίνος ταύτης διαγραφομένη περιφέρεια εἶναι περιγεγραμμένη εἰς τὸ πολύγωνον.

Ἐὰν ἐνώσωμεν τὰς κορυφὰς τοῦ πολυγώνου μετὰ τὸ κέντρον ἀποσυνθέτομεν τὸ πολύγωνον εἰς τρίγωνα ἴσα.

ἘΡΩΤΗΣΕΙΣ. Εἰς πᾶν κανονικὸν πολύγωνον ποία εἶναι ἡ ιδιότης τῆς καθέτου ἐπιτῆς πλευρᾶς του: 1ον ἐν σχέσει πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου; 2ον ἐν σχέσει πρὸς τὰς ἄλλας καθέτους τοῦ αὐτοῦ πολυγώνου;— Ποίαν ιδιότητα ἔχει ἡ περιφέρεια ἢ διαγεγραμμένη μετὰ τὴν κάθετον ἑνὸς κανονικοῦ πολυγώνου;— Τί ὀνομάζεται ἀκτις κανονικοῦ πολυγώνου;— Τί εἶναι αἱ ἀκτῖνες κανονικοῦ πολυγώνου;

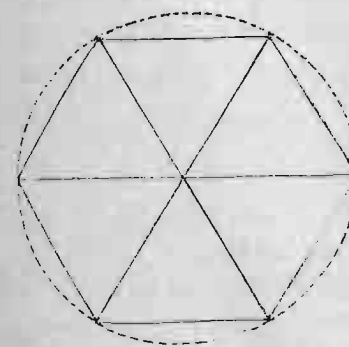
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



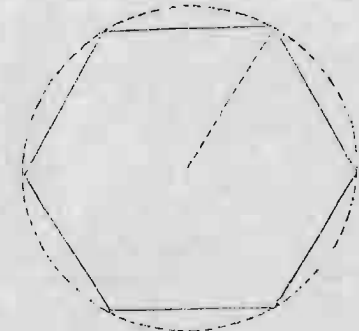
Πολύγωνα κανονικά.

Γωνία τοῦ κέντρου καὶ Γωνία τῆς κορυφῆς

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

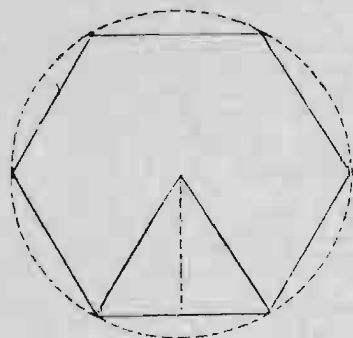


1
Γωνία τοῦ κέντρου

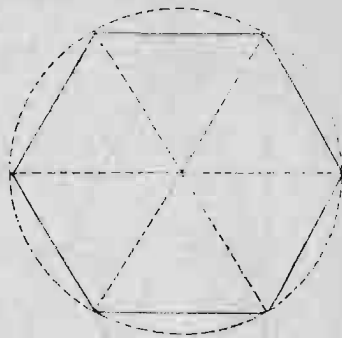


2
Ἄκτις διχοτόμος
τῆς γωνίας τῆς κορυφῆς

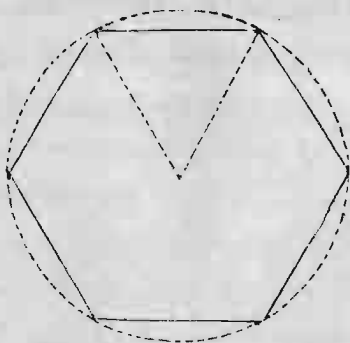
— Ποίαν ιδιότητα ἔχει ἡ περιφέρεια ἢ διαγεγραμμένη μετὰ τὴν ἀκτῖνα ἑνὸς κανονικοῦ πολυγώνου;— Εἰς τί διαιρεῖται ἓν πολύγωνον, ὅταν ἐνώσῃ τις ὅλας τὰς κορυφὰς του μετὰ τὸ κέντρον;



3
Κάθετος διχοτόμος
τῆς γωνίας τοῦ κέντρου



4
Μέγεθος τῆς γωνίας τοῦ κέντρου
παντὸς κανονικοῦ πολυγώνου



5
Ὑπολογισμὸς τῆς γωνίας τῆς κορυφῆς
παντὸς κανονικοῦ πολυγώνου

Ἐξελέγξατε τὴν ἰσότητα τῶν γωνιῶν τοῦ κέντρου, τὴν ιδιότητα τῆς καθέτου, τῆς διχοτόμου τῆς γωνίας τοῦ κέντρου καὶ τὴν ιδιότητα τῆς ἀκτίνος διχοτόμου τῆς γωνίας τῆς κορυφῆς.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου

1) Κατασκευάσατε κανονικὸν πολύγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ γωνία τοῦ κέντρου νὰ εἶναι 45° .

2) Κατασκευάσατε κανονικὸν πολύγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ γωνία τοῦ κέντρου νὰ εἶναι $22,5^\circ$.

3) Κατασκευάσατε κανονικὸν πολύγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ γωνία τῆς κορυφῆς νὰ εἶναι 135° καὶ ἡ ἀκτίς τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου 6 δακτύλων.

4) Κατασκευάσατε κανονικὸν πολύγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ γωνία τῆς κορυφῆς νὰ εἶναι 135° καὶ ἡ κάθετος 4 δακτύλων. Ἐν ἄλλο, τοῦ ὁποῖου ἡ γωνία τῆς κορυφῆς νὰ εἶναι 135° καὶ ἡ κάθετος 6 δακτύλων.

Ἐρωτήσεις.

3ον ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Αἱ διὰ τῶν ἀκτίνων τοῦ πολυγώνου σχηματιζόμεναι εἰς τὸ κέντρον γωνίαι εἶναι ἴσαι. Τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν τούτων ἰσοῦται μὲ τέσσαρας γωνίας ὀρθάς. Εἶναι εὐκόλον νὰ ὀρίσῃ τις τὸ ἀνοίγμα ἐκάστης τῶν γωνιῶν τούτων. Ἡ εἰς τὸ κέντρον γωνία παντὸς κανονικοῦ ἑξαγώνου ἰσοῦται μὲ $\frac{360}{6}^\circ$ ἢ 60° . Ἡ εἰς τὸ κέντρον γωνία παντὸς κανονικοῦ πενταγώνου ἰσοῦται μὲ $\frac{360}{5}^\circ$ ἢ 72° . Ἡ τοῦ ὀκταγώνου μὲ $\frac{360}{8}^\circ$ ἢ 45° κτλ.

Ἄρκει λοιπὸν νὰ κατασκευάσῃ τις μίαν τοιαύτην γω-

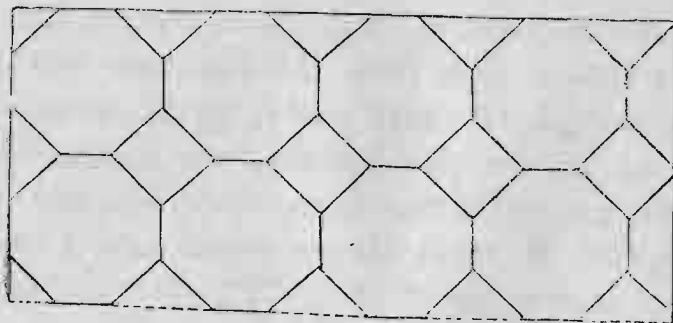
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Ποία εἶναι ἡ ιδιότης ὄλων τῶν γωνιῶν τῶν σχηματιζομένων εἰς τὸ κέντρον κανονικοῦ πολυγώνου;—Πῶς ὀρίζει τις τὸ μέγεθος τῆς γωνίας τοῦ κέντρου οἰουδήποτε κανονικοῦ πολυγώνου;—Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τῆς γωνίας τοῦ κέντρου: 1ον κανονικοῦ ἑξαγώνου; 2ον κανονικοῦ πενταγώνου; 3ον ὀκταγώνου κανονικοῦ;—Ποία εἶναι ἡ ιδιότης τῆς ἀκτίνος κανονικοῦ πολυγώνου ἐν σχέσει πρὸς τὴν γωνίαν τῆς κορυφῆς τῆς ὀνομαζομένης πρὸς τούτοις γωνίας ἐγγεγραμμένης;—Ποία εἶναι ἡ ιδιότης τῆς καθέτου εἰς ἓν τρίγωνον σχηματιζόμενον ἐκ τῶν πλευρῶν καὶ τῶν ἀκτίνων κανονικοῦ πολυγώνου;—Πῶς ὀρίζει τις τὸ μέγεθος τῆς γωνίας τῆς κορυφῆς κανονικοῦ πολυγώνου;—Μὲ τί ἰσοῦται τὸ ἡμίθροισμα τῶν γωνιῶν τοῦ κέντρου παντὸς κανονικοῦ πολυγώνου;

νίαν (60° , 45° , 72° κτλ.) εἰς τὸ κέντρον περιφερείας διὰ νὰ ὀρίσῃ ἐπὶ ταύτης τὸ τόξον, τοῦ ὁποῖου ἢ χορδὴ εἶναι ἢ πλευρὰ τοῦ πολυγώνου (ἑξαγώνου, πενταγώνου, ὀκταγώνου κτλ.).

Εἰς τὰ κανονικὰ πολύγωνα αἱ ἀκτίνες εἶναι διχοτόμοι τῶν γωνιῶν τῆς κορυφῆς ὀνομαζομένων καὶ γωνιῶν ἐγγεγραμμένων.

Εἰς ἕκαστον τῶν διὰ τῶν πλευρῶν καὶ τῶν ἀκτίνων τοῦ πολυγώνου σχηματιζομένων τριγώνων ἢ κάθετος διαίρει τὴν γωνίαν τοῦ κέντρου εἰς δύο ἴσα μέρη.

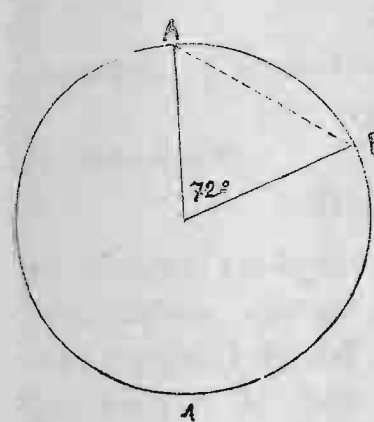
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



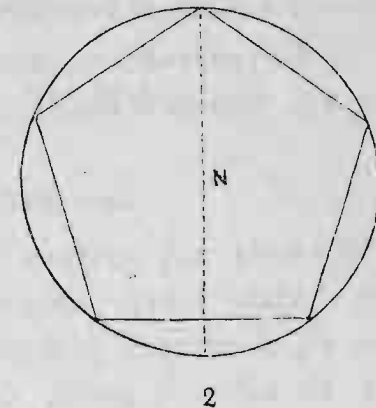
ΤΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

Πολύγωνα κανονικὰ (πεντάγωνα καὶ δεκάγωνα)

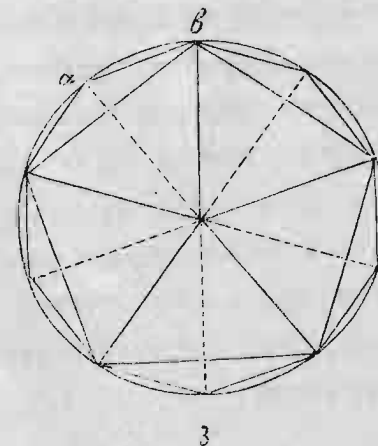
1ον ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Γωνία τοῦ κέντρου τοῦ πενταγώνου



Ἰδιότης τῆς ἀκτίνος προσχτεινομένης



Διαγραφή τοῦ κανονικοῦ δεκαγώνου

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Κατασκευάσατε κανονικὸν πεντάγωνα ἐγγεγραμμένον εἰς κύκλον 5 δακτύλων ἀκτίνος.

2) Κατασκευάσατε κανονικὸν πεντάγωνον περιγεγραμμένον εἰς κύκλον 4 δακτύλων ἀκτῖνος.

3) Κατασκευάσατε κανονικὸν δεκάγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς κύκλον 6 δακτύλων ἀκτῖνος.

5) Κατασκευάσατε κανονικὸν πεντάγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς κύκλον 8 δακτύλων διαμέτρου.

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

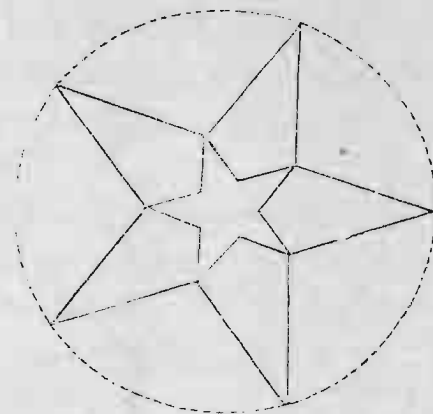
Ἡ γωνία τοῦ κέντρου παντὸς πενταγώνου ἰσοῦται μετὰ 72° . Ἄρκει λοιπὸν νὰ κατασκευάσῃ τις τὴν γωνίαν ταύτην εἰς τὸ κέντρον μιᾶς περιφερείας, διὰ νὰ ὀρίσῃ ἐπὶ ταύτης τὸ τόξον, ἢ χορδὴ τοῦ ὁποίου εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ πενταγώνου.

Εἰς τὸ κανονικὸν πεντάγωνον καὶ ἐν γένει εἰς ὅλα τὰ κανονικὰ πολύγωνα περιττοῦ ἀριθμοῦ πλευρῶν πᾶσα ἀκτὶς τοῦ πολυγώνου ἐπεκτεινομένη εἶναι κάθετος εἰς τὸ μέσον τῆς πλευρᾶς, τὴν ὁποίαν συναντᾷ καὶ διαιρεῖ τὸ ὑποτινόμενον διὰ τῆς πλευρᾶς ταύτης τόξον εἰς δύο ἴσα μέρη.

Ἡ σημείωσις αὕτη εἶναι ἀξία προσοχῆς, διότι χρησιμεύει ὡς μέσον τοῦ νὰ βεβαιωθῶμεν περὶ τῆς ἀκριβοῦς ἐκτελέσεως τοῦ διαγραφομένου πολυγώνου καὶ κατασκευάσωμεν κανονικὸν δεκάγωνον ἐγγεγραμμένον ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ κύκλου τοῦ πενταγώνου.

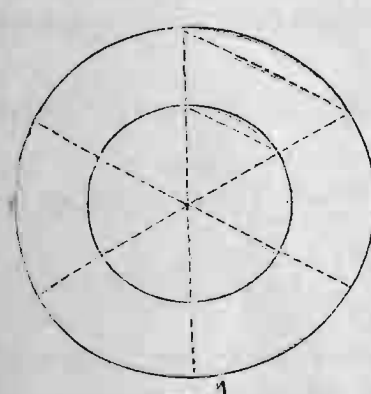
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς δύναται τις νὰ κατασκευάσῃ κανονικὸν πεντάγωνον μεταχειριζόμενος τὸ μέγεθος τῆς γωνίας τοῦ κέντρου τοῦ πολυγώνου τούτου;—Ποία εἶναι ἡ ιδιότης πάσης ἐπεκτεινομένης ἀκτῖνος εἰς τὰ περιττοῦ ἀριθμοῦ πλευρῶν κανονικὰ πολύγωνα;—Ποίαν ἐφαρμογὴν δύναται τις νὰ κάμῃ ἐπωφελοῦμενος τὴν ιδιότητα ταύτην.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

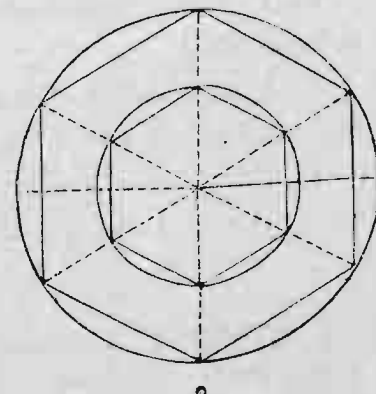


Πολύγωνα κανονικὰ ὁμόκεντρα

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

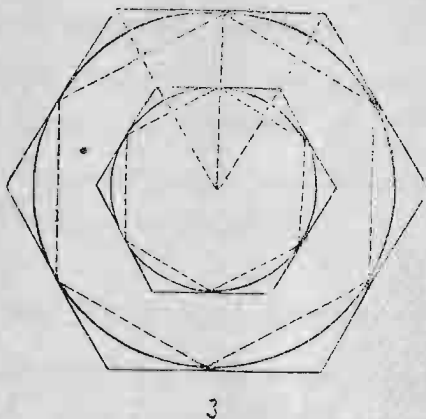


Διαιρέσεις ὁμόκεντρων περιφερειῶν



Πολύγωνα κανονικὰ ὁμόκεντρα ἐγγεγραμμένα

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1) Γράψατε τρεῖς περιφερείας ὁμοκέντρους 3, 4 καὶ 5 δακτύλων καὶ διαιρέσατε αὐτάς εἰς πέντε ἴσα μέρη.
- 2) Γράψατε δύο ὀκτάγωνα ὁμόκεντρα ἐντὸς κύκλων 4 καὶ 6 δακτύλων.
- 3) Γράψατε δύο πεντάγωνα ὁμόκεντρα περιγεγραμμένα εἰς κύκλους 3 καὶ 5 δακτύλων.
- 4) Γράψατε δύο ἑξάγωνα ὁμόκεντρα ἐγγεγραμμένα ἐντὸς κύκλων 4 καὶ 6 δακτύλων.

Ἑρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζονται κανονικά πολύγωνα ὁμόκεντρα; — Ἐπὶ δύο ἢ περισσοτέρων περιφερειῶν ὁμοκέντρων, τί δύναται νὰ προκύψῃ, ὅταν διαιρέσῃ τις τὴν περικλείουσαν περιφέρειαν εἰς ἴσα μέρη καὶ ἐνώσῃ τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως μὲ τὸ κέντρον; — Ποίαν ἐφαρμογὴν τῆς ιδιότητος ταύτης δύναται τις νὰ κάμῃ; — Πῶς δύναται τις νὰ γράψῃ κανονικά πολύγωνα ἐγγεγραμμένα; — Πῶς δύναται τις νὰ γράψῃ κανονικά πολύγωνα περιγραφικά; — Μὲ τί ἰσοῦται ἡ πλευρὰ κανονικοῦ πολυγώνου ἐγγεγραμμένου;

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

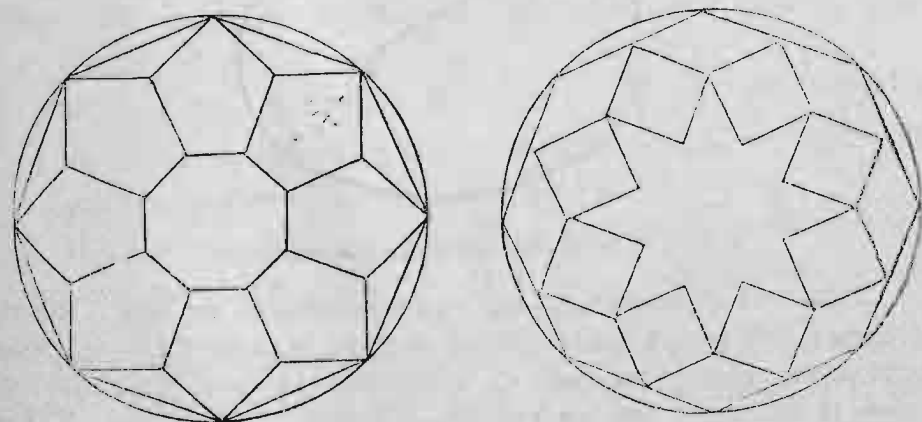
Ὄνομάζονται πολύγωνα κανονικά ὁμόκεντρα, τὰ πολύγωνα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα εἶναι ἐγγεγραμμένα ἢ περιγεγραμμένα εἰς κύκλους ὁμοκέντρους, καὶ τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ εἶναι παράλληλοι.

Ἐὰν φέρῃ τις δύο ἢ περισσοτέρας περιφερείας ὁμοκέντρους, καὶ διαιρέσῃ τὴν περικλείουσαν περιφέρειαν εἰς ἴσα μέρη, ἐνώσῃ δὲ τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως μὲ τὸ κέντρον, αἱ ἐσωτερικαὶ περιφέρειαι διαιροῦνται εἰς ἴσα μέρη, καὶ αἱ ὑποτείνουσαι χορδαὶ ὡς τὰ δι' αὐτῶν σημειούμενα τόξα εἶναι ἴσα εἰς τοὺς αὐτοὺς καὶ παράλληλους κύκλους.

ΣΗΜ. Ἡ ιδιότης αὕτη ἐπιτρέπη νὰ φέρῃ τις εὐκόλως ἐγγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα ὁμόκεντρα.

Διὰ νὰ γράψῃ τις πολύγωνα κανονικά ὁμόκεντρα περιγεγραμμένα ἀρκεῖ νὰ φέρῃ ἕκ τῶν κορυφῶν τῶν ἐγγεγραμμένων καὶ ὁμοκέντρων πολυγώνων ἐφαπτομένας εἰς τὰς ὁμοκέντρους περιφερείας.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

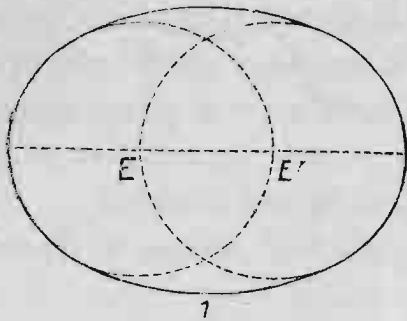


ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

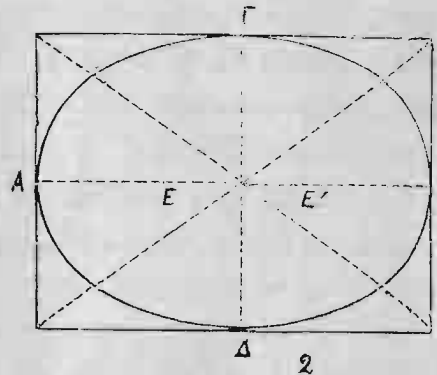
ΕΛΛΕΙΨΙΣ, ΑΨΙΣ, ΣΠΥΡΟΕΙΔΗΣ ΕΛΛΕΙΨΙΣ,
ΛΙΣΘΗΤΙΚΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ, ΣΚΙΑ.

Ἔστιά, Ἄξων

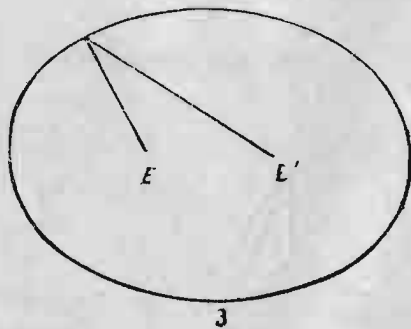
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Διαγραφή ἑλλείψεως



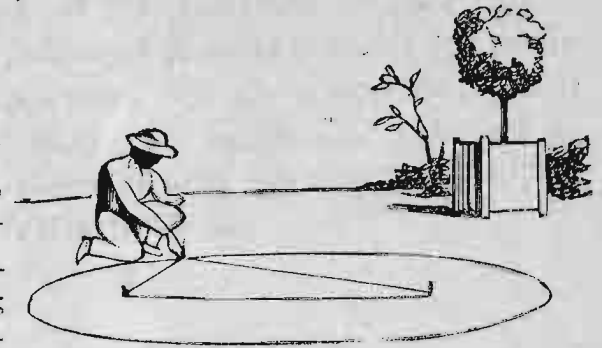
Ἐρθογώνιον ἐφαπτόμενον εἰς τὴν ἑλλειψιν
Ἄξωνες τῆς ἑλλείψεως



Ἐλλειψις κηπουρική, διαγραφή

ΣΗΜ. Ἡ κηπουρική ἑλλειψις κατασκευάζεται ὡς ἐξῆς: Εἰς τὰς ἑστίας E, E' (σχ. 3) προσαρμόζετε τὰ ἄκρα νήματος EAE', τοῦ ὁποῦν τὸ μῆκος εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ποσὸν τῶν ἀκτίνων, ἧτοι πρὸς τὸν μέγαν ἄξονα τῆς ὑπὸ κατασκευῆν ἑλλείψεως. Ἐπειτα κάμπετε ὥστε

νὰ ὀλισθήσῃ κατὰ μῆκος τοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον κρατεῖτε πάντοτε τεταμένον, ἢ ἄκρα τοῦ μολυβδοκονδύλου καὶ θὰ ἔχητε ἑλλειψιν. Ὁ τρόπος οὗτος εἶναι χρήσιμος εἰς τοὺς κηπουροὺς διὰ νὰ κατασκευάζωσι τὰς ἀνθοπρασιάς μετὰ τὴν διαφορὰν, ὅτι ἀντὶ νήματος χρησιμοποιοῦσι λεπτὸν σχαινὸν προσηρμοσμένον εἰς δύο ἑστίας μετὰ πασσάλους καὶ ἀντὶ μολυβδοκονδύλου τοῦ φυτευτῆρά των.



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

Γράψατε ἑλλείψεις, τῶν ὁποῖων οἱ μεγάλοι ἄξωνες θὰ ἔχωσι, μῆκος 8 δακτύλων, 10 δακτύλων καὶ 12.

Ἐρωτήσεις

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ ἑλλειψις εἶναι καμπύλη κλειστή, τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα εἶναι τοιαῦτα, ὥστε ἡ ἀπόστασις ἐκάστου αὐτῶν ἀπὸ δύο σημείων ὀρισμένων ὀνομαζομένων ἑστιῶν, εἶναι ἡ αὐτή.

Ἡ γραμμὴ, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν δύο σημείων τῆς ἑλλείψεως, καὶ ἡ ὁποία τελειώνει εἰς τὴν καμπύλην, ὀνομάζεται μέγας ἄξων τῆς ἑλλείψεως.

Ἡ κάθετος, ἡ φερομένη εἰς τὸ μέσον τοῦ μεγάλου ἄξωνος καὶ λήγουσα εἰς τὴν καμπύλην, ὀνομάζεται μικρὸς

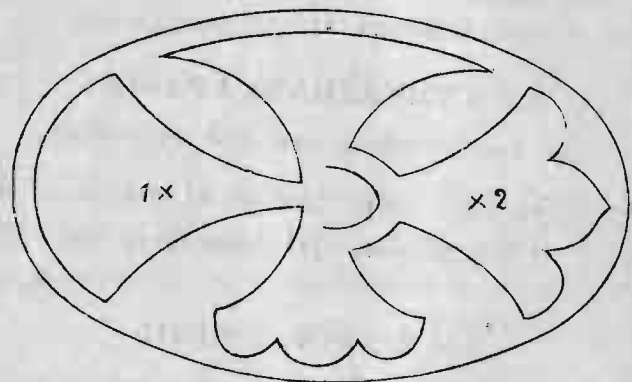
ἘΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί εἶναι ἡ ἑλλειψις; — Τί λέγονται ἑστία τῆς ἑλλείψεως; — Τί λέγεται μέγας ἄξων, μικρὸς ἄξων; — Οἱ ἄξωνες πῶς διαοροῦσι τὴν ἑλλειψιν; — Πῶς κατασκευάζεται ἐπὶ ἐδάφους ἢ κηπουρική ἑλλειψις;

ἄξων τῆς ἔλλειψως. Οἱ ἄξονες διαιροῦσι τὴν ἔλλειψιν εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη.

Ἐὰν φέρῃ τις κάθετους εἰς τὰ ἄκρα τῶν ἄξόνων, περι- κλείει τὴν ἔλλειψιν ἐντὸς ὀρθογωνίου, αἱ πλευραὶ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐφαπτόμεναι εἰς τὴν καμπύλην. Δύναται τις λοιπὸν νὰ διαγράψῃ ἐλευθέρως τὴν ἔλλειψιν χρησιμοποιῶν ὡς γραμμὰς κατασκευῆς τὸ ὀρθογώνιον.

4ov. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

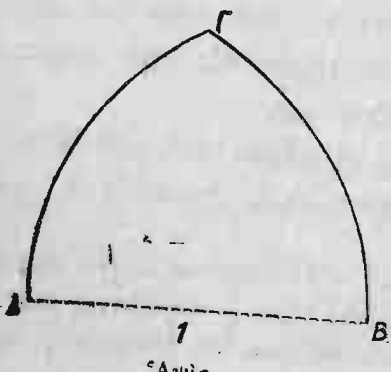
3



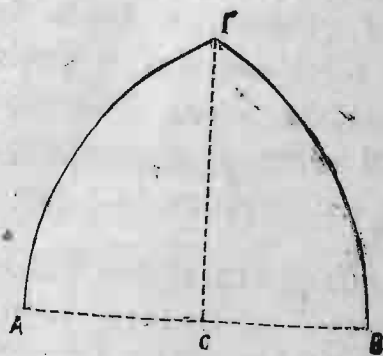
x4

Άψις.

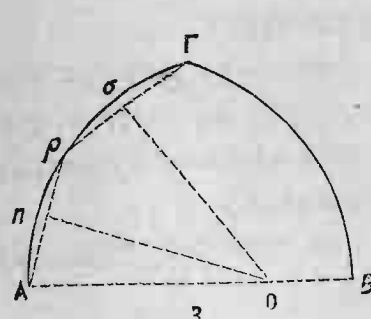
1ov. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



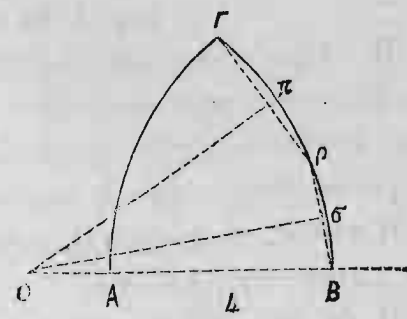
Άψις
τρίγωνον ἰσόπλευρον



Κάθετος εἰς τὴν γραμμὴν
τῶν κέντρων



Άψις χαμηλή,
τρίγωνον ἰσοσκελές,
εὐρεσις τῶν κέντρων.



Άψις ὑψηλή,
τρίγωνον ἰσοσκελές,
εὐρεσις τῶν κέντρων.

2ov. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1) Γράψατε τέσσαρα τρίγωνα ἰσόπλευρα, τῶν ὁποίων αἱ βάσεις νὰ κείνται ἐπὶ μιᾷ γραμμῆς 12 δακτύλων μή- κους· τὰ τρίγωνα ταῦτα περικλείσατε δι' ἀψίδων.
- 2) Ὅρίσατε τὸ κέντρον δεδομένου τόξου.
- 3) Ὅρίσατε τὰ κέντρα μιᾷ ἀψίδος.
- 4) Γράψατε ἐπὶ γραμμῆς 2 δακτύλων μήκους δύο ἀψί- δας ἐφαπτομένας, δίδοντες εἰς ἐκάστην αὐτῶν ὕψος 1 δακτύλων.

Ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί λέγεται ἀψίς; — Τί λέγεται κορυφή τῆς ἀψί- δος; — Τί ὀνομάζεται γραμμὴ τῶν κέντρων τῆς ἔλλειψως; — Ποίᾳ ιδιότητος ἔχει ἡ κάθετος ἢ ὑψουμένη ἐκ τοῦ μέσου τῆς γραμμῆς τῶν κέντρων; — Ποῦ εὐρίσκονται τὰ κέντρα τῶν ἀψίδων, ὅταν αἱ χορδαὶ τῶν τόξων καὶ ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων σχηματίζουσι τρι- γωνα ἰσοσκελῆ; — Πῶς ὀρίζει τις τὸ κέντρον τόξου; — Ποῦ εὐρί- σκονται τὰ κέντρα ἀψίδος ἰσοσκελοῦς; — Ποῦ εὐρίσκονται τὰ κέν- τρα ἀψίδος ἰσοσκελοῦς ὑψηλῆς;

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ Ἀψίς εἶναι μία κλειστή καμπύλη, ἐσχηματισμένη ἐκ δύο συναντωμένων τόξων τῆς αὐτῆς ἀκτίνος, αἱ χορδαὶ τῶν ὁποίων μὲ τὴν γραμμὴν τῶν κέντρων σχηματίζουν τρίγωνον ἰσόπλευρον ἢ κυρίως ἰσοσκελές.

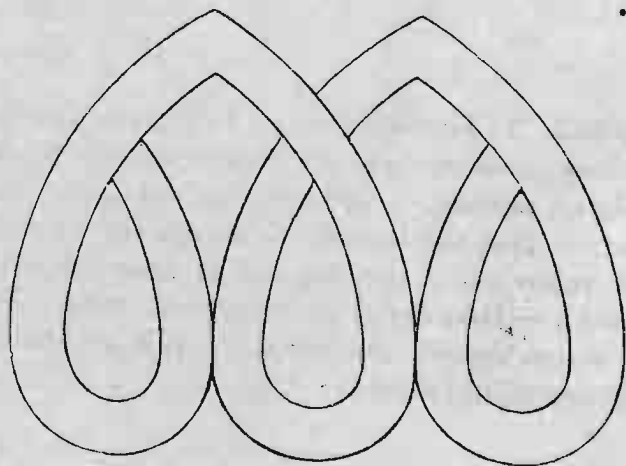
Ἡ γωνία, ἢ σχηματιζομένη ὑπὸ τῶν δύο τόξων, λέγεται κορυφή τῆς ἀψίδος.

Ἡ ἐκ τοῦ μέσου τῆς γραμμῆς τῶν κέντρων ὑψουμένη κάθετος διέρχεται διὰ τῆς κορυφῆς τῆς ἀψίδος.

Ὅταν αἱ χορδαὶ τῶν τόξων καὶ ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων σχηματίζωσι τρίγωνον ἰσόπλευρον, ὁ σχηματισμὸς τῆς ἀψίδος οὐδεμίαν παρουσιάζει δυσκολίαν· ἐν ἣ δὲ περιπτώσει αἱ χορδαὶ καὶ ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων σχηματίζουσι τρίγωνον ἰσοσκελές, τότε εἶναι ἀνάγκη νὰ ὀρίσῃ τις τὰ κέντρα τῶν τόξων· σημειωτέον δὲ ὅτι ταῦτα ἄλλοτε κεῖνται εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς ἀψίδος καὶ ἄλλοτε ἔξω τῆς ἀψίδος.

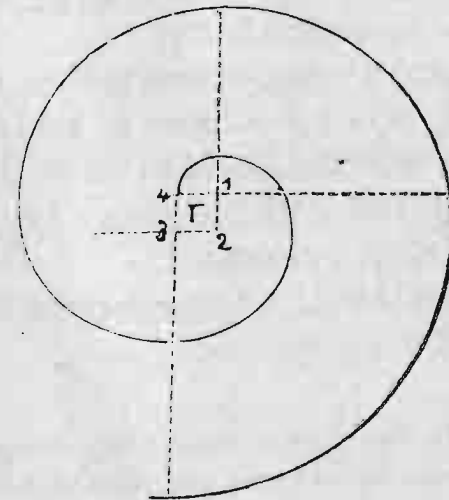
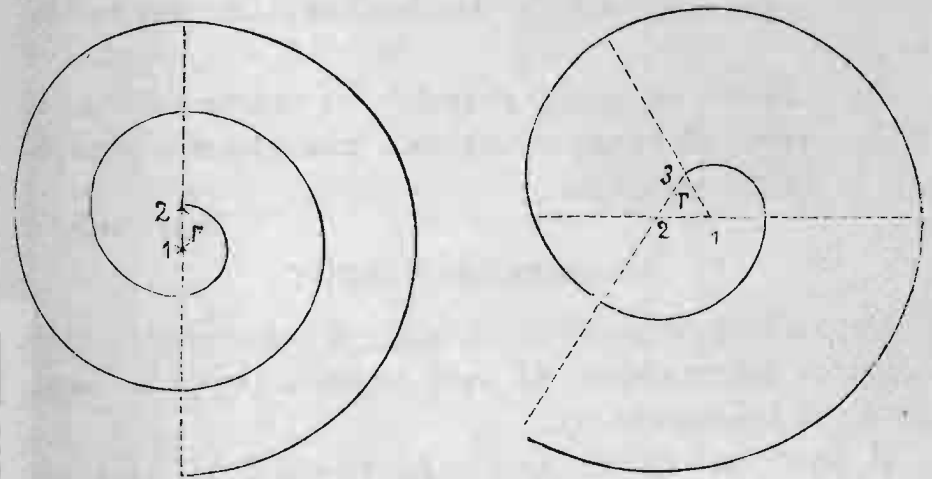
Διὰ νὰ ὀρίσῃ τις τὸ κέντρον τόξου, λαμβάνει τρία σημεία ἐπὶ τοῦ τόξου τούτου καὶ τὰ ἐνώνει ἀνά δύο δι' εὐθειῶν· εἰς τὸ μέσον τῶν εὐθειῶν τούτων ὑψώνει κάθετους· τὸ σημεῖον τῆς συναντήσεως τῶν καθέτων εἶναι τὸ ζητούμενον κέντρον.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ΣΠΥΡΟΕΙΔΗΣ ΕΛΛΕΙΨΙΣ

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1). Γράψατε σπυροειδῆ ἔλλειψιν μὲ δύο κέντρα ἀπέχοντα $1\frac{1}{2}$ δάκτυλον.

2). Γράψατε σπυροειδείς ἔλλειψεις με τρία κέντρα λαμβάνοντες ὡς μῆκος τῶν πλευρῶν τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου, τὸ ὁποῖον τὰ ὀρίζει τὸ ἕξῃς: 1ον ἓνα δάκτυλον· 2ον δύο δακτύλους.

3). Γράψατε σπυροειδῆ ἔλλειψιν με τέσσαρα κέντρα δίδοντες μῆκος 15 γραμμῶν εἰς τὴν πλευρὰν τοῦ τετραγώνου, τὸ ὁποῖον τὰ ὀρίζει.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Ἄνομάζεται σπυροειδῆς ἔλλειψις ἢ καμπύλη, ἢ ὁποία διέρχεται ἀνεπαισθήτως ἐξ ἑνὸς σημείου (σχημ. 1) κειμένου εἰς τὸ ἐσωτερικόν της.

Ἡ προϊούσα προσέγγισις μιᾶς σπυροειδοῦς ἔλλειψεως ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κέντρων, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιῶνται διὰ τὸν σχηματισμὸν της.

Ἡ μικροτέρα προσέγγισις παρατηρεῖται εἰς τὴν με δύο κέντρα σπυροειδῆ ἔλλειψιν· αὐξάνει δὲ ἀναλόγως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κέντρων, τὰ ὁποῖα λαμβάνει τις (3 ἢ 4 κέντρα).

Ἡ σπυροειδῆς ἔλλειψις με δύο κέντρα ἔχει τὰ κέντρα της ἐπὶ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς γραμμῆς.

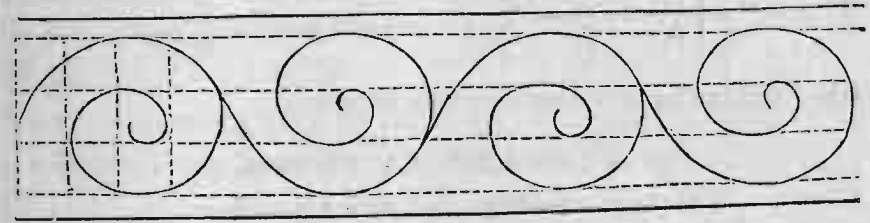
Ἡ σπυροειδῆς ἔλλειψις με τρία κέντρα ἔχει ταῦτα ἐπὶ τῶν κορυφῶν ἰσοπλεύρου τριγώνου.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Τί ὀνομάζεται σπυροειδῆς ἔλλειψις; — Ἐκ τίνος ἐξαρτᾶται ἡ βαθμιαία προσέγγισις μιᾶς σπυροειδοῦς ἔλλειψεως; — Πότε ἡ προσέγγισις αὕτη εἶναι μικροτάτη; — Ποῦ κεῖνται τὰ κέντρα σπυροειδοῦς ἔλλειψεως με δύο κέντρα; — Ποῦ κεῖνται τὰ κέντρα σπυροειδοῦς ἔλλειψεως με τρία κέντρα; — Με τέσσαρα κέντρα; — Ποῦ κεῖνται τὰ σημεία τῆς ἐνώσεως τῶν τόξων τῶν ἀποτελούντων τὰς διαφόρους ταύτας σπυροειδεῖς ἔλλειψεις; — Ποία κατασκευὴ δίδει τὰ πλέον ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα; — Τί λέγονται γεωμετρικαὶ καμπύλαι; — Διατί;

Ἡ σπυροειδῆς ἔλλειψις με τέσσαρα κέντρα ἔχει τὰ κέντρα της ἐπὶ τῶν κορυφῶν τετραγώνου.

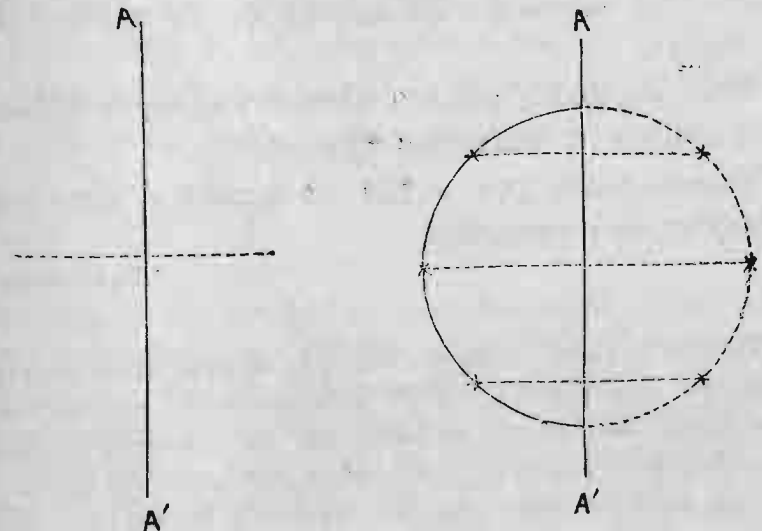
Ἡ σπυροειδῆς ἔλλειψις, ἢ ἀψίς, ἢ ὠσειδῆς ἔλλειψις, ἐπειδὴ εἶναι ἐσχηματισμένα ἐκ γραμμῶν καμπύλων, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ γραφῶσι γεωμετρικῶς με κανόνα, καὶ διαβήτην λέγονται **γεωμετρικαὶ καμπύλαι**. Αἱ πλείσται τῶν καμπύλων τούτων σχηματίζονται διὰ συναρμογῆς τόξων.

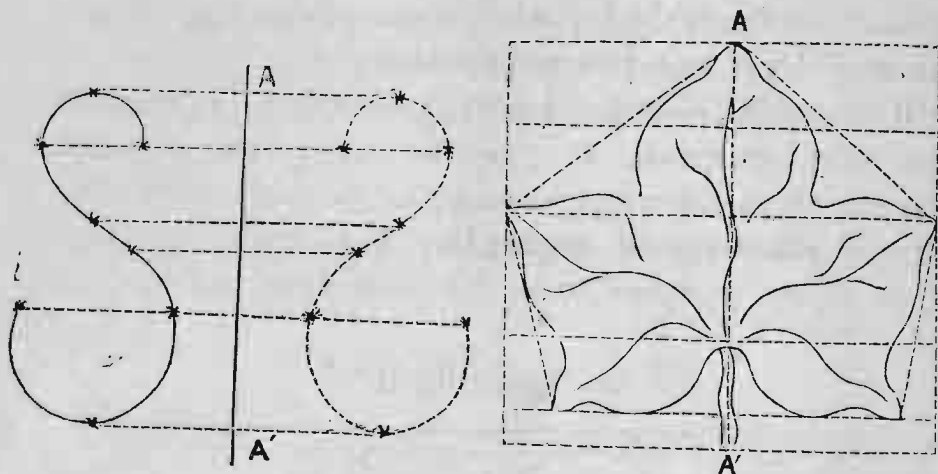
4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ





ΣΗΜ. Ἐξέλεγεῖς τῶν συμμετρικῶν σημείων.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1) Δεδομένου ὄντος ἄξονός τινος καὶ ἑνὸς σημείου νὰ εὑρητε τὸ συμμετρικὸν σημεῖον ἐν σχέσει μετὰ τὸν ἄξονα τοῦτον.
- 2) Δεδομένης οὖσης μιᾶς καμπύλης καὶ ἑνὸς ἄξονος νὰ σύρητε τὴν συμμετρικὴν καμπύλην ἐν σχέσει μετὰ τὸν ἄξονα τοῦτον.
- 3) Ἰχνογραφήσατε φύλλον κισσοῦ περιεκλεισμένον ἐντὸς τετραγώνου ὅ δακτύλων πλευρᾶς.
- 4) Ἐπαναλάβετε τὴν αὐτὴν κατασκευὴν ἀπὸ μνήμης ἄνευ βοθητικῶν γραμμῶν.

Ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πότε λέγομεν, ὅτι δύο σημεῖα εἶναι συμμετρικὰ ἐν σχέσει μετὰ ἑνᾶ ἄξονα; — Ποῦ εὐρίσκονται τὰ συμμετρικὰ σημεῖα, τὰ ὁποῖα δύναται τις νὰ λάβῃ ἐπὶ τοῦ ἡμίσεος περιφερείας τινός; — Εἰς μίαν ἔλλειψιν, τῆς ὁποίας ἤχηθησαν οἱ ἄξονες, ποῦ εὐρίσκονται τὰ συμμετρικὰ σημεῖα, τὰ ὁποῖα δύναται τις νὰ λάβῃ

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Δύο σημεῖα εἶναι συμμετρικὰ ἐν σχέσει μετὰ ἑνᾶ ἄξονα, ὅταν ὁ ἄξων οὗτος εἶναι κάθετος εἰς τὸ μέσον τῆς γραμμῆς, ἣ ὁποῖα τὰ ἐνόνοι.

Εἰς περιφέρειαν διηρημένην διὰ διαμέτρου ἔλα τὰ σημεῖα τῆς δεξιᾶς ἡμιπεριφερείας εἶναι συμμετρικὰ πρὸς τὰ τῆς ἀριστερᾶς ἡμιπεριφερείας.

Εἰς πᾶσαν ἔλλειψιν, τῆς ὁποίας σημειοῦνται οἱ ἄξονες, ἔλα τὰ σημεῖα τῆς ἡμιελλείψεως ἔχουσι συμμετρικὰ σημεῖα, ἐν σχέσει μετὰ αὐτὸν τὸν ἄξονα, ἐπὶ τῆς ἄλλης ἡμιελλείψεως.

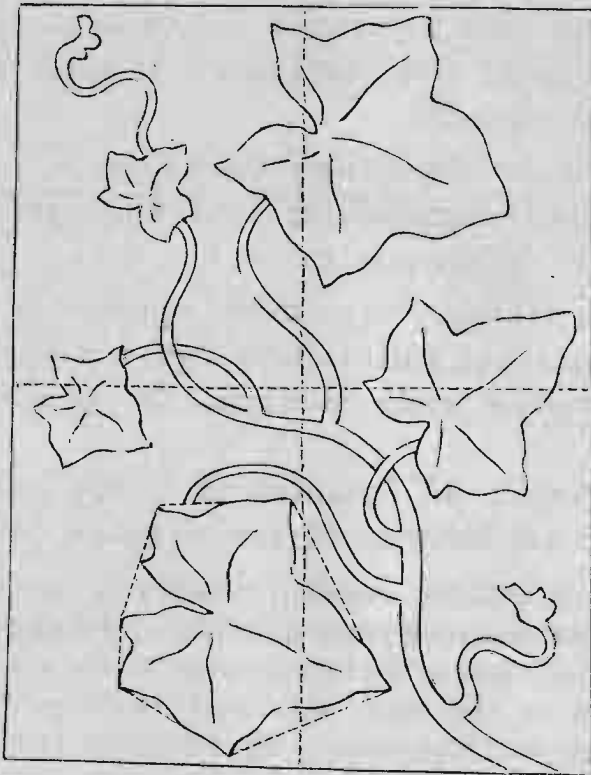
Πᾶσα καμπύλη μὴ δυναμένη νὰ γραφῇ γεωμετρικῶς διὰ κανόνος καὶ διαδῆτου λέγεται καμπύλη ἀκανόνιστος.

ΣΗΜ. Διὰ νὰ φέρωμεν καμπύλην ἀκανόνιστον συμμετρικὴν πρὸς ἄλλην, ἣ ὁποῖα λέγεται αἰσθητικὴ, ὀρίζομεν, ἐπὶ τῆ βάσει ἄξονος καθέτου ἢ ὀριζοντίου, τὰ συμμετρικὰ σημεῖα τῶν κυρίων σημείων τῆς καμπύλης καὶ δὲν μένει ἄλλο παρὰ νὰ ἐνώσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα παρατηροῦντες τὴν κίνησιν τῆς δεδομένης γραμμῆς.

Τὰ στοιχεῖα τὰ διακοσμητικὰ τὰ εἰλημμένα ἐκ τοῦ φυτικοῦ βασιλείου εἶναι δυνατόν πάντοτε νὰ περικλεισθῶσιν εἰς γεωμετρικὰ σχήματα κανονικά, τὰ δὲ μέρη, ἔξ ὧν ἀποτελοῦνται, πρέπει νὰ εἶναι πάντοτε ἀνάλογα.

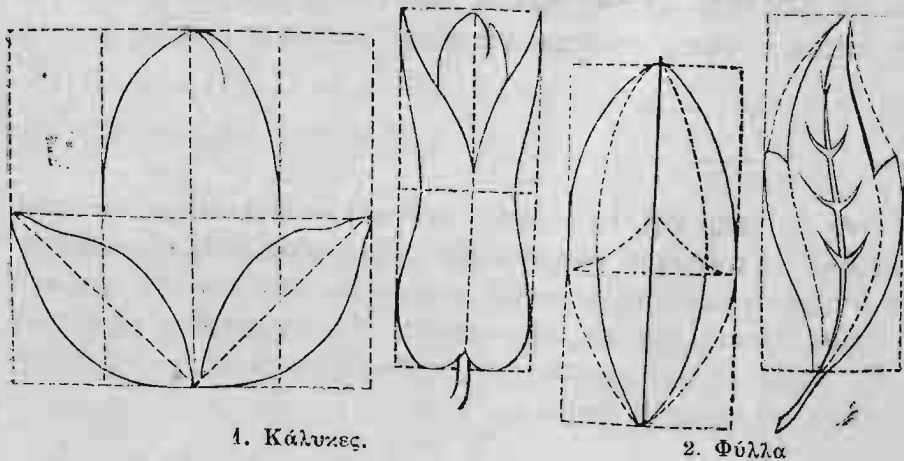
ἐπὶ τοῦ ἡμίσεος τῆς ἔλλείψεως ταύτης; — Πῶς σύρει τις μίαν καμπύλην ἀκανόνιστον συμμετρικὴν πρὸς μίαν ἄλλην καμπύλην τὴν λεγομένην αἰσθητικὴν; — Τὰ κοσμητικὰ στοιχεῖα τοῦ φυτικοῦ βασιλείου δύναται τις νὰ τὰ ἀναγάγῃ εἰς γεωμετρικὰ σχήματα; — Εἰς ποίαν σχέσιν πρέπει νὰ εὐρίσκονται τὰ μέρη, τὰ ὁποῖα συνιστῶσι τὰ στοιχεῖα ταῦτα;

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



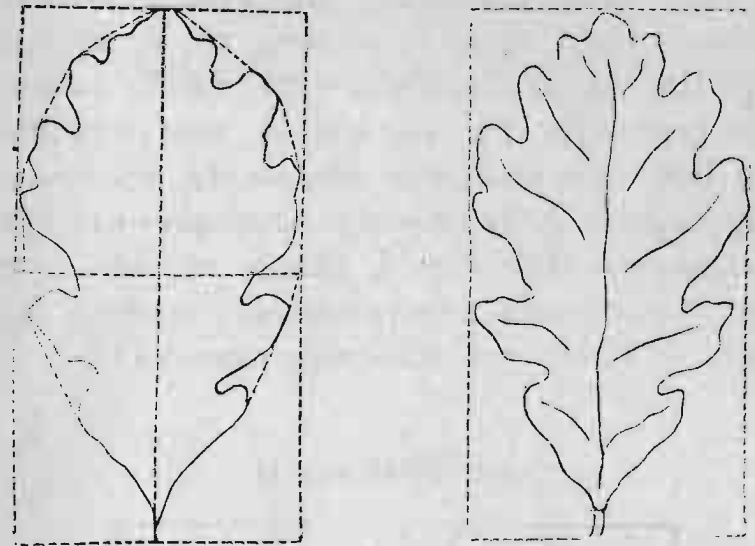
ΑΙΣΘΗΤΙΚΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



1. Κάλυξες.

2. Φύλλα



Φύλλον Δρυός

ΣΗΜ. Νὰ καταδειχθῇ, ὅτι εἶλα τὰ στοιχεῖα ταῦτα, τὰ εἰλημμένα ἐκ τοῦ φυτικοῦ βασιλείου, περικλείονται εἰς γεωμετρικά σχήματα καὶ ὅτι τὰ μέρη ἐκ τῶν ὁποίων σύγκεινται εἶναι ἀνάλογα.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου

- 1) Ἀναπαραστήσατε εἰς διπλασίαν κλίμακα τὰ σχήματα 1.
- 2) Ἀναπαραστήσατε εἰς τριπλασίαν κλίμακα τὰ σχήματα 2.

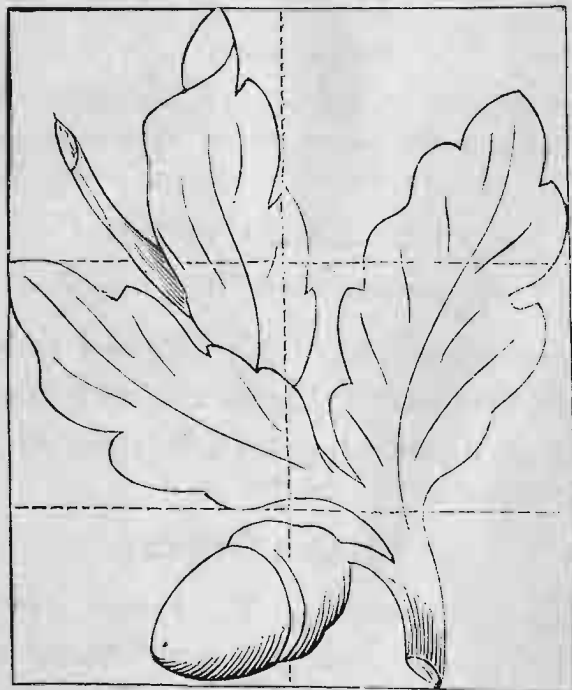
ΣΗΜ. Ὁ μαθητὴς θὰ ἐξασκηθῇ καὶ κατ' οἶκον εἰς τὴν ἀναπαραστάσιν τῶν ἰχνογραφημάτων τούτων.

3ον ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ

Τί ὀνομάζεται πολύγωνον; — Τί λέγεται κανονικὸν πολύγωνον; — Τί λέγεται ἀκτὶς κανονικοῦ πολυγώνου; — Τί λέγεται ἐγγεγραμμένον πολύγωνον; — Περιγεγραμμένον; — Εἰς πᾶν κανονικὸν πολύγωνον ποῖα εἶναι ἡ γωνία τοῦ κέντρου, ἡ γωνία τῆς κορυφῆς; — Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τῆς γωνίας τοῦ κέντρου: 1ον παντὸς κανονικοῦ πενταγώ-

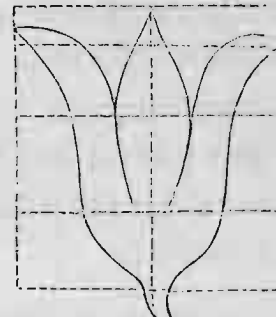
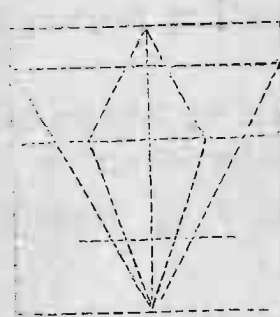
νου; — 2ον παντός ἑξαγώνου; — 3ον ὀκταγώνου; — 4ον δεκαγώνου; — Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τῆς ἐγγεγραμμένης γωνίας: 1ον παντός ἑξαγώνου; — 2ον παντός ὀκταγώνου; — Πῶς περιγράφει τις εἰς κύκλον κανονικὸν πολύγωνον; — Πῶς κατασκευάζεται ἀστεροειδὲς πολύγωνον; — Πῶς ἐγγράφεται ἐντὸς κύκλου κανονικὸν πεντάγωνον; — Δεκάγωνον; — Ποῖα εἶναι ἡ ιδιότης τῆς ἀκτίνος παντός κανονικοῦ πολυγώνου ἐγγεγραμμένου περιττοῦ ἀριθμοῦ πλευρῶν; — Τί λέγονται πολύγωνα κανονικά;

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

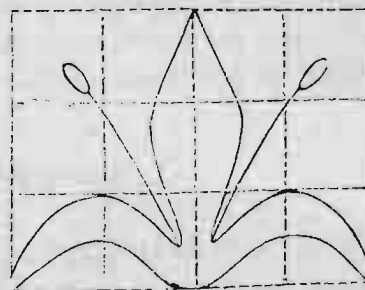
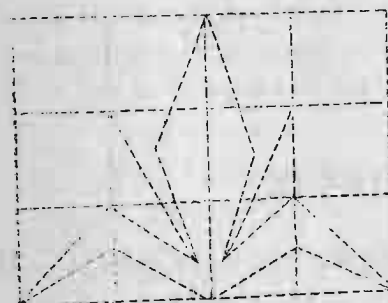


ΑΙΣΘΗΤΙΚΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ

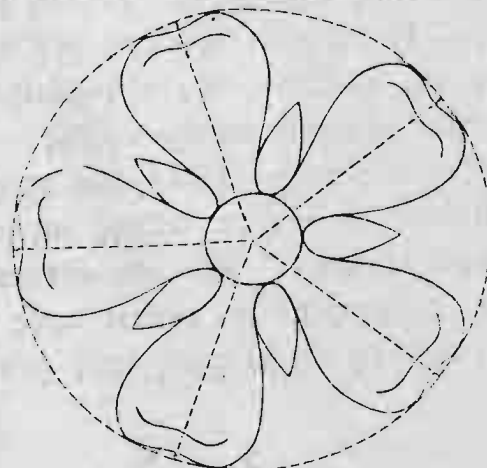
1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



Κάλυξ



2. Ἄνθος ἀνοικτὸν



Ἄνθος Ἀπιδέας.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1). Ἀναπαραστήσατε τὸ σχῆμα 1 τῇ βοήθειᾳ τετραγώνου 8 δακτύλων πλάτους.
- 2). Ἀναπαραστήσατε τὸ σχῆμα 2 τῇ βοήθειᾳ ὀρθογωνίου 23 δακτύλων μήκους καὶ 9 δακτύλων ὕψους.
- 3). Ἀναπαραστήσατε τὸ σχῆμα 3 τῇ βοήθειᾳ κύκλου διπλασίας ἀκτίνος.

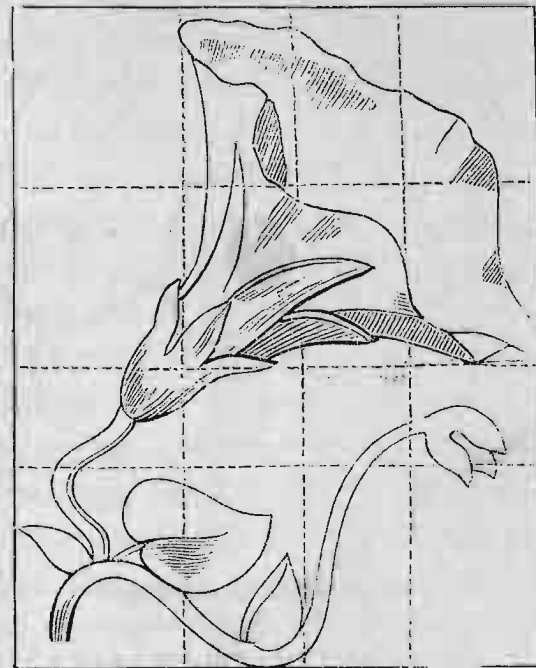
ΣΗΜ. 1. Ὁ μαθητὴς θὰ ἐξασκηθῇ καὶ κατ' οἶκον εἰς τὴν ἀναπαράστασιν τῶν ἰχνογραφημάτων τούτων.

ΣΗΜ. 2. Νὰ καταδειχθῇ, ὅτι τὰ στοιχεῖα ταῦτα, τὰ εἰλημμένα ἐκ τοῦ φυσικοῦ βασιλείου, περικλείονται εἰς γεωμετρικὰ σχήματα καὶ ὅτι τὰ μέρη, ἐκ τῶν ὁποίων σύγκεινται εἶναι ἀνάλογα.

3ον ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΣ

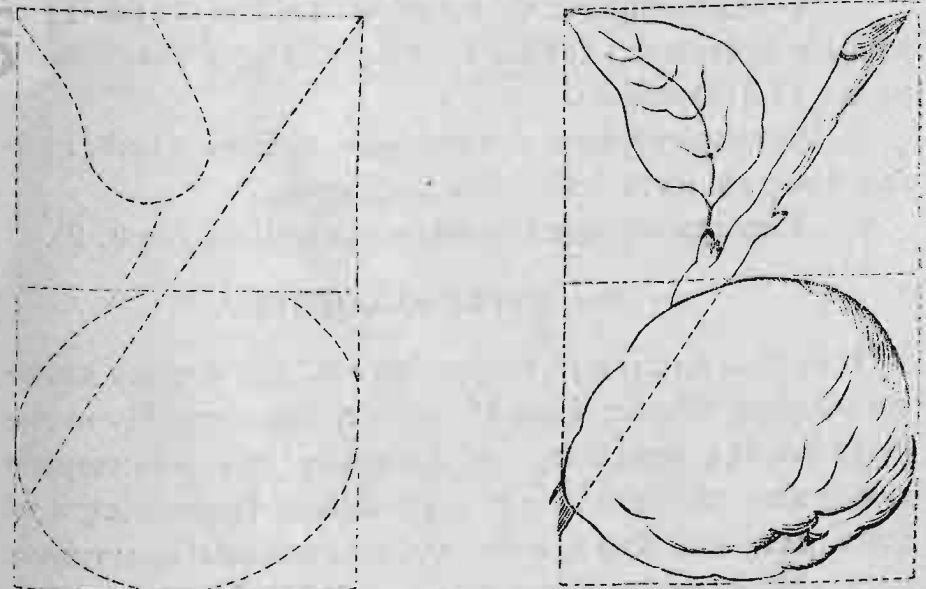
Τί λέγεται ἔλλειψις, ἐστία, ἄξονες τῆς ἔλλειψεως; — Ποῖαι εἶναι αἱ ιδιότητες τῶν ἀξόνων; — Πῶς σύρεται ἡ κηπουρική ἔλλειψις; — Πῶς σύρεται ἐπὶ χάρτου ἔλλειψις; — Τί λέγεται ἀψίς; — Τί λέγεται κορυφή τῆς ἀψίδος; — Ποία εἶναι ἡ ιδιότης τῆς καθέτου, τῆς ὑψουμένης ἐκ τοῦ μέσου τῆς γραμμῆς τῶν κέντρων πάσης ἀψίδος; — Πῶς ὀρίζεται τὸ κέντρον τόξου κύκλου; — Τί λέγεται σπυροειδῆς ἔλλειψις; — Ποῦ κείνται τὰ κέντρα πάσης σπυροειδοῦς ἔλλειψεως μετέσσαρα κέντρα; — Μετρία κέντρα; — Ποῖα λέγονται σημεῖα συμμετρικὰ ἐν σχέσει πρὸς τινὰ ἄξονα; — Πῶς σύρεται καμπύλη συμμετρικὴ πρὸς μίαν ἄλλην δεδομένην;

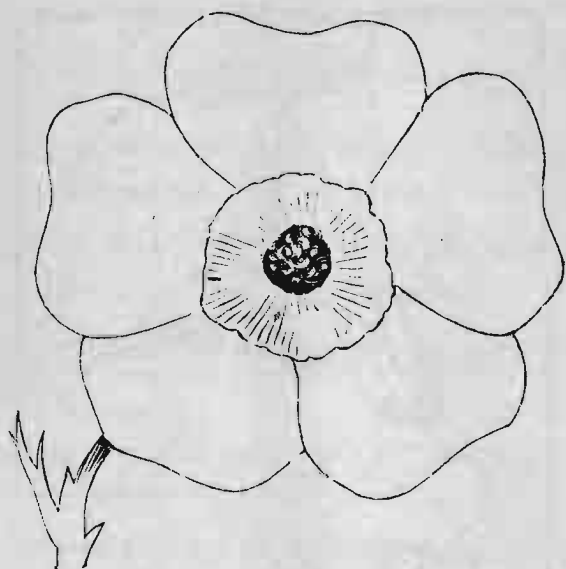
2ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Καμπύλαι ἀκανόνιστοι.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ





2 Τριαντάφυλλον του άγρου

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

έπι του πίνακος και του τετραδίου.

1) Αναπαραστήσατε το άνωτέρω σχέδιον (άριθ. 1) τη βοηθεία όρθογωνίου όρθίου έχοντος πλάτος 7 δακτύλων και μήκος 11,5 δακτύλων.

2) Αναπαραστήσατε το άνωτέρων σχέδιον (άριθ. 1) έλευθέτως και κατά διεύθυνσιν όριζόντιον.

3) Αναπαραστήσατε έλευθέτως το σχέδιον (άριθ. 2).

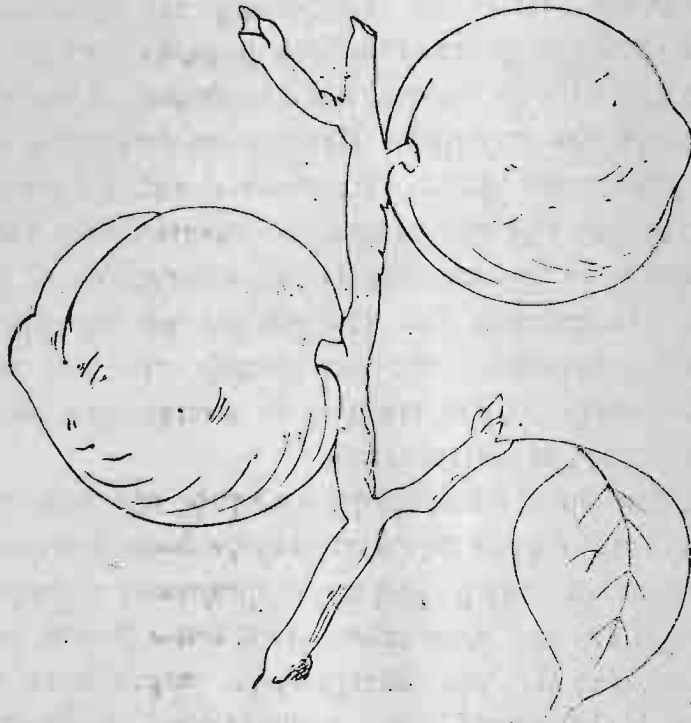
3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

Η άμεσος άντιγραφή πρωτοτύπου δι' ένα άπειρον παρουσιάζει τόση μεγαλειτέρας δυσκολίας, όση ούτος δέν κατώρθωσε διά της άσκήσεως να αποκτήση την απαιτουμένην εύκινησίαν της χειρός και την άκριβή διορατικότητα του όφθαλμού, και όση ή εικών του πρωτοτύπου παριστάνεται με συνθετωτέραν περίμετρον, με ποικιλιοτέρας γραμμάς.

Προκειμένου λοιπόν να άντιγράψη τις πρωτότυπον, ή εικών του όποιου παριστάνεται υπό μορφήν άπλην, πρέπει να άντιγράψη ταύτην άμέσως και έλευθέτως, άνευ της βοηθείας βοηθητικων γραμμων. Προς τοϋτο απαιτείται να διακρίνη άκριβώς την θέσιν, διεύθυνσιν και διάστασιν των κυριων γραμμων της περιμέτρου του πρωτοτύπου, τας αποστάσεις αυτων έν σχέσει προς άλλας του σχεδίου, να σημειώνη αυτάς έλαφρότατα έπι του χάρτου να μη άμελή την εξέλεξιιν της άκριβείας της άντιγραφής του και να συγκρίνη συχνότατα έξ αποστάσεως το άντιγραφέν μέρος του σχεδίου του προς το πρωτότυπον.

Μέχρις ότου όμως αποκτήση ή μαθητής την απαιτουμένην εύχέρειαν όσον άφορά την άντιγραφήν δυσκολωτέρων σχεδιων δύναται να κάμη χρήσιν βοηθητικων γραμμων, τας οποίας σύρει έπι του πρωτοτύπου, εκεί όπου βλέπει μεγαλιτέρας δυσκολίας εις την άντιγραφήν, περικλείων πάντοτε το σχέδιον έντός καταλλήλου γεωμετρικου σχήματος. Τα διάφορα σημεία των βοηθητικων τούτων γραμμων θα χρησιμεύσιν ως βάσεις προς άντιγραφήν και έκτίμησιν των σχετικων διαστάσεων των γραμμων του πρωτοτύπου.

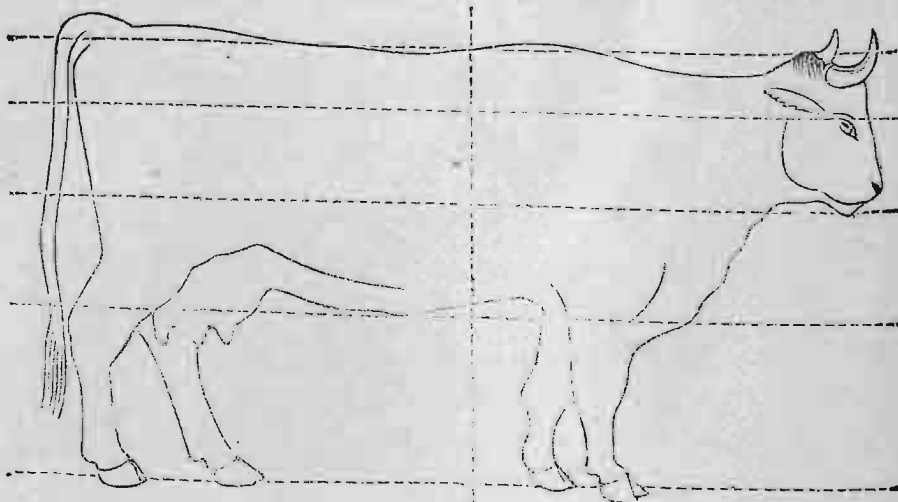
4ον ΕΦΑΡΜΟΓΗ



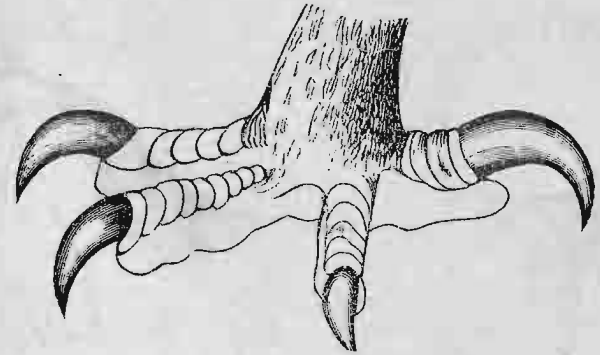
Βερύκοικα

ΣΗΜ. Ὁ μαθητὴς θὰ ἀναπαραστήσῃ κατ' οἶκον τὸ ἀνωτέρω σχέδιον χρωματίζων αὐτὸ καταλλήλως καὶ ἀντικαθιστῶν τὰς γραμμὰς τῆς σκιάς δι' ἄλλων χρωμάτων καταλλήλων.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



1. Ἀγέλας.



2. ὄνυχες ἀετοῦ.

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

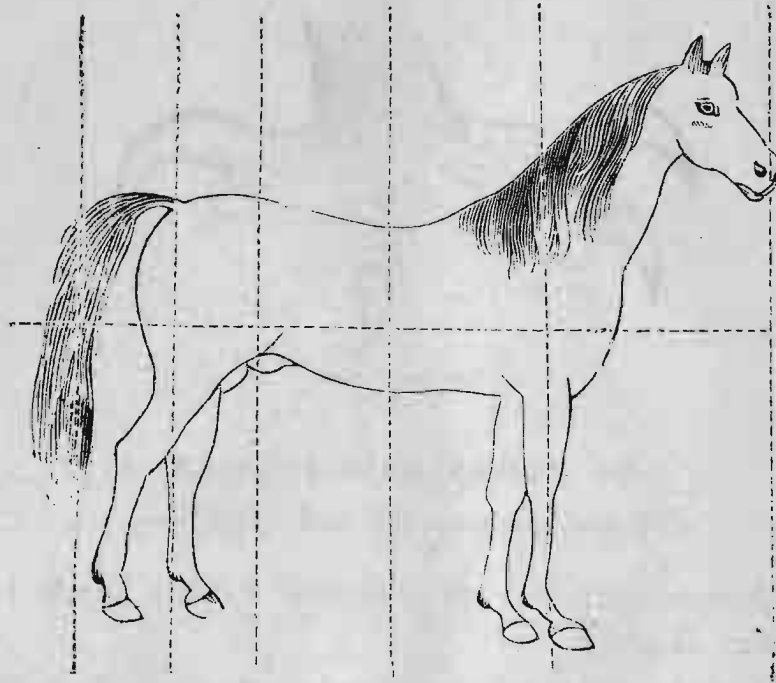
- 1) Ἀναπαραστήσατε τὸ ἀνωτέρω σχέδιον (ἀριθ. 1) εἰς διπλασίαν κλίμακα.
- 2) Ἀναπαραστήσατε ἐλευθέρως τὸ σχέδιον (ἀριθ. 2) εἰς τετραπλασίαν κλίμακα.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἄλλος τρόπος διευκολύνων τὴν ἀπὸ πρωτοτύπου ἀντιγραφὴν εἶναι ἡ διαγραφὴ σταυροῦ μετὰ πολλῶν καθέτων ἢ ἔριζοντίων ἀναλόγως τῆς δυσκολίας τοῦ σχεδίου. Τὰ διάφορα σημεῖα τῶν γραμμῶν τοῦ σταυροῦ χρησιμεύουσιν, ὡς ἀνωτέρω, ὡς βάσεις πρὸς ἀντιγραφὴν καὶ ἀκριβῆ ἐκτίμησιν τῆς διευθύνσεως καὶ διαστάσεως τῶν γραμμῶν τοῦ ἀντιγραφομένου πρωτοτύπου.

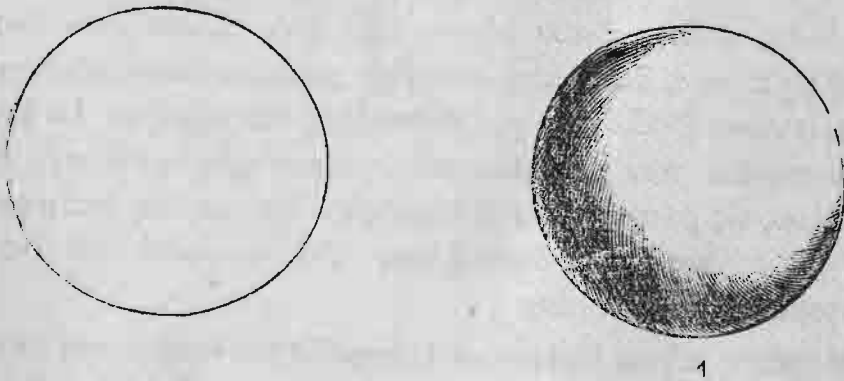
Ὁ τρόπος οὗτος πρέπει νὰ ἐφαρμόζηται ἐφεξῆς καὶ κατὰ τὴν σμίκρυνσιν καὶ μεγέθυνσιν τῶν πρωτοτύπων σχεδίων.

4ον ΕΦΑΡΜΟΓΗ

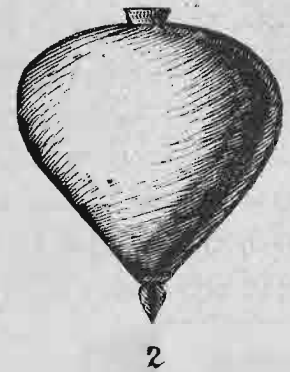
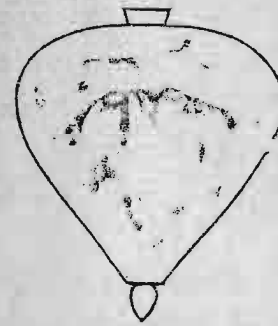


Σκιά.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



1



2

2ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑ ΓΡΑΦΙΚΟΝ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραγώνου.

Ἀναπαραστήσατε * τὰ σχήματα 1 καὶ 2 εἰς διπλασίαν κλίμακα.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ.

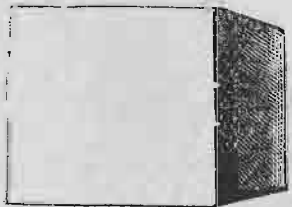
Τὰ πλείστα τῶν ἀντικειμένων παριστανόμενα μόνον διὰ γραμμῶν ἔχουσι τὸ σπουδαῖον μειονέκτημα, ὅτι δὲν παριστάνονται ταῦτα ὅπως φαίνονται ἐν τῇ φύσει. Ἀκριβοῦς ἰδέαν τούτου παρουσιάζει ἡ σφαῖρα, ἡ ὁποία ὑπὸ τὴν ἀπλουστάτην αὐτῆς μορφήν παριστανόμενη, φαίνεται ὡς κύκλος. Ὁ σφούρος διὰ γραμμῶν μόνον παριστανόμενος, παρουσιάζει εἰς ἡμᾶς τὸ γενικὸν αὐτοῦ σχῆμα χωρὶς νὰ μᾶς δείξῃ τὴν κυρτότητα τῆς ἐπιφανείας του. Ἐκείνο τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν κύκλον καὶ τὴν εἰκόνα τοῦ σφούρου διὰ νὰ παρουσιάσωσιν εἰς ἡμᾶς τὴν κυρτότητα τῆς ἐπιφανείας των εἶναι ἡ σκιά. Στηρίζεται δὲ αὕτη ἐπὶ φυσικοῦ φαινομένου.

Ὅλαι αἱ πλευραὶ ἐνὸς ἀντικειμένου δὲν εἶναι δυνατόν νὰ φωτίζωνται κατὰ τὸν αὐτὸν βαθμὸν, διότι ἄλλαι μὲν πλευ-

* Ὁ μαθητὴς θὰ ἀναπαραστήσῃ κατ' οἶκον τὰ ἀνωτέρω σχέδια.

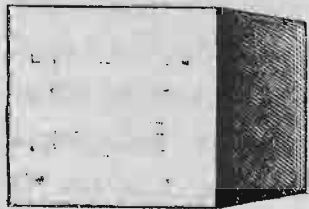
ρακι αὐτοῦ εἶναι ἀκριβῶς ἀπέναντι τοῦ φωτός, ἄλλαι εὐρίσκονται πλαγίως καὶ ἄλλαι εἰς τὸ σκότος. Ἔπεται λοιπὸν ἐκ τούτου, ὅτι διὰ νὰ παρασταθῇ τελείως ἀντικείμενον, οἷον τοῦτο παρουσιάζεται πρὸ τῶν ὀφθαλμῶν μας μὲ τὰς ἀκριβεῖς αὐτοῦ φωτοσκιάς, εἶναι ἀνάγκη νὰ διακριθῶσι διὰ γραμμῶν καταλλήλων αἱ φωτειναὶ αὐτοῦ πλευραὶ τῶν σκοτεινῶν ἢ τῶν ἡμιφωτεινῶν τοιοῦτων.

Σκιάν δέχεται ἐκείνη ἢ πλευρὰ τοῦ ἀντικείμενου, ἢ ὅποια εὐρίσκεται εἰς τὸ σκότος (εἰκὼν 1), ἐν ᾧ ἢ ἄλλη πλευρὰ, ἢ ὅποια εἶναι ἐστραμμένη πρὸς τὴν πηγὴν τοῦ φωτός (ἥλιος, λυχνία, ἀνοικτὸν παράθυρον κτλ.) οὐδεμίαν σκιάν δέχεται, διότι αὕτη εἶναι πλήρης φωτός.



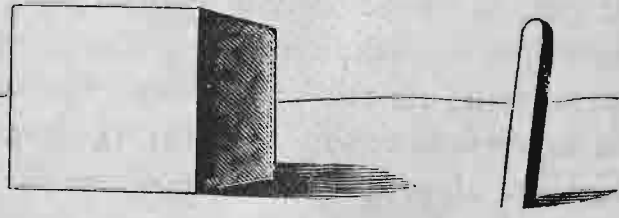
Εἰκὼν 1.

Πρέπει νὰ σημειώσῃτε ὅτι αὕτη φαίνεται βαθυτέρα εἰς τὰ γειτονικὰ μέρη τῶν φωτεινῶν μερῶν, ἐλαφροτέρα δὲ εἰς τὰ βαθύτερα μέρη (εἰκὼν 2).



Εἰκὼν 2.

Ἰκτὸς τῆς καθαρᾶς σκιάς πρέπει νὰ διακρίνωμεν καὶ τὴν σκιάν, τὴν ὅποιαν φέρει τὸ ἀντικείμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὴν λεγομένην φερομένην σκιάν (εἰκὼν 3). Αὕτη εἶναι βαθυτέρα τῆς ἄλλης.



Εἰκὼν 3.

Διὰ νὰ ρίψῃτε σκιάν ἀρκεῖ νὰ γράψῃτε μὲ τὸ μολυβδοκόνδυλόν σας ἐπὶ τοῦ μέρους ἐκείνου, τὸ ὅποιον πρόκειται νὰ σκιασθῇ, γραμμὰς κανονικάς, φροντίζοντες, ὅπως αὗται ἀποτελῶσιν σύνολον φαῖν καὶ ὁμαλώτατον.

Διὰ νὰ γράψῃτε σκιάν ὁμαλήν, πρέπει νὰ ἀποφεύγητε τὰς σκληρὰς καὶ ξηρὰς γραμμὰς (εἰκὼν 4) ὡς καὶ τὰς διαφόρου δυνάμεως γραμμὰς (εἰκὼν 5). Πρέπει αἱ γραμμαὶ σας νὰ εἶναι φαῖαι καὶ οὐχὶ πολὺ μαῦραι, ἀφανεῖς εἰς τὰ ἄκρα καὶ πολὺ κανονικαὶ (εἰκὼν 6).

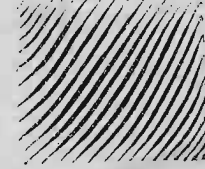
Ἐὰν αἱ γραμμαὶ σας εἶναι ἀρκετὰ πλησίον, ὥστε νὰ ἀποτελῶσιν σύνολον, τότε αὗται ἀποτελοῦσιν τὴν λεγομένην καθαρὰν σκιάν (εἰκὼν 7).



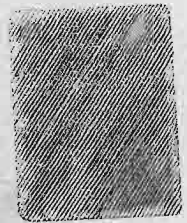
Εἰκὼν 4.



Εἰκὼν 5.



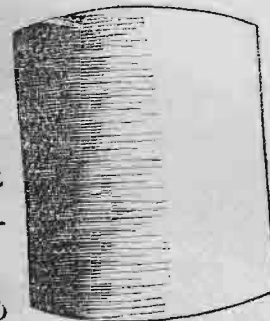
Εἰκὼν 6.



Εἰκὼν 7.

Ἐὰν θέλητε νὰ βαθύνητε τὴν σκιάν σας, ξύσατε τὸ μολυβδοκόνδυλόν σας καὶ ἐπαναλάβετε τὸ ἔργον σας διασταυροῦντες τὰς γραμμὰς, αἱ ὅποια σχηματίζουσι τὴν πρώτην σκιάν.

Ἡέλετε τοῦναντίον νὰ ἔχητε σκιάν ἐλαφροτέραν, δὲν ἔχετε παρὰ νὰ ἀφήσῃτε νὰ τελειοῦν αἱ μολυδιαὶ σας ὅσον τὸ δυνατόν ἐλαφρότερον. (εἰκὼν 8.)



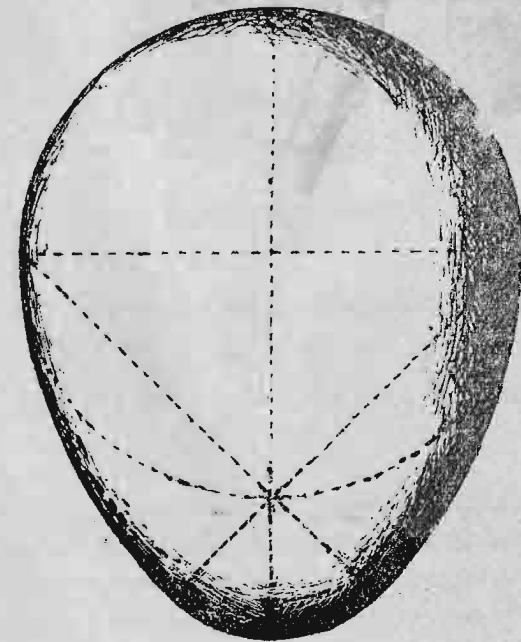
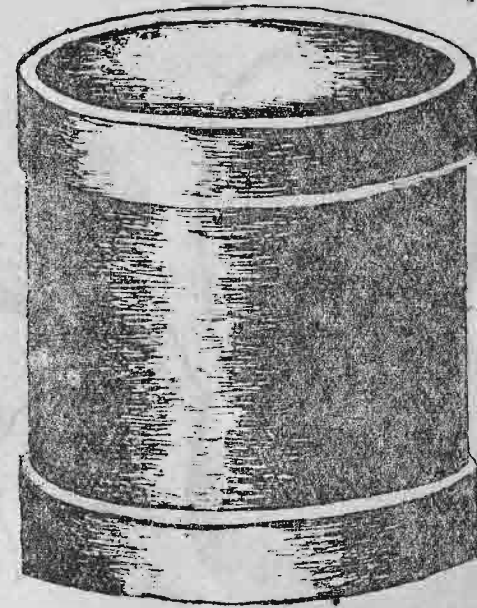
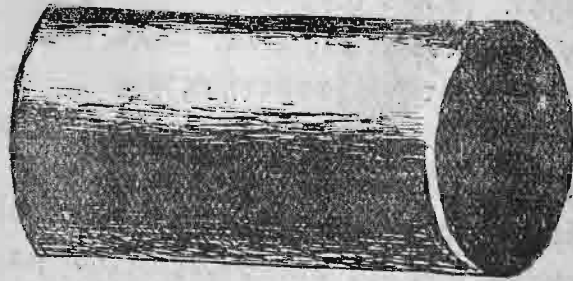
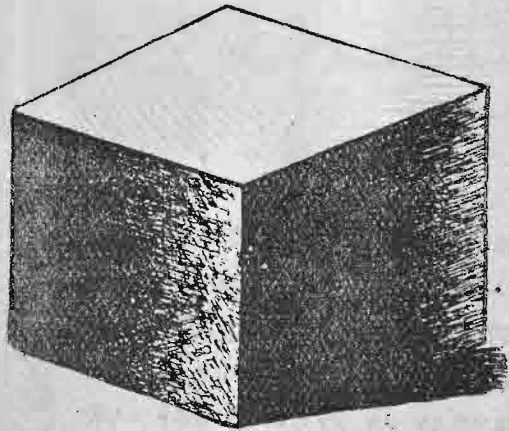
Εἰκὼν 8.

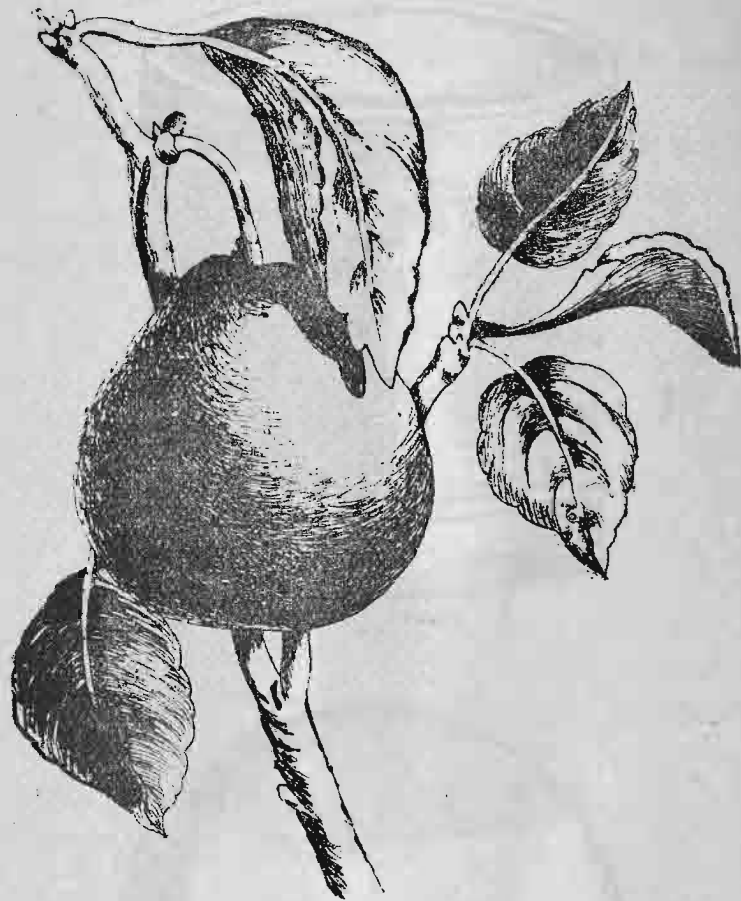
Ἐὰν πάλιν αἱ μολυδιαὶ σας εἶναι πολὺ μαῦραι, δύνασθε νὰ τὴν ἐξασθενήσῃτε ἢ νὰ τὴν ἐξαλείψῃτε ὀλοτελῶς, ἐὰν δὲν εἴσθε εὐχαριστημένος ἐκ τῆς ἐργασίας σας, διὰ ψίχας ἄρτου οὐχὶ νοποῦ. Ἡ ψίχα τοῦ ἄρτου τριβομένη καὶ θρυβομένη ἐλαφρῶς μὲ τὴν παλάμην τῆς χειρὸς ἐπὶ σκιάς πολὺ μαύρης, ἐξαλείφει ὁμοιομόρφως τὸν μολυβδὸν καὶ καθιστᾷ αὐτὸν ἐλαφρότερον.

Με μαύρον μολυβδοκόνδυλον (crayon conté) πρέπει πάντοτε νά μεταχειρίζησθε τήν ψίχαν τοῦ ἄρτου οὐδέποτε δὲ τὸ ἐλαστικόν.

Ἡ ἀξία ἐνὸς ἰχνογραφήματος ἐξαρτᾶται κατὰ μέγα μέρος ἐκ τῆς κανονικότητος τῶν γραμμῶν, αἱ ὁποῖαι τὸ συνιστῶσι. Αἱ γραμμαὶ αὗται πρέπει νά σύρωνται ἐλαφρότατα, διὰ νά εἶναι δυνατὸν νά ἐξαλείφωνται εὐκόλως χωρὶς νά κηλιδόνηται ὁ χάρτης.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ





ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

ΣΤΕΡΕΑ

Κύβος, Πρίσμα.

1ος ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

ΣΗΜ. Οί μαθηταί πρέπει νά έχωσι πρό αὐτῶν τά κατάλληλα γεωμετρικά στερεά. Είναι ἀδύνατον ἄνευ τούτων νά κατανοηθῶσι αἱ γνώσεις αἱ περιεχόμεναι εἰς τήν Συγκεφαλαίωσιν. Πρέπει νά βεβαιωθῶσι ἐξ ἰδίας παρατηρήσεως, ὅτι αἱ ἐξ πλευραὶ τοῦ κύβου εἶναι τετράγωνα ἴσα, ὅτι εἰς τὸ εὐθεῖ παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον ἔλαί κί πλάγια· πλευραὶ εἶναι ὀρθογώνια ὡς καὶ αἱ βάσεις· ὅτι εἰς τὸ εὐθεῖ πρίσμα κί πλάγια· πλευραὶ εἶναι κάθετοι· ὅτι εἰς τὸ εὐθεῖ ἑξαγωνικόν πρίσμα αἱ πλάγια· πλευραὶ εἶναι ὀρθογώνια, τὰ ὅποια ἔχουσιν ὡς διαστάσιν τήν ἀντίστοιχον πλευράν τοῦ ἑξαγώνου τῆς βάσεως καὶ ἀποτελοῦσι τὸ ὕψος τοῦ πρίσματος.

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

- 1) Γράψατε τὴν ἀνάπτυξιν κύβου ἔχοντος μῆκος τῆς διέδρου γωνίας 3 δακτύλων.
- 2) Γράψατε τὴν ἀνάπτυξιν παραλληλεπιπέδου ὀρθογωνίου ἔχοντος ὕψος 12 δακτύλων καὶ ὡς βάσεις ὀρθογώνια ἔχοντα μῆκος 7 δακτύλων καὶ πλάτος 5 δακτύλων.

(1) Ἡ ἀνάπτυξις στερεοῦ ἐπιτυγχάνεται εὐκόλως διὰ καρτονίου· αἱ πλευραὶ του δὲν πρέπει νά κολληθῶσι διὰ νά ἀπλώνηται ἐπὶ ἐπιπέδου ἐπιφανείας· σημειωτέον ὅτι ἡ ἀνάπτυξις περιλαμβάνει τὴν πλάγιαν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ, εἰς τὴν ὁποίαν προσθέτει τις καὶ τὴν ἐπιφανείαν τῶν ῥάσεων.

3) Γράψατε τὴν ἀνάπτυξιν εὐθέως ἑξαγωνικοῦ πρίσματος ἔχοντος ὕψος 14 δακτύλων καὶ μήκος πλευρᾶς βάσεων 4 δακτύλων.

4) Γράψατε τὴν ἀνάπτυξιν εὐθέως πρίσματος, ἔχοντος βάσεις πεντάγωνα κανονικὰ ἐγγεγραμμένα ἐντὸς κύκλων ἀκτίνος 3 δακτύλων καὶ ὕψος 8 δακτύλων.

Ἐρωτήσεις.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Στερεὰ σώματα λέγονται ὅλα τὰ πράγματα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζονται πρὸ ἡμῶν μὲ τρεῖς διαστάσεις, τοῦ μήκους τοῦ πλάτους καὶ τοῦ ὄγκου.

Τὰ στερεὰ σώματα δύνανται νὰ καταχθῶσιν εἰς δύο κατηγορίας.

1) Εἰς ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἔχουσι πλευρᾶς περιορισμένας ὑπὸ εὐθειῶν (πρίσμα πυραμῖς.)

2) Καὶ εἰς ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα παριορίζονται ὑπὸ καμπύλης (κύλινδρος, κῶνος, σφαῖρα) καὶ τὰ ὁποῖα ὀνομάζονται προσέτι **στρογγύλα σώματα**.

Τὸ **πρίσμα** εἶναι στερεόν, τὸ ὁποῖον ἔχει ἄνω καὶ κάτω δύο εὐθύγραμμα σχήματα ἴσα καὶ παράλληλα ἐνούμενα διὰ παραλληλογράμμων.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Εἰς πόσας κατηγορίας κατατάσσονται τὰ στερεά;—Τί εἶναι τὸ πρίσμα;—Τί ὀνομάζονται βάσεις τοῦ πρίσματος;—Πλευραὶ τοῦ πρίσματος;—Μὲ τί ἰσοῦται ἡ πλαγία πλευρὰ τοῦ πρίσματος;—Τὸ σύνολον τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος μὲ ποῖον ἀριθμὸν ἰσοῦται;—Τί λέγεται ὕψος τοῦ πρίσματος;—Δεῖξατε ἐντὸς τῆς τάξεως στερεὰ ἔχοντα σχῆμα πρίσματος.—Πότε λέγομεν ὅτι ἓν πρίσμα εἶναι εὐθύ;—Πλάγιον;—Πότε ἓν πρίσμα λέγεται τριγωνικόν, τετραγωνικόν, πενταγωνικόν κτλ.;—Τί λέγεται παραλληλεπίπεδον;—Τί λέγεται κύβος;—Δεῖξατε ἐντὸς τῆς τάξεως στερεὰ ἔχοντα σχῆμα παραλληλεπίπεδου;—κύβου;

Τὰ ἄνω καὶ κάτω δύο ἴσα καὶ παράλληλα σχήματα ὀνομάζονται **βάσεις** τοῦ πρίσματος, τὰ δὲ ἐκ τῶν πλαγίων παραλληλόγραμμα **πλευραὶ** τοῦ πρίσματος.

Ἡ **ὕψος** τοῦ πρίσματος εἶναι ἡ κάθετος ἢ φερομένη ἐκ μιᾶς τῶν κορυφῶν τῆς ἀνωτέρας βάσεως ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τῆς κατωτέρας βάσεως.

Ὅταν αἱ μεταξὺ τῶν πλευρῶν τοῦ πρίσματος (διέδροι) γωνίαι εἶναι κάθετοι, ἐκάστη παριστᾷ τὸ ὕψος τοῦ στερεοῦ· αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας, τὸ δὲ πρίσμα λέγεται **ὀρθιον**. Ὅταν αἱ γωνίαι αὗται δὲν εἶναι κάθετοι, εἶναι ἄνισαι καὶ τὸ πρίσμα λέγεται **πλάγιον**.

Τὸ πρίσμα λέγεται τριγωνικόν, τετραγωνικόν, πενταγωνικόν, ἑξαγωνικόν κτλ. ὅταν ἔχη ὡς βάσιν τρίγωνον, τετράγωνον, πεντάγωνον, ἑξάγωνον κτλ. ὅταν ἔχη ὡς βάσιν παραλληλόγραμμον λέγεται **παραλληλεπίπεδον**.

Ἐὰν τὸ παραλληλεπίπεδον εἶναι ὀρθιον καὶ ἔχη βάσεις ὀρθογώνια, λέγεται **ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον**· ἔαν δὲ ὅλαι αἱ πλευραὶ τοῦ εἶναι τετράγωνα ἴσα, λέγεται **κύβος**.

Ἡ **ἀνάπτυξις στερεοῦ** συνίσταται εἰς τὸ νὰ ἀπλόνη τις αὐτὸ ἐπὶ ἐπιπέδου χωρὶς νὰ διαχωρίζωνται αἱ πλάγια πλευραὶ τῶν βάσεων, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ τὸ ἐπανασχηματίξῃ εἰς στερεόν μὲ ἀπλήν συστροφικὴν κίνησιν.

Κατὰ συνέπειαν ἡ ἀνάπτυξις κύβου παρουσιάζεται δι' ἕξ τετραγώνων ἴσων καὶ συνεχῶν ἐχόντων ὡς πλευρὰν τὴν διέδρον γωνίαν τοῦ κύβου.

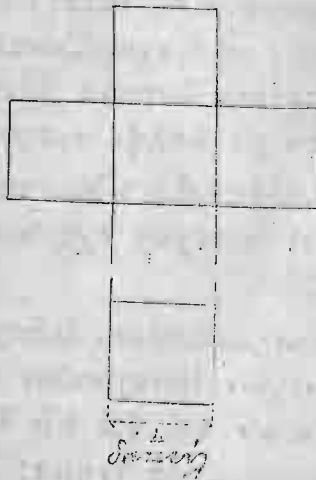
Ἡ ἀνάπτυξις παραλληλεπίπεδου ὀρθογωνίου παρουσιάζεται διὰ τεσσάρων συνεχῶν ὀρθογωνίων σχηματιζόντων τὴν πλαγίαν τοῦ ἐπιφάνειαν καὶ διὰ δύο ἄλλων ὀρθογωνίων τῶν βάσεων. Τὰ ὀρθογώνια, τὰ σχηματίζοντα τὴν πλαγίαν

ἐπιφάνειαν τοῦ παραλληλεπιπέδου, ἔχουσιν ὅλα ὡς ὕψος τὸ ὕψος τοῦ πρίσματος καὶ ὡς πλάτος τὸ μήκος τῆς πλευρᾶς τῆς βάσεως, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ.

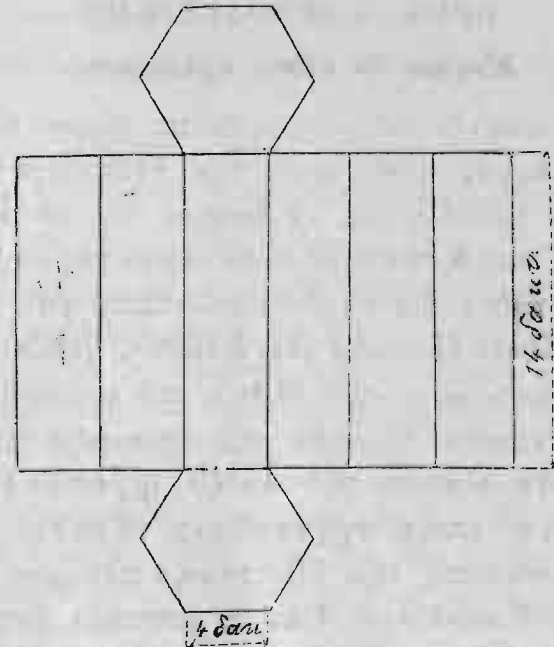
Ἡ ἀνάπτυξις ἑξαγωνικοῦ πρίσματος δίδεται δι' ἕξ συνεχῶν ὀρθογωνίων ἀποτελούντων τὴν πλαγίαν αὐτοῦ ἐπιφάνειαν καὶ διὰ τῶν ἑξαγώνων τῶν βάσεων. Ἐὰ ὀρθογώνια ταῦτα ἔχουσιν ὡς μήκος τὸ ὕψος τοῦ πρίσματος καὶ ἕκαστον αὐτῶν ἔχει ὡς πλάτος τὸ μήκος τῆς πλευρᾶς τοῦ ἑξαγώνου, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ.

Διὰ τὴν κατασκευάσῃ τις στερεὸν σύρει κατ' ἀρχὰς τὴν ἀνάπτυξιν αὐτοῦ ἐπὶ καρτονίου, χαράσσει ἔπειτα ὀλίγον τὰς γραμμὰς, αἱ ἑποῖαι κείνται μεταξύ δύο πλευρῶν, κόπτει τὴν ἀνάπτυξιν καὶ μὲ μίαν κίνησιν ὡς στρόφιγγος δίδει εἰς ἑκάστην πλευρὰν τὴν θέσιν, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχη. Ἐπειτα μονιμοποιεῖ τὰς πλευρὰς τοῦ στερεοῦ εἰς τὴν ἀρμόζουσαν αὐτῶν θέσιν μὲ λιωρίδας χαρτοῦ, τὰς ὁποίας κολλᾷ.

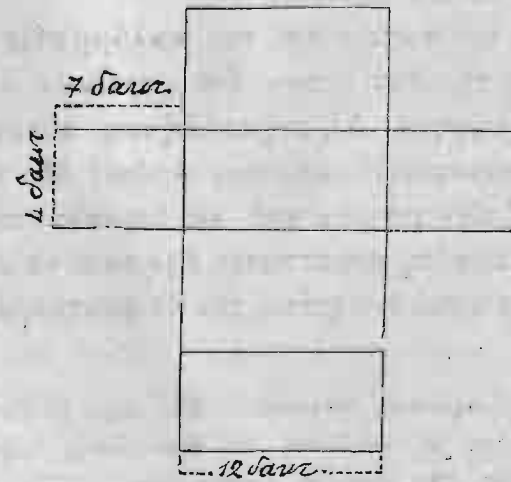
4ον ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Κύβος.



Πρίσμα ἑξαγωνικόν.



Παραλληλεπίπεδον.

Ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Εἰς-τί συνίσταται ἡ ἀνάπτυξις τοῦ στερεοῦ; Πῶς δίδεται ἡ ἀνάπτυξις κύβου, παραλληλεπιπέδου ὀρθογωνίου;

ΕΡΓΑ ΧΑΡΤΟΔΕΤΙΚΗΣ

Κυτίον ἐν εἴδει πρίσματος.

Πρὸς κατασκευὴν τοῦ κυτίου τούτου σύρατε ἐλαφρῶς ἐπὶ καρτονίου ἐλαφρᾶς πυκνότητος τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ καλύμματος αὐτοῦ φροντίζοντες νὰ δώσητε εἰς τὰ δύο διαστάσεις ἀκριβῶς ἴσας. Κόψατε ἐξ ὁλοκλήρου τὰς ἐσχεδιασμένας ταύτας ἀναπτύξεις διὰ κανόνος εὐθυτάτου καὶ κονδυλομαχαίρου. Χαράξατε ἐλαφρῶς τὰς διέδρους γωνίας, αἱ ὁποῖαι ὀρίζουσι τὸ ὀρθογώνιον τοῦ βάθους τοῦ κυτίου ἀκολουθοῦντες τὴν ἐσωτερικὴν πλευρὰν τῆς γραμμῆς τοῦ μολυβδοκονδύλου. Ἐπαναλάβετε τὴν αὐτὴν ἐργασίαν ἐπὶ τῶν διέδρων γωνιῶν, αἱ ὁποῖαι σχηματίζουν τὸ βάθος τοῦ καλύμματος ἀκολουθοῦντες τὴν ἐξωτερικὴν πλευρὰν τῆς γραμμῆς τοῦ μολυβδοκονδύλου. Ἐὰν τὸ κοπτικὸν ἔργον ἐξετελέσθη καλῶς τὸ κάλυμμα τοῦ κυτίου πρέπει νὰ εἰσχωρῆ εἰς τὸ βάθος τοῦ κυτίου μὲ τριδὴν.

Αἱ πλευραὶ τοῦ κυτίου καὶ τοῦ καλύμματός του θὰ συγκρατηθῶσι εἰς τὴν θέσιν των διὰ χαρτίνων λωρίδων, τὰς ὁποίας θὰ κολλήσητε. Αἱ συγκολλήσεις αὗται δυνατὸν νὰ γίνωσι διὰ χρωματιστοῦ χάρτου, πρέπει δὲ νὰ κατέχωσι ὅλον τὸ μῆκος τῶν γωνιῶν καὶ νὰ ἐπικαλύπτωσι ἰδίως τὰς κορυφάς. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ἀφήσατε νὰ φαίνωνται αὐταεἰς σχῆμα στενοῦ σειρητίου, τὸν δὲ ἀκατέργαστον χάρτην

λέγεται πλαγία ἐπιφάνεια στερεοῦ;—Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ παραλληλεπίπεδου μὲ τί ἰσοῦνται αἱ διαστάσεις τῶν ὀρθογωνίων τῶν ἀποτελούντων τὴν πλαγίαν ἐπιφάνειαν;—Πῶς δίδεται ἡ ἀνάπτυξις ἐξαγωνικοῦ πρίσματος;—Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν ἐξαγωνικοῦ πρίσματος μὲ τί ἰσοῦνται αἱ διαστάσεις τῶν ὀρθογωνίων τῶν σχηματίζοντων τὴν πλαγίαν αὐτοῦ ἐπιφάνειαν;—Πῶς κατασκευάζεται στερεὸν ἐκ καρτονίου;

τοῦ κυτίου καλύψατε μὲ χρωματιστὰ χάρτινα ὀρθογώνια, ἐπὶ τῶν ὁποίων σχηματίσατε, ἂν θέλητε, διάφορα σχέδια.

Πυραμῖς, κύλινδρος, κῶνος.

1ον. ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

ΣΗΜ. Τὰ γυμνάσματα ταῦτα πρέπει νὰ γίνωσι διὰ παραθέσεως τῶν σχετικῶν γεωμετρικῶν στερεῶν. Εἶναι ἀδύνατον ἄνευ αὐτῶν νὰ κατανοηθῶσι αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τὴν συγκεκριμένην γνῶσις.

Πρέπει οἱ ἴδιοι νὰ βεβαιωθῶσι περὶ τῶν ιδιοτήτων, αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουσι τὴν πυραμίδα περὶ τῆς διαφορᾶς, ἡ ὁποία ὑπάρχει μετὰ μίαν πυραμίδος εὐθείας καὶ μίαν πλαγίας ὅτι, εἰς πᾶσαν ὀρθὴν πυραμίδα ἔχουσαν ὡς βάσιν κανονικὸν πολύγωνον, ὅλα τὰ τρίγωνα τὰ σχηματίζοντα τὰς πλαγίας αὐτῆς πλευρᾶς εἶναι ἰσοσκελῆ. Νὰ ὑποδειχθῆ ὅτι ὅλα αἱ γωνίαι εἶναι ἴσαι, ὅτι τὸ ὕψος τῶν τριγῶνων τούτων δὲν πρέπει νὰ συγγένηται μὲ τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος οὔτε μὲ τὸ μῆκος τῶν γωνιῶν.

Νὰ κατανοηθῶσι ἀκόμη αἱ χαρακτηριστικαὶ ιδιότητες τοῦ κῶνου καὶ τοῦ κυλίνδρου.

2ον ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ ΓΡΑΦΙΚΑ

ἐπὶ τοῦ πίνακος καὶ τοῦ τετραδίου.

1) Σχεδιάσατε τὴν ἀνάπτυξιν ὀρθῆς πυραμίδος μὲ βάσιν ὀκτάγωνον, διέδρον γωνίαν 9 δακτύλων καὶ πλευρὰν τοῦ κανονικοῦ ὀκταγώνου $1\frac{1}{2}$ δάκτυλον.

2) Σχεδιάσατε τὴν ἀνάπτυξιν κυλίνδρου ἔχοντος ὕψος 9 δακτύλων καὶ ἀκτῖνα βάσεως 4 δακτύλων.

3) Σχεδιάσατε τὴν ἀνάπτυξιν κῶνου ἔχοντος μῆκος πλαγίας πλευρᾶς 9 δακτύλων καὶ ἀκτῖνα βάσεως 5 δακτύλων.

3ον. ΣΥΓΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ πυραμῖς εἶναι στερεόν, τὸ ὅποιον ἔχει ὡς βάσιν πολύγωνον καὶ ὡς κορυφὴν σημειὸν τι.

Ὅλαι αἱ πλάγιοι πλευραὶ τῆς πυραμίδος εἶναι τρίγωνα, τὰ ὅποια ἔχουσιν ὡς κορυφὴν τὴν κορυφὴν τῆς πυραμίδος.

Ἡ πυραμὶς λέγεται τριγωνική, τετραγωνική, πενταγωνική, ἑξαγωνική, ἐὰν αὕτη ἔχη ὡς βάσιν τρίγωνον, τετράγωνον, πεντάγωνον κτλ.

Ὑψος τῆς πυραμίδος εἶναι ἡ κάθετος ἢ φερομένη ἐκ τῆς κορυφῆς εἰς τὴν βάσιν. Ἐὰν ἡ κάθετος αὕτη πίπτῃ ἀκριβῶς εἰς τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ἢ πυραμὶς λέγεται ὀρθία, εἰ δὲ μὴ *πλαγία*.

Διὰ νὰ ἀναπτύξητε πυραμίδα ὀρθὴν, ὀκταγωνικὴν π.χ. πρέπει πρῶτον νὰ παραστήσητε τὴν πλάγιαν αὐτῆς ἐπιφάνειαν. Πρὸς τοῦτο ἔκ τινος σημείου ἐπὶ τοῦ ἰχνογραφικοῦ χάρτου ὡς κέντρον μὲ ἀκτῖνα ἴσην μὲ τὴν διέδρον γωνίαν τῆς πυραμίδος περιγράφετε τόξον κύκλου. Ἐπὶ τοῦ τόξου τούτου ἀπὸ σημείου τινὸς φέρετε ἀλληλοδιαδόχως ὀκτὼ φορές τὸ μῆκος τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταγώνου· ἐνόνετε ἀνὰ δύο τὰ σημεῖα τῶν διαιρέσεων καὶ ἕκαστον αὐτῶν πρὸς τὸ κέντρον τοῦ τόξου· στηρίζετε ἔπειτα εἰς τὴν βάσιν τῶν οὕτω κατασκευασθέντων τριγώνων τὸ ὀκτάγωνον τῆς βάσεως τῆς πυραμίδος (*).

Κύλινδρος ὀνομάζεται σῶμα στρογγύλον, τὸ ὅποιον περατοῦται ἀνω καὶ κάτω εἰς δύο βάσεις κυκλικάς.

Ὑψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι ἡ κάθετος ἢ φερομένη ἀπὸ τῆς μιᾶς εἰς τὴν ἄλλην βάσιν.

Διὰ νὰ ἀναπτύξητε κύλινδρον, σχεδιάζετε ὀρθογώνιον ἔχον πλάτος τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου καὶ μῆκος τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τῶν βάσεων καὶ προσθέτετε εἰς τὸ ὀρθογώνιον τοῦτο τοὺς κύκλους τῆς βάσεως στηριζομένους εἰς τὰς δύο μεγάλας πλευρὰς τοῦ ὀρθογωνίου.

(*) Διὰ νὰ κατασκευάσῃ τις κανονικὸν ὀκτάγωνον, γνωστῆς οὕσης τῆς βάσεως, στηρίζεται ἐπὶ τοῦ μεγέθους τῆς γωνίας τῆς κορυφῆς.

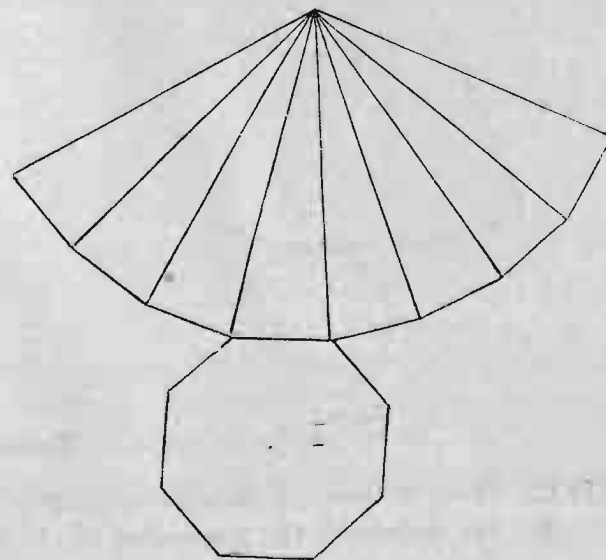
Ὁ **Κώνος** εἶναι σῶμα στρογγύλον ἔχον ὀξεῖαν κορυφὴν καὶ βάσιν κυκλικήν.

Ὑψος τοῦ κώνου εἶναι ἡ κάθετος ἢ φερομένη ἐκ τῆς κορυφῆς εἰς τὴν βάσιν.

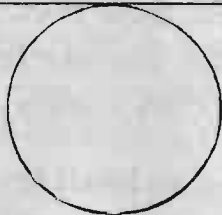
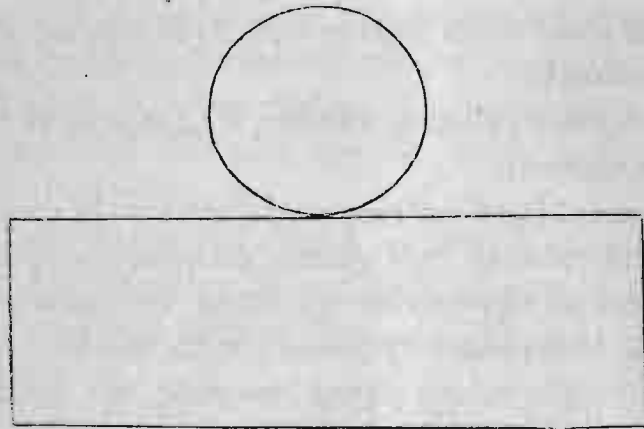
Διὰ νὰ ἀναπτύξητε κώνον, περιγράφετε ἕκ τινος σημείου ἐπὶ τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου εἰλημμένου ὡς κέντρον μὲ ἀκτῖνα ἴσην μὲ τὴν γωνίαν τῆς ἑδρας τοῦ κώνου (ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου) τόξου κύκλου λαμβάνετε ἐπὶ τοῦ τόξου τούτου μῆκος ἴσον πρὸς τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως, ἐνόνετε τὰ δύο ἄκρα τοῦ τόξου τούτου μὲ τὸ κέντρον καὶ ἔχετε οὕτω τὴν πλάγιαν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. εἰς τὴν ὁποίαν προσθέτετε τὸν κύκλον τῆς βάσεως ἐστηριγμένον ἐπὶ τοῦ τόξου.

4ον. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

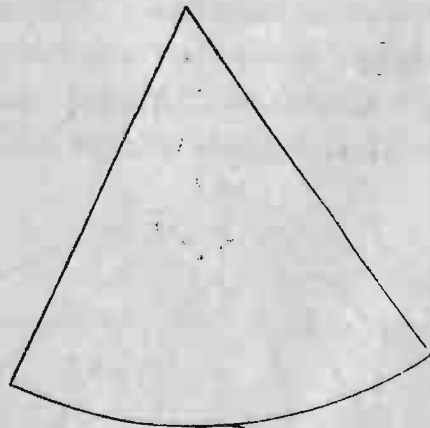
Στερεὰ πρὸς κατασκευὴν. 1ον Πυραμὶς ὀκταγωνική: πλευρὰ τοῦ ὀκταγώνου 2 δακτύλων, — διέδρος γωνία 9 δακτύλων. — **Κύλινδρος:** ἀκτὶς τῶν κύκλων τῶν βάσεων 4 δακτύλων, — ὕψος 9 δακτύλων. — **Κώνος:** ἀκτὶς τοῦ κύκλου τῆς βάσεως 3 δακτύλων, πλάγιοι πλευρὰ 10 δακτύλων.



Πυραμὶς



Κύλινδρος.



Κώνος

Ἐρωτήσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ. Πῶς δίδεται ἡ ἀνάπτυξις πυραμίδος, κυλίνδρου, κώνου; — Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς πυραμίδος με τί ἰσοῦνται αἱ

ΕΡΓΑ ΧΑΡΤΟΔΕΤΙΚΗΣ

Τὸ πρὸς κατασκευὴν κυτίου συνίσταται ἐκ δύο μερῶν, τοῦ κυτίου καὶ τοῦ ἐπικαλύμματος· πρὸς τοῦτο σχεδιάζετε ἐλαφρῶς ἐπὶ φύλλου ἐκ καρτονίου τὴν ἀνάπτυξιν καὶ τῶν δύο αὐτοῦ μερῶν, εἰς τὰ ὅποια τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος εἶναι ἴσα με μικρὰν ἀὔξησιν αὐτῶν εἰς τὸ ἐπικάλυμμα, εἰς τὸ πλάτος καὶ ὕψος τοῦ ὁποίου θὰ προσθέσητε δις τὴν πυκνότητα τοῦ χάρτου.

Ἡ ἀνάπτυξις τοῦ κυτίου συνίσταται ἐκ τεσσάρων ὀρθογωνίων συνεχῶν, τὰ ὅποια θὰ ἔχωσιν μήκος τὸ κατὰ βούλησιν μήκος τοῦ κυτίου, πλάτος τὸ πλάτος τοῦ κυτίου ἠὔξημένον κατὰ δύο πυκνότητας καὶ ὕψος τὸ ὕψος αὐτοῦ ἠὔξημένον κατὰ τὴν αὐτὴν πυκνότητα.

Ἡ διατομὴ τῆς ἀναπτύξεως, ἢ ἐντομὴ τῶν διέδρων γωνιῶν καὶ ἢ μονιμοποιήσεις τῶν πλευρῶν τοῦ στερεοῦ διὰ κολλήσεως θὰ γίνωσιν ὡς ἐλέχθη προηγουμένως.

Διὰ νὰ κατασκευάσητε κυτίον κυλινδρικὸν με ἐπικάλυμμα ἀκολουθεῖτε τὴν αὐτὴν μέθοδον, σύμφωνα με τὴν ὁποῖαν κατεσκευάσατε προηγουμένως τὸ κυτίον, τὸ ὁποῖον εἶχε σχῆμα παραλληλεπιπέδου ὀρθογωνίου.

βάσεις τῶν τριγώνων τῆς πλαγίας αὐτῆς ἐπιφανείας: — Με τί ἰσοῦνται αἱ διαστάσεις τοῦ ὀρθογωνίου τῆς πλαγίας ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου; — Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ κώνου τὸ τόξον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς βάσις τοῦ τριγώνου τῆς πλαγίας ἐπιφανείας, με τί εἶναι ἴσον;

ΙΧΝΟΓΡΑΦΙΑ ΚΑΘ' ΥΠΑΓΟΡΕΥΣΙΝ

1 **Ἡ περιφέρεια.** Γράψατε τετράγωνον 15 δακτύλων πλευρᾶς. — 2 Ἐκ τῶν κορυφῶν τοῦ τετραγώνου ὡς κέντρων μὲ ἀκτῖνα ἴσην μὲ $\frac{1}{4}$ τῆς πλευρᾶς σύρατε τόξα 90° εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ σχήματος. — 3 Ἐντὸς τοῦ πρώτου τετραγώνου ἐνόησοντες τὰ ἄκρα τῶν γραφέντων τόξων σχηματίζετε δεῦτερον τετράγωνον ἔχον τὸ αὐτὸ κέντρον. — 4 Διαιρέσατε τὰς πλευρᾶς τοῦ δευτέρου τετραγώνου εἰς τρία ἴσα μέρη. — 5 Εἰς ἐκάστην κορυφήν καὶ εἰς τὰς τέσσαρας ἐσωτερικὰς γωνίας τοῦ δευτέρου τετραγώνου κατασκευάσατε τέσσαρα μικρὰ τετράγωνα. — 6 Ἐπὶ ἐκάστης μέσης διαιρέσεως τοῦ δευτέρου τετραγώνου, λαμβανομένης ταύτης ὡς διαμέτρου, σύρατε τέσσαρας ἡμιπεριφερείας ἐξωτερικὰς. — 7 Σύρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς ὄλον τὸ κεντρικὸν μέρος τοῦ ἰχνογράφηματος, τὸ περιοριζόμενον ὑπὸ τῶν ἡμιπεριφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τῶν μικροτέρων τετραγώνων.

2. — 1 Γράψατε περιφέρειαν 16 δακτύλων διαμέτρου. — 2 Ἐγγράψατε εἰς τὸν κύκλον δι' ἐστιγμένων γραμμῶν τετράγωνον ἐνόησοντες τὰ ἄκρα τῶν δύο καθέτων διαμέτρων. — 3 Εἰς τὸ μέσον ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τούτου ὑψώσατε καθέτους μέχρι τῆς περιφερείας. — 4 Μὲ τὴν κάθετον ταύτην ὡς ἀκτῖνα γράψατε ἐπὶ ἐκάστης πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου ἡμιπεριφέρειαν ἐφαπτομένην εἰς τὴν πρώτην. — 5 Ἐνώσατε μὲ τὸ κέντρον τῆς μεγάλης περιφερείας τὰ ἄκρα ἐκάστης τῶν ἡμιπεριφερειῶν καὶ χρωματίσατε μὲ διάφορα χρώματα ἕκαστον βραχίονα τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος σταυροειδοῦς σχήματος.

3 — 1 Κατασκευάσατε τετράγωνον 12 δακτύλων πλάτους σχηματίζον γωνίαν 45° μὲ τὰς κάτω πλευρᾶς τοῦ φύλλου καὶ φέρατε τὰς διαμέσους τοῦ τετραγώνου τούτου. — 2 Ἐκ τῶν σημείων τῆς συναντήσεως τῶν πλευρῶν μὲ τὰς διαμέσους ὡς κέντρων καὶ μὲ ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς πλευρᾶς γράψατε τέσσαρας ἡμιπεριφερείας εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ τετραγώνου. — 3 Σύρατε δύο περιφερείας ὁμοκέν-

τρους ἐχούσας ὡς κέντρον τὸ κέντρον τοῦ τετραγώνου καὶ ὡς ἀκτῖνα τὸ τέταρτον καὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἡμιδιαμέσου τοῦ τοῦ τετραγώνου. — 4 Συγκρατήσατε τὰς γραμμὰς τοῦ κεντρικοῦ στεφάνου εἰς τρόπον ὥστε νὰ σχηματίζηται σύμπλεγμα μὲ τὸ πρῶτον μέρος τοῦ ἰχνογράφηματος. — 5 Χρωματίσατε μὲ ἐγκαρσίους παραλλήλους γραμμὰς ὄλον τὸ μέρος τοῦ περικλείοντος τετραγώνου, τὸ ὁποῖον ἐλήφθη ὡς βᾶσις τοῦ ἰχνογράφηματος.

4. — 1 Μὲ ἀκτῖνα μήκους 7 δακτύλων γράψατε περιφέρειαν καὶ θέσατε εἰς τὸ κέντρον αὐτῆς τὸ γράμμα O. — 2 Ἐντὸς τοῦ κύκλου φέρατε δύο διαμέτρους καθέτους τὴν AB καὶ ΓΔ. — 3 Γράψατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένας τέσσαρας περιφερείας αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχωσιν ὡς διαμέτρους τὰς ἀκτῖνας AO, OB, OD, OF τῆς ἤδη γραφείσης περιφερείας. — 4 Σύρατε εἰς γραμμὰς πλήρεις τὸ μέρος τῆς περιφερείας OD τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τοῦ σημείου O καὶ τῆς περιφερείας OB. Τὸ μέρος τῆς περιφερείας OB τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τοῦ σημείου O καὶ τῆς περιφερείας OF, τὸ μέρος τῆς περιφερείας OF τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τοῦ σημείου O καὶ τῆς περιφερείας OA, τὸ μέρος τῆς περιφερείας OA τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τοῦ σημείου O καὶ τῆς περιφερείας OD. — 5 Χρωματίσατε τὸ ἰχνογράφημα τοῦτο οὕτως ὥστε νὰ δείκνυται, ὅτι ἕκαστος κύκλος ἀπὸ τοῦ A. πρὸς τὸ Δ. καλύπτει ἐν μέρει τὸν προηγούμενον.

5 — 1 Γράψατε εἰς τὸ μέσον τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου καὶ παραλλήλως πρὸς τὴν μεγάλην αὐτοῦ πλευρὰν τὴν εὐθεῖαν AB μήκους 16 δακτύλων. — 2 Διαιρέσατε τὴν εὐθεῖαν ταύτην εἰς δώδεκα ἴσα μέρη σημειοῦντες ταῦτα ἀπὸ τοῦ A διὰ τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. — 3 Ἐκ τῶν σημείων 1, 4, 7, 10 μὲ ἀκτῖνα ἴσην πρὸς μίαν διαίρεσιν σύρατε περιφερείας. — 4 Ἐκ τῶν αὐτῶν σημείων μὲ ἀκτῖνα διπλασίαν σύρατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένας περιφερείας. — 5 Σύρατε εἰς γραμμὰς πλήρεις τὰ μέρη τῶν περιφερειῶν τούτων, τὰ ὁποῖα καίονται κάτω τῆς τῆς γραμμῆς AB καὶ τὰ ὁποῖα περιλαμβάνονται μεταξὺ τοῦ σημείου 2 καὶ τῆς μεγάλης περιφερείας τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου 5, τὰ

μεταξὺ τοῦ σημείου 5 καὶ τῆς μεγάλης περιφερείας τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου 8, τὰ μεταξὺ τοῦ σημείου 8 καὶ τοῦ ἄκρου τῆς εὐθείας. — 6 Σύρατε ἐπίσης εἰς γραμμὰς πλήρεις τὰ μέρη τῆς μεγάλης περιφερείας τὰ κείμενα ἀνωθεν τῆς γραμμῆς AB καὶ περιλαμβανόμενα μεταξὺ τῶν σημείων 9 καὶ τῆς μεγάλης περιφερείας τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου 6, τὰ μεταξὺ τοῦ σημείου 6 καὶ τῆς μεγάλης περιφερείας τῆς διερχομένης διὰ τοῦ σημείου 3, τὰ μεταξὺ τοῦ σημείου 3 καὶ τοῦ ἀριστεροῦ ἄκρου τοῦ ἰχνογραφήματος. — 7 Χρωματίσατε αὐτὸ οὕτως ὥστε νὰ φαίνεται ὅτι εἶναι σύμπλεγμα.

6. — 1 Γράψατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένους εἰς τὸ μέσον ἀκριβῶς τοῦ φύλλου καὶ παραλλήλως πρὸς τὰς πλευράς τοῦ τετράγωνου, τοῦ ἑποίου ἢ πλευρὰ νὰ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τῆς μεγάλης πλευρᾶς τοῦ φύλλου. — Διαιρέσατε τὰς πλευράς του εἰς δύο ἴσα μέρη καὶ ἐνώσατε διὰ γραμμῶν ἐστιγμένων τὰ ἀντίθετα σημεία· κατέχετε τοιουτοτρόπως τοὺς ἄξονας τοῦ τετραγώνου. — 3 Διαιρέσατε εἰς δύο ἴσα μέρη τοὺς τέσσαρας ἡμιᾶξονας καὶ ἐνώσατε ἕκαστον τῶν σημείων μὲ τὰς δύο γείτονας κορυφὰς τοῦ τετραγώνου. Κατέχετε τοιουτοτρόπως ἀστέρας μὲ τέσσαρας βραχίονας. — 4 Εἰς τὸ κέντρον τοῦ ἀστέρος γράψατε εἰς γραμμὰς πλήρεις περιφέρειαν, τῆς ὁποίας ἢ ἀκτὶς θὰ ἔχη μῆκος ἴσον πρὸς τὸ τρίτον τοῦ ἡμιᾶξονος τοῦ τετραγώνου.

7. — 1 Γράψατε εἰς γραμμὴν κατασκευῆς περιφέρειαν 12 δακτύλων διαμέτρου. — 2 Ἐντὸς τῆς περιφερείας ταύτης ἐγγράψατε εἰς γραμμὰς πλήρεις, τετράγωνον ὀρθιον καὶ κατόπιν ἄλλο 45°. Ἐντὸς ἑκάστου τῶν δύο τούτων τετραγώνων καὶ εἰς ἀπόστασιν ἴσην πρὸς $\frac{1}{20}$ τῆς πλευρᾶς τοῦ μεγάλου τετραγώνου, γράψατε δύο τετράγωνα, αἱ πλευραὶ τῶν ὁποίων νὰ εἶναι παράλληλοι πρὸς ταύτας. Κατέχετε τοιουτοτρόπως δύο τετράγωνα ἐσχηματισμένα ἀπὸ ἐλάσματα, τὰ ἑποῖα πρέπει νὰ συμπλέκωνται. — 5 Πληρώσατε δι' ἐγκαρσίων γραμμῶν καθέτων πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῶν ἐλασμάτων. — 6 Πλαισιώσατε τὸ σχῆμα διὰ τετραγώνου παραλλήλου πρὸς τὸ μέγα τετράγωνον ἐξ ἀποστάσεως 2 δακτύλων.

8 — 1 Γράψατε ὀρθογώνιον ABΓΔ μήκους 13 δακτύλων καὶ πλάτους 6 δακτύλων. — 2 Ἐνώσατε τὰ μέσα τῶν μικρῶν πλευρῶν AB καὶ ΓΔ τοῦ ὀρθογωνίου τούτου διὰ τῆς εὐθείας ΕΦ IE τὸ μέσον τῆς γραμμῆς AB καὶ διαιρέσατε τὴν εὐθεΐαν ταύτην εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη EZ, ZH, HI IF. — 3 Ἐκ τῶν σημείων E καὶ Φ ὡς κέντρων μὲ τὴν EB καὶ ΦΓ ὡς ἀκτῖνας γράψατε δύο ἡμιπεριφερείας ὁμοκέντρους εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὀρθογωνίου ἀπεχούσας ἀπ' ἀλλήλων 1 δάκτυλον. — 4 Ἐκ τῶν σημείων Z, H, καὶ I γράψατε εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὀρθογωνίου περιφερείας ὁμοκέντρους μὲ τὰς ἀκτῖνας τῶν ἀχθεισῶν ἤδη ἡμιπεριφερειῶν, μετὰ τῶν ὁποίων αἴται νὰ σχηματίζωσι σύμπλεγμα.

9. — 1 Γράψατε τετράγωνον 12 δακτύλων πλευρᾶς. — 2 Φέρατε εἰς γραμμὰς ἐστιγμένους τὰς διαμέσους καὶ τὰς διαγωνίους τοῦ τετραγώνου τούτου. — 3 Ἐκ τῶν κορυφῶν ἑκάστης διαμέσου ὡς κέντρων μὲ ἀκτῖνα ἡμιδιάμεσον, σύρατε τέσσαρα τόξα κύκλου, τὰ ὁποῖα τέμνονται εἰς τὸ ἐσωτερικὸν μὲ τὰς τέσσαρας κορυφὰς τοῦ τετραγώνου. — Ἐκ τῶν αὐτῶν κορυφῶν ὡς κέντρων σύρατε τέσσαρα τόξα κύκλου ὁμοκέντρα μὲ τὰ πρῶτα, ἀπὸ τῶν ὁποίων νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἀπόστασιν ἑνὸς δακτύλου· τοιουτοτρόπως θὰ σχηματισθῆ σύμπλεγμα.

Τὰ πολύγωνα.

10. — 1 Γράψατε περιφέρειαν 15 δακτύλων διαμέτρου καὶ διαιρέσατε αὐτὴν εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη. — 2 Σύρατε περιφέρειαν μὲ ἀκτῖνα $7\frac{1}{2}$ δακτύλων ὁμοκέντρον μὲ τὴν πρῶτην. — 3 Διαιρέσατε τὴν μικρὰν περιφέρειαν εἰς ὀκτὼ ἴσα μέρη, οὕτως ὥστε αἱ ἀκτῖνες ἐπεκτεινόμεναι νὰ διέρχωνται διὰ τῶν σημείων τούτων καὶ νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἴσην ἀπόστασιν ἀφ' ἑκάστης διαιρέσεως τῆς μεγάλης. — 4 Ἐκ τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως τῆς μεγάλης καὶ μικρᾶς περιφερείας φέρατε ἀκτῖνας καὶ ἐνώσατε ἀλληλοδιαδόχως ἕκαστον σημεῖον τῆς διαιρέσεως τῆς μεγάλης περιφερείας μὲ δύο διαιρέσεις τὰς πλησιεστέρας τῆς μικρᾶς περιφερείας. — 5 Γράψατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς ἕκαστον ἡμιδραχίονα τοῦ

οὕτω κατασκευασθέντος ἀστέρος φροντίζοντες περὶ ἐναλλαγῆς ἡμίσεως βραχίονος λευκοῦ πρὸς ἡμισυ βραχίονα κεκαλυμμένον δι' ἐγκαρσίων γραμμῶν.

11. — 1 Γράψατε τετράγωνον 12 δακτύλων πλάτους καὶ φέρατε τὰς διαγωνίους τοῦ τετραγώνου τούτου. — 2 Ἐπὶ μίᾳ τῶν διαγωνίων κατασκευάσατε δεύτερον τετράγωνον ἔχον τὸ αὐτὸ μὲ τὸ πρῶτον τετράγωνον κέντρον καὶ μήκος πλευρᾶς ἴσον πρὸς τὸ τῆς τοῦ πρώτου. — 3 Ἐνώσατε τὰς κορυφὰς τῶν δύο τούτων τετραγώνων. — 4 Ἐξαλείψατε ὅλας τὰς ἐσωτερικὰς γραμμὰς τῆς κατασκευῆς καὶ ἐνώσατε ὅλας τὰς ὑπολειπομένας κορυφὰς τοῦ κανονικοῦ ὀκταγώνου μὲ τὸ κέντρον. — 5 Εἰς τὰ οὕτω κατασκευασθέντα ἴσα τρίγωνα φέρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς φροντίζοντες ὅπως ἐναλλάσσονται ταῦτα.

Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαγραφῆς ὀκταγώνου τῆ βοληθία τετραγώνου εἶναι ὁ ἀπλούστερος.

12. — 1 Κατασκευάσατε κύκλον ἔχοντα διάμετρον 15 δακτύλων. — 2 Εἰς τὸν κύκλον τοῦτον ἐγγράψατε κανονικὸν πεντάγωνον. — 3 Ἐντὸς τοῦ πρώτου κατασκευάσατε δεύτερον πεντάγωνον ἐνόνοντες τὰ μέσα τῶν πλευρῶν τοῦ πρώτου πενταγώνου. — 4 Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γράψατε τρίτον πεντάγωνον ἐντὸς τοῦ δευτέρου. — 5 Γράψατε ἐγκαρσίους παραλλήλους γραμμὰς ἐντὸς τῶν μερῶν τοῦ δευτέρου πενταγώνου, τὰ ὅποια δὲν καλύπτονται ὑπὸ τοῦ τρίτου. — 6 Γράψατε ἐγκαρσίους γραμμὰς καὶ εἰς τὰ μέρη ἐκεῖνα, τὰ ὅποια εὐρίσκονται μεταξύ τῆς περιφερείας καὶ τοῦ πρώτου πενταγώνου.

13. — Γράψατε δύο ὁμοκέντρους περιφερείας, τὴν μίαν μὲ ἀκτῖνα 7 δακτύλων καὶ τὴν ἄλλην 4 δακτύλων. — 2 Εἰς ἐκάστην τῶν περιφερειῶν τούτων περιγράψατε κανονικὸν ἑξάγωνον φροντίζοντες ἵνα αἱ πλευραὶ τοῦ πρώτου ἑξαγώνου εἶναι παράλληλοι πρὸς τὰ τοῦ δευτέρου.

14. — 1 Γράψατε περιφέρειαν ἔχουσαν διάμετρον 14 δακτύλων. — 2 Διαιρέσατε τὴν περιφέρειαν ταύτην εἰς δώδεκα ἴσα μέρη. — 3 Ἐνώσατε: 1ον ὅλα τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως μὲ τὸ κέντρον. 2ον τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως τέσσαρα μὲ

τέσσαρα. 3ον ὅλα τὰ ἐξωτερικὰ σημεῖα τῆς διατομῆς μὲ τὸ κέντρον. — 4 Φέρατε ἐγκαρσίους γραμμὰς εἰς ἕκαστον ἡμισυ τῶν 12 βραχίωνων τοῦ οὕτω κατασκευασθέντος ἀστέρος φροντίζοντες νὰ ἐναλλάσσονται.

Αἱ λοιπαὶ καμπύλαι.

15 — 1 Γράψατε ὀρθογώνιον 11 δακτύλων μήκους καὶ 6 $\frac{1}{2}$ πλάτους. — 2 Ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου τούτου γράψατε δύο σπυροειδεῖς ἐλλείψεις τοῦ αὐτοῦ μεγέθους μὲ τέσσαρα κέντρα, αἱ ὅποια νὰ περιστρέφονται ἀντιστρόφως καὶ νὰ ἐφάπτονται ἐπ' ἀλλήλων καὶ ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου.

16. — 1 Γράψατε ὀρθογώνιον ἔχον μήκος 17 δακτύλων καὶ πλάτος 11 δακτύλων. — 2 Ἐντὸς αὐτοῦ γράψατε δεύτερον ὀρθογώνιον παράλληλον πρὸς τὸ πρῶτον καὶ μικρότερον αὐτοῦ κατὰ 3 δακτύλους. — Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δευτέρου τούτου ὀρθογωνίου γράψατε ἑλλειψιν ἐφαπτομένην εἰς τὰς τέσσαρας πλευρὰς τοῦ ὀρθογωνίου. — 4 Ἐντὸς τῆς ἑλλείψεως ταύτης γράψατε δευτέραν παράλληλον ἑλλειψιν ἀπέχουσαν ἀπὸ τῆς πρώτης 7 γραμμὰς.

17. — 1 Γράψατε περιφέρειαν ἔχουσαν διάμετρον 12 δακτύλων. — 2 Τὴν περιφέρειαν ταύτην διαιρέσατε εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη διὰ δύο διαμέτρων, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία AB νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ φύλλου τοῦ χάρτου, ἡ δὲ ἄλλη ΓΔ παράλληλος πρὸς τὰς μικράς. — 3 Ἐνώσατε τὰ σημεῖα Γ καὶ Δ μὲ τὸ σημεῖον Β καὶ ἐπεκτεῖνατε ἀπεριορίστως τὰς γραμμὰς ταύτας. — 4 Ἐκ τῶν σημείων Γ καὶ Δ λαμβανομένων ὡς κέντρων μὲ ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὴν διάμετρον τῆς περιφερείας φέρατε τόξα, τὰ ὅποια θὰ συναντῶνται μὲ τὴν ἀνωτέρω ἡμιπεριφέρειαν καὶ τὰ ὅποια θὰ λήγωσιν εἰς τὰς προεκτάσεις τῆς ΓΑ καὶ τῆς ΔΒ. — 5 Ἐκ τοῦ σημείου Β ὡς κέντρον συνενώσατε τὰ δύο ἀχθέντα τόξα· ἐξαλείψατε τὰς γραμμὰς τῆς κατασκευῆς. Τὸ σχῆμα τοῦτο παριστᾷ ἑλλειψιν ὡσειδῆ.

18. — 1 Γράψατε εὐθεῖαν AB μήκους 14 δακτύλων παράλληλον πρὸς τὰς μεγάλας πλευρὰς τοῦ φύλλου τοῦ χάρ-

του. — 2 Διαιρέσατε τὴν γραμμὴν ταύτην εἰς 18 ἴσα μέρη καὶ σημειώσατε αὐτὰ ἀρχίζοντες ἀπὸ τοῦ A διὰ τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 κτλ. — 3 Ἐκ τῶν σημείων A, καὶ B με ἀκτῖνα ἴσην πρὸς μίαν διαίρεσιν γράψατε ἄνω τῆς γραμμῆς τρεῖς περιφερείας. — 4 Ἐκ τῶν αὐτῶν σημείων με ἀκτῖνα ἴσην πρὸς δύο διαιρέσεις γράψατε ἡμιπεριφερείας παραλλήλους πρὸς τὰς πρώτας. — 5 Ἐκ τῶν σημείων 2 καὶ 7 με ἀκτῖνα ἴσην πρὸς πέντε διαιρέσεις γράψατε κάτωθεν τῆς γραμμῆς τόξα, τὰ ὅποια τεμνόμενα σχηματίζουσιν ἀψίδα. — Ἐκ τῶν αὐτῶν σημείων με ἀκτῖνα ἴσην πρὸς ἕξ διαιρέσεις γράψατε τόξα παράλληλα πρὸς τὰ πρώτα. — 7 Τὴν αὐτὴν ἐργασίαν ἐπαναλάβετε λαμβάνοντες τὰ σημεῖα 11 καὶ 16 ὡς κέντρα. — 8 Περικλείσατε τὸ ἰχνογράφημα ἐντὸς ὀρθογωνίου.





SISMANOGLIO



SIEMENS

STEWART & SONS
© 1910

