Pol

Ph

des

Photon

ΑΝΤΙΠΕΛΑΡΓΗΣΙΣ

Η

ΣΥΛΛΟΓΗ

ΤΩΝ

ΣΩΖΟΜΕΝΩΝ ΕΚ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΟΤΕΡΩΝ ῾ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΩΝ ΕΚΠΕΠΟΝΗΚΟΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΣ ΠΕΡΙ ΤΟ ΔΗΛΙΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΙΣ ΕΥΡΕΣΙΝ ΔΥΩ ΜΕΣΩΝ ΑΝΑΛΟΓΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΕΝ ΣΥΝΕΧΕΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΙ ΑΝΑΛΟΓΙΑΙ

καὶ

ἐκ τῶν Νεωτέρων ὑπὸ τοῦ ἐν μακαρίᾳ τῇ λήξει γενομένου

κυρίου

ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ,

τοῦ Ἀρχιπρεσβυτέρου, καὶ Διδασκάλου τῶν Ἐπιστημῶν ἐν τῷ ἐν Ἰωαννίνοις Ἀρχιγυμνασίῳ, εὐφυῶς γεωμετρηθέντων, εἰς τὴν τούτων εὕρεσιν, διὰ μόνου τοῦ Κανόνος καὶ Διαβήτου γεωμετρικῶς.

ΕΝ ΒΙΕΝΝΗΙ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ,

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΙΩΑΝ. ΒΑΡΘΟΛΟΜΑΙΟΥ ΖΒΕΚΙΟΥ.

1816.

Οὐ μωμεῖσθαι, ἀλλὰ μιμεῖσθαι προσήκει ὅσα μιμήσεως ἄξια·
Τὸ μὲν γὰρ ἐπιεικῶν ἀνδρῶν, τὸ δὲ ἀντιζήλων, ἢ βασκανίας μεστῶν οἵτινες· καὶ τὸ ἀναίτιον αἰτιόωνται.

Ὁμήρου Ἰλ. λ΄.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ.

Τοῖς Ἐντευξομένοις τὸν προσήκοντα ἑκάστῳ ἀσπασμόν.

Κοσμᾶς ὁ τοῦ Μπαλάνου.

Τύποις ἐκδοῦναι ἐπιθεμένῳ μοι, ἢ τό γε οἰκειότερον εἰπεῖν ἀναγκαζομένῳ· εὐναστὲν γὰρ τὸ ἄλγος ἀνέγερετο δεύτερον αὖθις, ὅσα περὶ τοῦ δηλίου Προβλήματος, τοῖς τε πάλαι, καὶ νῦν τῶν τῆς μαθήσεως τροφίμων γεγεωμέτρηται πρέργου ἂν εἴη εἰπεῖν. Τίς ὁ τὰς ἀφορμὰς παρασχὼν, τίς τε ὁ τὸν περὶ τούτου ἀγῶνα τοῖς Γεωμέτραις προθέμενος, καὶ τί περὶ αὐτοῦ ἑκάστῳ ἔδοξεν· ἵνα, οἱ μὲν εἰδότες ἀνάμνησιν τούτων σχοῖεν, οἱ δ᾽ ἀγνοοῦντες εἴδησιν τῶν ὧν οὐκ ἴσασιν. Ἀλλ᾽ ἐπεὶ περὶ αὐτῶν ἱστόρησε κάλλιστα Ἰωάννης γραμματικὸς ὁ Φιλόπονος, ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον τῶν ὑστέρων ἀναλυτικῶν τοῦ Ἀριστοτέλους ὑπομνήμασιν, ἐκθήσομαι τὰ ὑπ᾽ αὐτοῦ ἱστορημένα, ὡς ἔχει ἐπὶ λέξεως.

Ὁ αὐτὸς Κοσμᾶς ὁ τοῦ Μπαλάνου.

Τὰ τοίνυν τῶν ἀρχαίων τοσαῦτα καὶ τοιαῦτα· ἐπεχείρησαν δὲ καὶ τῶν νεωτέρων πολλοὶ εἰς λύσιν τοῦ Προβλήματος γεωμετρικῶς, ὡς ἔστιν ἰδεῖν παρά τε Κλαυδίῳ Φραγκίσκῳ Milliet de Chales καὶ Βολφίῳ, καὶ ἄλλοις, ὧν εἷς καὶ ὁ ἀείμνηστος Μπαλάνος· ὃς μετριοφρονῶν, καὶ τῇ μετριοφροσύνῃ χαίρων, καὶ δι᾽ αὐτὴν οὐκ ἔχων ἑαυτῷ θαρρεῖν, ἀλλὰ κοινώσασθαι τὴν εὕρεσιν τούτου καὶ ἄλλοις τισὶ τῶν ἐπιστημόνων, καὶ συμβούλοις χρήσασθαι ἀξιῶν, καὶ ταῦτα ἐπὶ προβλήματος, ὅπερ ὑπὸ πολλῶν, οὐ μόνον δύσλυτον· ἀλλὰ καὶ ἀδύνατον κρίνεται, δεῖν ἔγνω τοῖς ἐν Ἰταλίᾳ γεωμέτραις χρήσασθαι συμβούλοις διὰ τῶν οἰκείων αὐτοῦ μαθητῶν· διέτριβον δὲ ἐν ταύτῃ τρεῖς ἐν μὲν Βονωνίᾳ Τρύφων, καὶ Νικόλαος Ζερζούλης οἱ Μεσσοβῖται, ἐν δὲ Βενετίᾳ Γεώργιος Ζεπελαβίτης, οἵ γε ἔδοξαν μὲν ἐκπληρῶσαι τὴν ἀξίωσιν τοῦ διδασκάλου αὐτῶν, ἔπεισαν δὲ κἀυτὸν καὶ ἐγκύκλιον γράψαι ἐπιστολὴν πρὸς τὰς ἐν Πετρουπόλει καὶ Παρισίοις καὶ Βρετανίᾳ Ἀκαδημίας· ἀλλ᾽ ἐπείπερ οἱ μὲν πλεῖστοι ἀλγεβραϊκῶς ἐβασάνιζον τὸ Πρόβλημα, ὃ δὲ ἀπήτει γεωμετρικῶς, ὡς εἰκὸς, βασανίζεσθαι τὰ ὑπ᾽ αὐτοῦ γεωμετρικῶς κατασκευαζόμενα καὶ ἀποδεικνύμενα, καὶ λογομαχίαι συνέπεσον ἀκερδεῖς τε καὶ ἀλυσιτελεῖς, ἔγνω τύποις δοῦναι τὰ ἅπαξ γραφέντα, καὶ ἐάσαι τῇ κρίσει τῶν κρινόντων τὰ τοιαῦτα ἀπαθῶς, καὶ δίχα προλήψεως οἰασοῦν· ἃ δὴ καὶ ἐτυπώθησαν Ἐνετίησι κατὰ τὸ αψνς΄. ἔτος τὸ σωτήριον. Καὶ τί χρὴ μηκύνειν, ὅπου γε ἔνεστι παντὶ τῷ βουλομένῳ μαθεῖν ἔκ τε τῶν ἀμοιβαίων ἐπιστολῶν, καὶ τῶν ὑπ᾽ ἐκείνου γραφέντων, ἅπερ ἐκθήσομαι ἐφεξῆς, ὅσα συνέκυρσε τῷ προβλήματι. Λείπεται μόνον εἰπεῖν καὶ ὅσα συνέβη ἐς ὕστερον. Εὐγένιος γὰρ ὁ Βούλγαρις ἐν τῷ σχολείῳ τῷ ἐν τῷ Ἄθωνι σχολαρχῶν σφοδρᾷ τῇ ῥύμῃ ἠνέχθη κατὰ τοῦ προβλήματος, ἐρανισάμενος ἐνστάσεις τινὰς γενομένας ἐν Ἰταλίᾳ παρὰ τοῦ Τρύφωνος, καὶ ἄδδην γεωμετρήσας, καὶ σχηματογραφήσας ὁ τέως ἀγεωμέτρητος· τὸ γὰρ ὁπωσοῦν γεωμετρεῖν ἐδιδάχθη ἐσύστερον μετὰ τὴν ἐκεῖθεν φυγὴν, ἐν Λειψίᾳ φοιτήσας τῷ Σεγνέρῳ, καὶ μαθητὴς γενόμενος αὐτοῦ, ὁ οὐ πρὸ πολλοῦ ἀκούων ὑπὸ τῶν θαυμαζόντων τὰ τούτου, οἰκουμενικὸς διδάσκαλος· καὶ ἀντίγραφα ποιήσας ἱκανὰ διέσπειρε πολλαχόσε, τὸν Μπαλάνον πρὸς ὃν ὁ ἀγὼν, καὶ τὰ σκάμματα μόνον ἀφεὶς τούτων ἄμοιρον.

Ἐπεὶ δὲ τὸ πρὸς τὸν Τρύφωνα ἀντίγραφον, πρὸς ὃν καὶ ἡ θαυμασία ἐκείνη ἐπιστολὴ, μόλις συνέβη κἀκεῖνον ἰδεῖν· οὐδὲν πρὸς ἔπος λέγεται, φάναι ταῦτα πρὸς τὰ ἡμέτερα. οὐ γὰρ γεωμετροῦντος, ἀλλὰ λοιδορουμένου καὶ χλευάζοντος τὰ ἐμά· οὐδ᾽ ἂν εἴποι τις τὴν συγγραφὴν ταύτην ἀνασκευὴν τῆς ἐμῆς Προτάσεως, μᾶλλον δὲ ἄλλο τι, ἢ κωμῳδίαν ὑποκρινομένην γεωμετρίαν. Βαβαὶ δὲ τῆς ἀτοπίας! καὶ τίς ἡ χρεία τῶν πολλῶν τούτων σχημάτων, καὶ προτάσεων, καὶ ἀλλεπαλλήλων λημμάτων, καὶ ἱστοριῶν, καὶ χρήσεων, καὶ μεταφορῶν, καὶ τῆς πολλῆς ταύτης τερθρείας, καὶ πολυπλόκου πολυλογίας, καὶ ἀπεράντου ἐρεσχελίας; ὅπου γε ἐπὶ Προβλήματος γεωμετρικοῦ, ἡ μὲν ἔκθεσις ἁπλῆ, ἡ δὲ φράσις ἀκόρητος, ἡ δὲ λέξις ἀφελὴς, ὡς κἀυτός φησιν, ἐν τῇ πρὸς Τρύφωνα ἐπιστολῇ ὑπὸ τῆς ἀληθείας ἀναγκαζόμενος, κατὰ τοὺς ἐχθροὺς τῆς ἀληθείας δαίμονας, καὶ ἄκοντας ὁμολογοῦντας τὴν ἀλήθειαν. καὶ ἀλλαχόσε δὲ ὁ αὐτὸς (χρήσομαι γὰρ τοῖς ἐκείνου) ἐν τῇ θαυμασίᾳ συγγραφῇ, ἢ ἀνασκευῇ (Φίλον γὰρ τοῖς μαθήμασι τὸ τοῦ λόγου ἁπλοῦν καὶ ἀπέριττον· τὸ γὰρ δι᾽ ὀλίγων γινόμενον διὰ πολλῶν φιλοτιμεῖσθαι ἐν τοῖς τοιούτοις ποιεῖν, οὐχ ὅπως μάταιον, ἀλλὰ καὶ ἀπειροκαλίας, ἢ ἀμουσίας γραφὴν διαφεῦγον). Εἰ τοῖς μαθήμασι φίλον τὸ ἁπλοῦν καὶ ἀπέριττον· Ἡράκλεις! τοῦ χάριν ἡ τοσαύτη περιττολογία, ἡ ἀπεραντολογία, καὶ βαττολογία, καὶ ἐρεσχελία; ἢ ἵνα δόξῃ ἐκ περιουσίας γεωμετρῶν, ὡς τὰ αὐτὰ πολλάκις ἀνακυκλῶν, καίτοι οὕτω πάνυ σαφέσι καὶ λαμπραῖς ἐμπίπτων ταῖς ἀντιφάσεσιν ὁ παραλόγιστος. Εἰ γὰρ ὑπῆρχεν ἐν τῇ ἐμῇ κατασκευῇ καὶ δείξει τοῦ Προβλήματος παραλογισμὸς, ὃν αὐτὸς σκορπίον ὑπὸ τὸν λίθον εὕδοντα καλεῖ, ὅντε ἐτεκμηριώσας ὁ Λυγγέως ὀξυδερκέστερος, καὶ ὁλόσωμον τῆς ὀπῆς προκύψαι εἰργάσατο, ναὶ μὴν καὶ ἀπέκτεινεν ὁ γεννάδας, ἵνα μή τινα βλάβην τοῖς ἄλλοις ἐπάγῃ, ἐξήρκει αὐτὸς ὁ παραλογισμὸς εἰς ἀνατροπὴν πάντων, καὶ κείσθω οὗτος ἆθλος τοῦ Ἡρακλέους δέκατος τέταρτος. Ἀλλὰ πρὸς τοὺς τηλικούτους ἱκανὴ ἀπάντησις ἡ σιωπὴ, καὶ ῥίψας τὴν συγγραφὴν ἀφῆκε τὸν χλευαστὴν χαίρειν τε καὶ ληρεῖν. καὶ εἰ μὴ προὔλαβεν ἐκεῖνον τὸ χρεὼν, τάχα μεταγενὴς ἀπήντησεν ἂν γεωμετρικώτερον, καὶ ἐγεγόνει πᾶσι κατάδηλα, τίνα μὲν ἀνθρώπων κινήματα, τίνα δὲ πιθήκων μιμήματα. Ποῦ γὰρ γεωμετροῦντος; ἢ τἀληθὲς ἀνιχνεύοντος τὸ, ἐπαινέσαντα τὸ ἁπλοῦν τῆς ἐκθέσεως, τὸ ἀκόρητον τῆς φράσεως, τὸ ἀφελὲς τῆς λέξεως, κᾆτα τῶν μικρῷ πρόσθεν εἰρημένων ἐπιλαθόμενον, καὶ ἄντικρυς παλινῳδίαν ἅπαντα, αἱρεῖσθαι τὸ ἀλληγορικὸν τοῦ λόγου, καὶ ὅλως τὸ τροπολογικὸν, καὶ ὀγκηρὸν, καὶ παρένθυρσον; τί δὲ πρὸς γεωμετρικὴν βουθυσίαν βούλεται ἡ τοῦ Αὐγείου βουστασία; ἣ τινι οὐκ οἶδ᾽ ὅπως χαίρων ἐπὶ γλώττης ταύτην φορεῖ λαρυγγίζων, καὶ θαμὰ φθέγγεται. Τί ἡ τοῦ Λουκιανοῦ Λυχνόπολις, ὃν οὐδὲ ἀξιοῖ τοῦ ὀνόματος, ἀλλ᾽ ἀντὶ Λουκιανοῦ τίθησι, Τοῦ τὰς ἀληθεῖς ἱστορίας ἡμῖν συγγράψαντος; τί ἡ τοῦ Μακεδόνος Ἄορνος; καὶ ὁ Γορδίου δεσμός; τί δὲ ὁ Πινδαρικὸς Καινεύς; καὶ ὁ τραγῳδούμενος Πενθεύς; καὶ οἱ Ἑλλανοδίκαι; καὶ τὸ Ὀλυμπιάσι χρυσοῦς σταθῆναι δίκαιος; καὶ τὰ παραπλήσια; οὐ σκώπτοντος, πρὸς Διὸς, καὶ χλευάζοντος, εἴποι ἄν τις προσφυῶς παροιμιαζόμενος: Τί κοινὸν κυνὶ καὶ βαλανείῳ; Ἐπεὶ δ᾽ ὡς ἔδειξεν αὐτῷ, ἐκθέμενος τὰ ὑπὸ τοῦ Μπαλάνου δῆθεν γραφέντα εἰς λύσιν τοῦ προβλήματος καὶ κακίσας ταῦτα, καὶ ἐλέγξας, καὶ τὰ συνήθη ταῦτα ἐξ ἁμάξης λοιδορησάμενος ὁ φιλοσκώμμων οὗτος καὶ φιλολοίδορος, οὐκ ἠρκέσθη τούτοις, ἀλλὰ χρήζειν αὐτῷ ἔδοξε καί τινος ἐπανορθώσεως. Σκεπτέον ἡμῖν ἤδη μετὰ τὴν θαυμασίαν ἀνασκευὴν ἢ χλεύην ὁποία ἡ ἐπανόρθωσις. Φησὶ γὰρ ἄλογον καλῶν τὴν τῆς μξ΄ διαίρεσιν, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ΄ πρὸς τὴν ξθ΄. (Ἀλλὰ γὰρ μὴ δίχα, τρίχα δὲ ἢ τέτραχα)· θαυμάζω δὲ, πῶς οὐκ εἶπε καὶ πένταχα, καὶ δέκαχα, ἢ χιλίαχα, ἢ μυρίαχα, ὁ κομψὸς οὗτος ὀνοματοποιὸς κατὰ τὸ σύνηθες, καὶ ὀνοματοθέτης· ἀλλ᾽ ὡς ἔοικεν ἠρκέσθαι τῷ ὁπωσοῦν ἄλλως, καὶ βραχέα εἰπὼν, (Τὰ αὐτὰ κατασκευάζω καὶ ταυτὰ δείκνυμι, καὶ καθ᾽ οἵαν δήποτε τομὴν, τὸ ζητούμενον εὑρίσκω οὐδὲν χεῖρον ἢ πρότερον γεωμετρικευόμενος)· ἐτράπη αὖθις ἐπὶ τὰ σκώμματα· (Ἆμ᾽ οὖν, ἢ οὔ σοι δοκεῖ γράμμασι τριπηχαίοις εἶναι τὸ συμπέρασμα τότε γράφεσθαι ἄξιον)· οὐκ ἔχων συνορᾶν ὁ δείλαιος, ὁ καθορῶν καυχώμενος τὰ ἑνικὰ δυϊκὰ, καὶ τὰ ἁπλᾶ διπλᾶ· ὅτι τῆς μξ΄ τεμνομένης κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ΄ πρὸς τὴν ξθ΄ καὶ δίχα τμηθήσεται, ἐὰν ἡ ζμ΄ ἴση τύχῃ τῇ ξθ΄ καὶ τρίχα, ἢ ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ, καὶ τέτραχα, ἢ ἐν λόγῳ ἐπιτετάρτῳ, καὶ ἁπλῶς καθ᾽ οἷον δήποτε λόγον, τοῦ συνεχοῦς ὄντος διαιρετοῦ εἰς ἀεὶ διαιρετὰ, καὶ οὐδὲν λυμαίνεται ἡ τομὴ, ὅπως ποτ᾽ ἂν γένηται, τὴν ἀπόδειξιν· οὐδ᾽ ἀντιστήσεται πρὸς τὰ ἑξῆς, εἰ μόνον ἐκεῖνα ἐπαληθεύουσιν. Σκοπεῖτε γὰρ ὅσοι τῆς ἀληθείας ἐρασταὶ, τὸν οὕτω ῥᾷστα, οὕτω θαυμασίως, οὕτω γεωμετρικῶς γεωμετρικευόμενον, τὸν ἄλογον καλοῦντα τὴν ἐν λόγῳ καὶ μετὰ λόγου γινομένην τῆς μξ΄ διαίρεσιν· (Ὅπερ ἂν ῥᾳδίως συνείδῃ καὶ ἀρτιμαθής τις ὢν τὰ τοιαῦτα, ὃς ἀκμὴν ἐνέφυσεν, ὥς φησιν ὀδόντας)· καίτοι περὶ ἄλλου λέγοντα, ἅπερ δίκαιον περὶ αὐτοῦ λέγεσθαι,

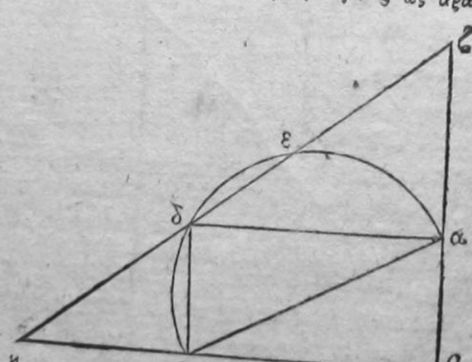
τὸν ὡς ἔγκλημα τοῦτο φέροντα, καὶ κατασκευάζοντα μᾶλλον, ἢ ἀνασκευάζοντα, ἃ ἀνασκευάζειν ἐπιποθεῖ. Τὸ δὲ δύο μὲν ἡλίους, δισσὰς δὲ Θήβας ὁρᾶν κατὰ τὸν Πενθέα, εἴ τινος ἔχεται λόγου, καὶ πρὸς τὴν κατασκευὴν ἀφορᾷ τοῦ σχήματος, ἢ τὴν ἀπόδειξιν, οὐ ξένον οὐδ᾽ ἀπεικός· πάθος γὰρ τοῦτο τῶν διάστροφα ἐχόντων τὰ ὄμματα, διπλᾶ τὰ ἁπλᾶ αὐτοῖς πιριστώσης τῆς κατασκευῆς τῶν ὀφθαλμῶν, καὶ τῆς τούτων θέσεως, οὓς παραβλῶπας καλεῖν οἶδεν ἡ τῶν Ἑλλήνων φωνή. Ἀλλ᾽ ἔλαθον ἐμαυτὸν συναπαχθεὶς τῷ γεωμετρικευσαμένῳ συγγεωμετρικευόμενος περὶ τῆς κατὰ τὸ ὁ τῆς μξ· διαιρέσεως· ὅπερ οὐ προὔκειτό μοι ἐξ ἀρχῆς, ἀλλ᾽ ἢ ὅσον νύξασθαι τοὺς γλιχομένους τὰ τοιαῦτα μαθεῖν. Ταῦτ᾽ ἄρα ἐπανιτέον ἐπὶ τὸ σκοπούμενον καὶ βραχέα ἐπειπόντι πέρας τῷ λόγῳ θετέον· τὸ γὰρ σκώπτειν καὶ χλευάζειν καὶ διασύρειν οὐκ ἔστι φιλοσοφούντων ἀνδρῶν, ἀλλ᾽ ἐξεστηκότων καὶ μαινομένων, καὶ οὐδ᾽ ὅλως ἀνδρῶν. Οὕτω τοίνυν ὁ γεωμετρικευσάμενος ἀνασκευάσας καὶ κατασκευάσας, ὅσα κατασκευῆς, καὶ ὅσα ἀνασκευῆς ἔχρῃζε, καὶ διάτορον ἐγκραγὼν, καὶ διακωδωνήσας τὸ, Οὐχ εὕρηται· ἔτι δὲ καὶ τοῦ θείου Πλάτωνος καθαψάμενος, τοῦ πολλοῦ ἔν τε φιλοσοφίᾳ καὶ μαθήμασι, τέλος ἐπέθηκε τοῖς λεγομένοις τοῦτο δὴ τὸ θυννῶδες καὶ ἁλιευτικὸν καὶ προγονικὸν καὶ Κεφαλλήνιον καὶ ἅλμης καὶ πικρίας ἔμπλεον, (ὡς διὰ μακροῦ χρόνου τῇδε τῇ ἄγρᾳ ἐμματαιάσαντι αὕτη αὐτῷ ἡ μήρινθος οὐδὲν ἔσπασεν)· ὢ τῆς ἀνοίας! ὢ τῆς ἀπονοίας! ἀλλ᾽ οὐδὲν θαυμαστόν· ὁ γὰρ μὴ ἀφειδήσας τοῦ Πλάτωνος, ἀλλ᾽ οὕτως ἀναιδῶς διασύρας, ἅτε δὴ περὶ τὸ πρόβλημα μάτην πονήσαντα, Πλάτωνος λέγω, τοῦ ἐν πολλοῖς ἀριστεύσαντος καὶ ἀνατραφέντος ἐν τοῖς μαθήμασι, καὶ διαπρέψαντος, καὶ τοὺς ἀγεωμετρήτους οὐδὲ προσιεμένου, πῶς φείσεται τοῦ Μπαλάνου, καὶ οὐ καλέσει ψευδόμενον, ἀπατώμενον, παραλογιζόμενον, καὶ τὸ κομψὸν δὴ τοῦτο καὶ μέγιστον ἀφραίνοντα; Ἀλλ᾽ ἔσω φησὶν ἡ Παροιμία Κλαζομενίοις ἀσχημονεῖν. Τῷ γὰρ Μπαλάνῳ οὐδενὸς τούτων ἐμέλησεν αἱρουμένῳ μᾶλλον, συμματαιοπονεῖν τῷ Πλάτωνι καὶ τοῖς ἀρχαίοις τῶν Μαθηματικῶν, ἢ τῷ Εὐγενίῳ συγκωμῳδεῖν καὶ συμψευδογεωμετρικεύεσθαι, καὶ συμψευδαληθεύεσθαι καὶ τύποις ἐκδοῦναι προθυμουμένῳ μετὰ πεντηκονταετηρίδα, ὅσα αὐτὸς ἔπαιξεν ἢ ἐνέπαιξεν· ἵνα μὴ τῷ χρόνῳ συμπαραρρυῇ καὶ ἐξίτηλα γενόμενα τοὺς μὴ ἐντυχόντας τούτοις ζημιώσῃ· ἅπερ μᾶλλον ἐχρῆν τῷ πυρὶ παραδίδοσθαι, ἢ ἐν παραβύστῳ που κεῖσθαι, ἵνα μὴ ἐπὶ πολὺ ἡ δυσοσμία ἐκταθεῖσα, καὶ ἐκ τῶν ὑπερβορέων, ἀηδίαν τοῖς Ἕλλησι τοῖς τε νῦν καὶ τοῖς εἰς ἔπειτα γενησομένοις προμνηστεύσηται.

Ι Ω Α Ν Ν Ο Υ

Γ ρ α μ μ α τ ι κ ο ῦ τ ο ῦ Φ ι λ ο π ό ν ο υ.

Ἐν τοῖς ὑςέροις ἀναλυτικοῖς τοῦ Ἀριςοτέλους.

Δηλίοις γὰρ λοιμώξασιν, ἔχρησεν ὁ Ἀπόλλων, ἀπαλλαγήσαϑαι τοῦ λοιμοῦ, εἰ τὸν βωμὸν διπλασιάσουσι, κυβικὸν ἔχοντα σχῆμα· οἱ δ' ἐπῳκοδόμησαν προϑέντες τῷ προτέρῳ βωμῷ ἕτερον κύβον ἴσον· ἀλλ' ἡ τῶν δύο κύβων συνϑήκη, τὸ τοῦ κύβου σχῆμα ἠλλοίωσε· γέγονε γὰρ ἀντὶ κύβου, δοκίς. Τοῦ λοιμοῦ δὲ μὴ παυσαμένου, ἔχρησεν ὁ Θεὸς μὴ πεπονηκέναι αὐτοὺς τὸ προσαχϑέν. Ὁ μὲν γὰρ, προσέταξε διπλασιάσαι τὸν κύβον· τουτέςι, βωμὸν κατασκευάσαι κυβικὸν τοῦ προτέρου διπλάσιον· οἱ δὲ, κύβον ἐπὶ κύβῳ ἐπέϑηκαν· Ἦλϑον οὖν πρὸς Πλάτωνα ζητοῦντες μέϑοδον, πῶς ἂν τὸν κύβον διπλασιάσαιεν· ὁ δὲ πρὸς αὐτοὺς φησιν, ἔοικεν ὑμῖν ὀνειδίζειν ὁ Θεὸς ὡς ἀμελοῦσι γεωμετρίας· ὁ δὲ τοῦ κύβου διπλασιασμὸς, εὑρεϑήσεταί φησιν, εἰ δύο εὐϑειῶν δύο μέσαι ἀνάλογον εὑρεϑεῖεν. Καὶ τοῦτο τὸ πρόβλημα, τοῖς μαϑηταῖς προεβάλλετο· οἵτινες ϗ περὶ τούτου γεγράφασιν, ὡς ἐδύνηται ἕκαςος· ὧν οὐδέν τι περισώζεται μέχρι τοῦ νῦν, ἀλλ' οὐδ' ὁ γεωμέτρης περὶ τούτου ἐπεσημήνατο. Δύο μὲν γὰρ δοϑεισῶν εὐϑειῶν, μέσον ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐξέϑετο τὴν ἀπόδειξιν. Ὁμοίως δὲ, ϗ ἐν τῷ πορίσματι τοῦ λγ τοῦ πρώτου τῶν ςερεῶν, ὡς ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐϑεῖαι ἀνάλογον ἐφεξῆς, ἔςαι ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης ςερεὸν παραλληλεπίπεδον πρὸς τὸ αὐτὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τοῦ ὅμοιόν τε ϗ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. Τοῦ μέντοι Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου ἐςὶν εἰς τοῦτο ἀπόδειξις, ὡς Παρμενίων φησίν, ἣν ϗ ἐκϑήσομεν ἔχουσαν οὕτως. Δύο δοϑεισῶν εὐϑειῶν ἀνίσων, δύο μέσας ἀναλόγους εὑρεῖν. Ἔςωσαν δὲ αἱ δοϑεῖσαι δύο εὐϑεῖαι ἄνισοι, αἱ αβ. βγ. ϗ κείσϑωσαν, ὥςε ὀρϑὴν γωνίαν περιέχειν τὴν ὑπὸ αβγ. ϗ συμπεπληρώσϑω τὸ βδ παραλληλόγραμμον, ϗ διάμετρος αὐτοῦ ἤχϑω, ἡ αγ. ϗ περὶ τὸ αγδ τρίγωνον γεγράφϑω ἡμικύκλιον τὸ αδεγ. ϗ ἐκβεβλήσϑωσαν αἱ βα, ϗ βγ ἐπ' εὐϑείας, κατὰ τὰ ζη. ϗ ἐπιζεύχϑω ἡ ζη διὰ τοῦ δ σημείου οὕτως, ὥςε τὴν ζδ, ἴσην εἶναι τῇ εη. τοῦτο δὲ, ὡς αἴτημα λαμβάνεται ἀναπόδεικτον. φανερὸν δὴ, ὅτι ϗ ἡ ζε, τῇ δη ἴση ἐςίν. Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ αδγ εἴληπται σημεῖον ἐκτὸς τὸ ζ, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ δύο εὐϑεῖαι αἱ ζβ. ζη προσπίπτουσαι τέμνουσι τὸν κύκλον κατὰ τὰ αδ σημεῖα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βζ. ζα, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν εζ. ζδ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ϗ τὸ ὑπὸ τῶν βη. ηγ, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν δη. ηε, τῷ ὑπὸ τῶν εζ, ζδ. ἴσαι γὰρ εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ἡ μὲν ζε, τῇ δη. ἡ δὲ ζδ, τῇ εη. ϗ τὸ ὑπὸ τῶν βζ, ζα ἄρα, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν βη, ηγ. Ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βη, οὕτως, ἥ,τε ζα, πρὸς τὴν αδ, ϗ ἡ δγ, πρὸς τὴν γη, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ἴση δὲ ἡ μὲν δγ, τῇ αβ. ἡ δὲ αδ, τῇ βγ. ϗ ὡς ἄρα ἡ αβ, πρὸς τὴν γη, οὕτως ἡ ζα, πρὸς τὴν αδ. ἦν δὲ ϗ ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βη, τουτέςιν ἡ αβ, πρὸς τὴν ηγ, ἡ ηγ, πρὸς τὴν ζα. ϗ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ηγ, οὕτως ἥτε ηγ, πρὸς τὴν ζα· ϗ ἡ ζα, πρὸς τὴν βγ. αἱ τέσσαρες ἄρα εὐϑεῖαι αβ, ηγ, ζα, βγ, ἐφεξῆς ἀνάλογόν εἰσι· ϗ διὰ τοῦτο ἔςαι ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ηγ. εἰ οὖν διπλασίων ὑποτεϑείη ἡ αβ τῆς βγ, ἔςαι ϗ ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος, διπλασίων τοῦ ἀπὸ τῆς ηγ. Καὶ ταῦτα μὲν ὁ Φιλόπονος ἐπὶ τοσοῦτον· σώζεται δὲ παρ' Εὐτοκίῳ τῷ Ἀσκαλωνίτῃ, ἐξηγουμένῳ τὰ σωζόμενα τοῦ Ἀρχιμήδους, καὶ ἄλλων τινῶν ἀρχαιοτέρων συγγράμματα, εἰς λύσιν τοῦ πολυϑρυλλήτου τούδε προβλήματος, ἅπερ ἐκϑετέον ἐφεξῆς· τούτῳ γὰρ τῷ τρόπῳ πληρέςερος ὁ λόγος ἔςαι.



Ὡς Πλάτων· ὅρα σχῆμα 1.

Δύο δοϑεισῶν εὐϑειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ.

Ἔςωσαν αἱ δοϑεῖσαι δύο εὐϑεῖαι αἱ αβγ, πρὸς ὀρϑὰς ἀλλήλαις· ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· ἐκβεβλήσϑωσαν ἐπ' εὐϑείας ἐπὶ τὰ δ, ε, ϗ κατεσκευάσϑω ὀρϑὴ γωνία ἡ ὑπὸ ζηϑ. ϗ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ ζη· κινείσϑω κανὼν ὁ κλ. ἐν σωλῆνι τινὶ ὄντι ἐν τῷ ζη, οὕτως ὥςε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ ηϑ. ἔςαι δὲ τοῦτο, ἐὰν ϗ ἕτερον κανόνιον νοηϑῇ συμφυὲς τῷ ϑη. παράλληλον δὲ τῷ ζη, ὡς τὸ ϑμ σωλῆνι. Τεϑεισῶν γὰρ τῶν ἄνωϑεν ἐπιφανειῶν τῶν ζη, ϑμ, σωλῆσι πελεκινοειδέσι, καὶ τυχὸν συμφυῶν γενομένων τῷ κλ, εἰς τοὺς εἰρημένους σωλῆνας, ἔςαι ἡ κίνησις τοῦ κλ. παράλληλος ἀεὶ τῷ κϑ. τούτων οὖν κατασκευασμένων, κείσϑω τὸ ἓν σκέλος τῆς γωνίας τυχὸν τὸ ηϑ, ψαῦον τοῦ γ, ϗ μεταφερέσϑω ἥτε γωνία ϗ ὁ κλ. κανὼν ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν οὗ τὸ μὲν η σημεῖον ἐπὶ τῆς βδ εὐϑείας ᾖ, τοῦ ηϑ σκέλους ψαύοντος τοῦ γ, ὁ δὲ κλ κανὼν κατὰ μὲν τὸ κ ψαύῃ τῆς βε εὐϑείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ α, ὥςε εἶναι ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρϑὴν γωνίαν ϑέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ γδε, τὸν δὲ κλ κανόνα ϑέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ εα. τούτων γὰρ γενομένων ἔςαι τὸ προκείμενον. Ὀρϑῶν γὰρ οὐσῶν τῶν πρὸς τοῖς δ, ε, ἔςιν ὡς ἡ γβ, πρὸς βδ. ἡ δβ, πρὸς βε, ϗ ἡ εβ. πρὸς βα.

Ὡς Ἥρων ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς, ϗ ἐν τοῖς βελοποιηκοῖς· σχῆμα 2.

Ἔςωσαν αἱ δοϑεῖσαι δύο εὐϑεῖαι αἱ αβ, βγ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· κείσϑωσαν ὥςε τὴν ὀρϑὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ β, ϗ συμπεπληρώσϑω τὸ βδ παραλληλόγραμμον, ϗ ἐπεζεύχϑωσαν αἱ αγ, βδ· φανερὸν δὴ, ὅτι ἴσαι οὖσαι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὁ γὰρ περὶ μίαν αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει ϗ διὰ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρϑογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. ἐκβεβλήσϑωσαν αἱ δγ, δα, ἐπὶ τὰ ζ, η, ϗ νοείσϑω κανόνιον ὡς τὸ ζβη, κινούμενον περί τινα τύλον, μένοντα πρὸς τῷ β, ϗ κινήσϑω ἕως ἀποτέμοις ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ ε, τουτέςι τὰς εη, εζ· ϗ νοείσϑω ἀποτεμὸν, ϗ ϑέσιν ἔχον τὴν ζβη, ἴσων ὡς εἴρηται γινομένων τῶν εη, εζ· ἤχϑω δὴ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὴν γδ κάϑετος ἡ εϑ, δίχα δὴ τέμνει δῆλον ὅτι τὴν γδ· ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ γδ κατὰ τὸ ϑ, ϗ πρόσκειται ἡ γζ, τὸ ὑπὸ δζγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γϑ, ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ ϑζ, κοινὸν προσκείσϑω τὸ ἀπὸ εϑ. τὸ ἄρα ὑπὸ δζγ, μετὰ τῶν ἀπὸ γϑ, ϑε, ἴσον ἐςὶ τοῖς ἀπὸ ζϑ, ϑε· ϗ ἔςι τοῖς μὲν ἀπὸ γϑ, ϑε, ἴσον τὸ ἀπὸ γε· τοῖς δὲ ἀπὸ ζϑ, ϑε, ἴσον τὸ ἀπὸ εζ: τὸ ἄρα ὑπὸ δζγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γε, ἴσον τῷ ἀπὸ εζ. Ὁμοίως δὴ δειχϑήσεται, ὅτι ϗ τὸ ὑπὸ δηα, μετὰ τοῦ ἀπὸ αε, ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ εη· ϗ ἔςιν ἴση ἡ μὲν αε, τῇ εγ, ἡ δὲ ηε τῇ εζ· ϗ τὸ ὑπὸ δζγ ἄρα ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ δηα· ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐϑεῖαι ἀνάλογον εἰσίν. Ἔςιν ἄρα ὡς ζδ, πρὸς δη, οὕτως ἡ αη, πρὸς γζ· ἀλλ' ὡς ἡ ζδ πρὸς δη, οὕτως ἡ ζγ, πρὸς γβ, ϗ ἡ βα πρὸς αη· τριγώνου γὰρ τοῦ ζδη, παρὰ μίαν μὲν τὴν δη, ἦκται ἡ γβ, παρὰ δὲ τὴν δζ, ἡ αβ· ὡς ἄρα ἡ βα, πρὸς αη, οὕτως ἡ αη, πρὸς γζ, ϗ ἡ γζ πρὸς γβ. Τῶν ἄρα αβ, βγ, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ αη, γζ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Ὡς Φίλων ὁ Βυζάντιος· σχῆμα 3.

Ἔςωσαν αἱ δοϑεῖσαι δύο εὐϑεῖαι αἱ αβ, βγ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, κείσϑωσαν, ὥςτε ὀρϑὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τὸ β· ϗ ἐπιζευχϑείσης τῆς αγ, γεγράφϑω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ αβεγ, ϗ πρὸς ὀρϑὰς ἤχϑωσαν, τῇ μὲν βα, ἡ κδ· τῇ δὲ βγ, ἡ γζ· ϗ παρακείσϑω κανὼν κινούμενος πρὸς τῷ β, τέμνων τὰς αδ, γζ· ϗ κεκινήσϑω περὶ μὲν τὸ β, ἄχρις ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸ δ, ἴση γένηται τῇ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ, τουτέςι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς γζ· νενοήσϑω οὖν ἔχον τὸ κανόνιον ϑέσιν, οἵαν ἔχει ἡ δβ, εζ, ἴσης οὔσης ὡς εἴρηται τῆς δβ τῇ εζ· λέγω ὅτι αἱ αδ, γζ, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶ τῶν αβ, βγ. Νενοήσϑωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ δα, ζγ, ϗ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ ϑ· φανερὸν δὴ ὅτι παραλλήλων οὐσῶν τῶν βα, ζϑ, ἡ πρὸς τὸ ϑ γωνία ὀρϑή ἐςι· ϗ ὁ αεγ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει ϗ διὰ τοῦ ϑ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐςὶν ἡ δβ, τῇ εζ, ϗ τὸ ὑπὸ εδβ, ἄρα ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ βζε· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εδβ, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ ϑδα· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ δ· τὸ δὲ ὑπὸ βζε, ἴσον τῷ ὑπὸ ϑζγ· ἑκάτερον γὰρ ὁμοίως ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ ζ· ὥςτε ϗ τὸ ὑπὸ ϑδα, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ ϑζγ· ϗ διὰ τοῦτο ἐςὶν ὡς ἡ δϑ, πρὸς ϑζ, οὕτως ἡ γζ πρὸς δα· ἀλλ' ὡς ἡ ϑδ πρὸς ϑζ, οὕτως ἥτε βγ πρὸς γζ, ϗ ἡ δα πρὸς αβ· τριγώνου γὰρ τοῦ δϑζ, παρὰ μὲν τὴν δϑ, ἦκται ἡ βγ, παρὰ δὲ τὴν ϑζ ἡ βα, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ βγ, πρὸς ζγ, ἡ γζ, πρὸς δα, ἡ δα, πρὸς αβ, ὅπερ προέκειτο δεῖξαι. Ἰστέον δέ, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδὸν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῇ, καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι πλευραὶ αἱ θα, θγ, καὶ ὁ πρὸς τῷ β, κινούμενος κανών· ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν περὶ τὸ β τὸν κανόνα, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς αγ, τουτέστι τοῦ κ ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀπετέμνοντο πρὸς ταῖς θδ, θζ προσπιπτούσαις, ὡς αἱ κδ, κζ, ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ἂν ἡ δβ, ἴση γένηται τῇ εζ· ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ· τὸ δὲ νῦν εἰρημένον πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ δβ, εζ ἴσας τηρεῖν ἐνδέχεται διῃρημένου τοῦ δζ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνεχῆ· πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ καρκίνου διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ κ, ἴσας πρὸς τὰ δ, ζ.

Ὡς Ἀπολλώνιος· σχῆμα 4.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ αβγ, ὀρθὴν περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ α, κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ αγ, κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ κθλ· καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ γ, καὶ διαστήματι τῷ αβ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ μθν· καὶ τεμνέτω τὴν κθλ· κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θα, θβ, θγ, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ αγ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ θα· τετμήσθω δίχα ἡ θα, τῷ ξ, καὶ κέντρῳ τῷ ξ, γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς αβ, αγ ἐκβληθείσας κατὰ τὰ δ, ε· ὥστε μέντοι τὰ δ, ε, ἐπ' εὐθείας εἶναι τῷ θ, ὅπερ ἂν γένοιτο κανονίου κινουμένου περὶ τὸ θ, τέμνοντος τὰς αδ, αε· καὶ παραγομένου ἐπὶ τοσοῦτον ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὰ δ, ε, ἴσαι γένωνται. Τούτου γὰρ γενομένου ἔσται τὸ ζητούμενον· ἡ γὰρ αὐτὴ κατασκευή ἐστι τῇ τε ὑπὸ Ἥρωνος, καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ καὶ δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

Ὡς Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ Πυρίων· σχῆμα 5.

Ἐν κύκλῳ ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ αβ, γδ, καὶ δύο περιφέρειαι ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ β, αἱ εβ, βζ· καὶ διὰ τοῦ ζ παράλληλος τῇ αβ, ἤχθω ἡ ζκ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε· λέγω ὅτι τῶν γη, ηθ, δύο μέσαι ἀνάλογοί εἰσιν αἱ ζη, ηδ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ ε, τῇ αβ παράλληλος ἡ εκ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν εκ, τῇ ζη, ἡ δὲ κγ, τῇ ηδ· ἔσται γὰρ τοῦτο δῆλον ἀπὸ τοῦ λ, ἐπὶ τὰ ε, ζ, ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν· ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ γλε, ζλδ· καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς κ, η· καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν διὰ τὴν λε, τῇ λζ, ἴσην εἶναι, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γκ, τῇ ηδ, ἴση ἐστίν· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ δκ, πρὸς κε, ἡ δη πρὸς ηθ, ἀλλ' ὡς ἡ δκ, πρὸς κε, ἡ εκ, πρὸς κγ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ εκ, τῶν δγ, κγ. ὡς ἄρα ἡ δκ, πρὸς κε, καὶ ἡ εκ, πρὸς κγ, οὕτως ἡ δη, πρὸς ηθ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ μὲν δκ, τῇ γη, ἡ δὲ κε, τῇ ζη· ἡ δὲ κγ, τῇ ηδ· ὡς ἄρα ἡ γη, πρὸς ηζ, ἡ ζη, πρὸς ηδ, καὶ ἡ δη, πρὸς ηθ· ἐὰν δὴ παρ' ἑκάτερα τοῦ β, ληφθῶσι περιφέρειαι ἴσαι μβ, βν· καὶ διὰ μὲν τοῦ ν παράλληλος ἀχθῇ τῇ αβ, ἡ νξ· ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ δμ· ἔσονται πάλιν τῶν γξ, ξο, μέσαι ἀνάλογον αἱ νξ, ξδ· πλειόνων οὖν οὕτως καὶ συνεχῶν παραλλήλων ἐκβληθεισῶν μεταξὺ τῶν β, δ· καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ β, ἴσων τεθεισῶν ἀπὸ τοῦ β, ὡς ἐπὶ τὸ γ, καὶ ἐπιτεταγμένα σημεῖα ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ δ, ὡς τῶν ὁμοίων ταῖς δε, δμ, τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν β, δ, κατά τινα σημεῖα, ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ ο, θ· ἐφ' ἃ κανόνος παραθέσει ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἕξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἧς ἐὰν ληφθῇ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ λ, β· καὶ ἡ ἀχθεῖσα, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ δ· μέσαι ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ γ σημείῳ, καὶ τοῦ μέρους αὐτῆς τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείου ἐπὶ τὴν γδ, διάμετρον.

Τούτων προκατασκευασμένων, ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν αἱ α, β· καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ γδ, εζ· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμὴ ὡς προείρηται, ἡ δθζ καὶ γεγονέτω ὡς ἡ α, πρὸς τὴν β, ἡ γη, πρὸς ηκ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γκ, καὶ ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ θ, καὶ διὰ τοῦ θ, τῇ εζ, παράλληλος ἤχθω ἡ λμ. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν γλ, λθ, μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ μλ, λδ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ γλ, πρὸς λθ, οὕτως ἡ γη, πρὸς ηκ· ὡς δὲ ἡ γη, πρὸς ηκ, οὕτως ἡ α, πρὸς τὴν β· ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς γλ, λμ, λδ, λθ, παρεμβάλωμεν μέσας τῶν α, β, ὡς τὰς ν, ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν α, β, μέσαι ἀνάλογον αἱ ν, ξ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Ὡς Πάππος ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς. σχῆμα 6.

Προέθετο μὲν ὁ Πάππος κύβον εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον, λόγον ἔχοντα δεδομένον· καὶ ὡς πρὸς τὴν τοιαύτην πρότασιν καὶ τὰ ἀπὸ τῆς ἀποδείξεως αὐτῷ προέρχεται· δῆλον δὲ ὅτι τούτου εὑρισκομένου, καὶ τὸ προκείμενον εὑρίσκεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι, ἡ δευτέρα εὑρέθη, καὶ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται· γεγράφθω γάρ, ὡς φησὶν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ αβγ, καὶ ἀπὸ τοῦ δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δβ, καὶ κινείσθω κανόνιον περὶ τὸ α σημεῖον· ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ περικεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ α σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος ὡς περὶ κέντρον τὸ τυλάριον κινείσθω μεταξὺ τῶν β, γ· τούτων δὲ κατασκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα, καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς βδ, πρὸς δε· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε, ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ· παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν β, γ, ἕως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν ζε, εβ, εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ μεταξὺ τῆς βε, εὐθείας, καὶ τῆς βκγ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ πειράζοντες, καὶ μετάγοντες τὸ κανόνιον, ῥᾳδίως ποιήσωμεν· γεγονέτω δὴ καὶ ἐχέτω θέσιν τὴν ακ, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς κθ, θκ· λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς βδ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δθ, κύβον, λόγον ἔχει τὸν ἐπιταχθέντα, τουτέστι τὸν τῆς βδ, πρὸς δε· νενοείσθω γὰρ ὁ κύκλος ἀναπεπληρωμένος, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ κδ, ἐκβεβλήσθω ἔτι τὸ λ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ λη· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ βδ, τῇ λη, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν κθ, τῇ ηθ, τὴν δὲ κδ, τῇ δλ· ἐπεζεύχθω δὴ ἥτε αλ καὶ ἡ λγ· ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ αλγ, ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ, καὶ κάθετος ἡ λμ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ λμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μα, τουτέστιν ἡ γμ, πρὸς μα, οὕτω τὸ ἀπὸ αμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μη· κοινὸς προσκείσθω ὁ τῆς αμ πρὸς μη λόγος· ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος, ἔκ τε τοῦ τῆς γμ, πρὸς μα, καὶ τοῦ τῆς αμ, πρὸς μη, τουτέστιν ὁ τῆς λγ, πρὸς μη λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς αμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μη, καὶ τοῦ τῆς αμ πρὸς μη· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς αμ πρὸς τὸ ἀπὸ μη, καὶ τοῦ τῆς αμ πρὸς μη, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς αμ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς μη· καὶ ὁ τῆς γμ ἄρα πρὸς μη λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς αμ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς μη· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ γμ πρὸς μη, οὕτως ἡ γδ πρὸς δε· ὡς δὲ ἡ αμ πρὸς μη, ἡ αδ, πρὸς δθ· καὶ ὡς ἄρα ἡ βδ πρὸς δε, τουτέστιν ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς βδ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δθ κύβον· τῶν ἄρα ὀφειλουσῶν εὑρεθῆναι δύο μέσων ἀνάλογον τῶν βδ, δε, δευτέρα ἐστὶν ἡ δθ· καὶ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν βδ πρὸς δθ, τὴν θδ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται καὶ ἡ τρίτη ηὑρημένη. Προσέχειν δὲ χρὴ ὡς καὶ ἡ τοιαύτη κατασκευὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ Διοκλέους εἰρημένῃ, τούτῳ μόνον διαφέρουσα τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινὰ καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν α, β, ἐφ' ἧς ἐλαμβάνετο τὸ η, ἐκβαλλομένης τῆς γε, καὶ τεμνούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ η πορίζεται, διὰ τοῦ ακ, κανόνος κινουμένου περὶ τὸ α. ὅτι γὰρ τὸ η, τὸ αὐτό ἐστιν, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος ληφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως ἐκβληθείσης τῆς μη κατὰ τὸ ν, ἐπεζεύχθω ἡ κν· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ κθ, τῇ θη, καὶ παράλληλος ἡ ην, τῇ θβ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ κξ, τῇ ξν, καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ξβ· ἡ γὰρ κν δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου, καὶ βάσις ἄρα βάσει ἴση, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ κβ, περιφέρεια τῇ βν· τὸ ἄρα η ἐστὶ τὸ ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῆς Διοκλέους, καὶ ἡ ἀπόδειξις δὲ αὐτή ἐστιν· Ἔφασκε γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐστὶν ὡς γμ, πρὸς μν, οὕτως ἡ μν πρὸς μα· καὶ ἡ αμ πρὸς μη· ἴση δὲ ἐστὶν ἡ νμ τῇ μλ· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γμ πρὸς μλ, οὕτως ἡ λμ πρὸς μα, καὶ ἡ αμ πρὸς μη· τῶν ἄρα γμ, μη, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ λμ, μα. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ γμ πρὸς μη, ἡ γδ, πρὸς δε· ὡς δὲ ἡ γμ πρὸς μλ, ἡ αμ πρὸς μη, τουτέστιν ἡ γδ πρὸς δθ· καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν γδ, δε, δευτέρα ἐστὶν ἡ δθ, ἥντινα ἐπορίσατο καὶ ὁ Πάππος.

Ὡς Σπόρος. σχῆμα 7.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ αβ, λγ· δεῖ δὴ τῶν αβ, βγ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ β· τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ δβε, καὶ κέντρῳ τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ βα ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ δαε· καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ γ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα διήχθω ἐπὶ τὸ ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ δ διήχθω τὶς εὐθεῖα οὕτως, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ηθ τῇ θκ· τοῦτο γὰρ δυνατόν· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν η, κ ἐπὶ τὴν δε κάθετοι αἱ ηλ, κμν· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θη, ἡ μβ πρὸς βλ· ἴση δὲ ἡ κθ τῇ θη, ἴση ἄρα καὶ ἡ μβ τῇ βλ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ με τῇ λδ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ δμ τῇ λε ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ μδ πρὸς δλ, ἡ λε πρὸς εμ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ μδ πρὸς δλ, ἡ κμ πρὸς ηλ, ὡς δὲ ἡ λε πρὸς εμ, ἡ ηλ πρὸς νμ· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ δμ πρὸς μκ,

ἡ κμ πρὸς με, ὡς ἄρα ἡ δμ πρὸς με, ȣ̓́τω τὸ ἀπὸ δμ πρὸς τὸ ἀπὸ μκ, τȣτέσι τὸ ἀπὸ δβ πρὸς
τὸ ἀπὸ βθ· τȣτέσι τὸ ἀπὸ αβ, πρὸς τὸ ἀπὸ βθ· ἴση γὰρ ἡ δβ, τῇ βα· πάλιν ἐπεὶ ἐςὶν ὡς
ἡ μδ πρὸς δβ, ἡ λε πρὸς εβ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ μδ πρὸς δβ, ἡ ημ πρὸς θβ· ὡς δὲ ἡ λε πρὸς εβ,
ἡ ηλ πρὸς γβ· ϗ ὡς ἄρα ἡ κμ πρὸς θβ, ἡ ηλ πρὸς γβ· ϗ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κμ πρὸς ηλ, ἡ θβ,
πρὸς γβ· ἀλλ' ὡς ἡ ημ πρὸς ηλ, ἡ μδ πρὸς δλ, τȣτέσιν ἡ δμ πρὸς με, τȣτέσι τὸ αβ πρὸς τὸ
ἀπὸ θβ· ϗ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, ἡ βθ πρὸς βγ· εἰλήφθω τῶν θβ, βγ μέση
ἀνάλογον ἡ ξ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν ἐςὶν ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, ἡ θβ πρὸς βγ, ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ
αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ αβ πρὸς βθ· ἡ δὲ θβ διπλασίονα λόγον ἔ-
χει ἥπερ ἡ θβ πρὸς ξ· ϗ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς βθ, ἡ βθ πρὸς ξ· ἀλλ' ὡς ἡ θβ πρὸς ξ, ἡ ξ
πρὸς βγ· ϗ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς βθ, ἡ θβ πρὸς ξ· ϗ ἡ ξ πρὸς βγ· φανερὸν δὲ ὅτι ϗ αὐτὴ ἡ
αὐτὴ ἐςὶ τῇ τε ὑπὸ Πάππȣ ϗ Διοκλέȣς γραμμῇ.

Ὡς Μέναιχμος· σχῆμα 8.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ δ, ε· δεῖ δὴ τῶν δ, ε δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· γε-
γονέτω ϗ ἔςωσαν αἱ β, γ· ϗ ἐκκείσθω θέσει εὐθεῖα ἡ αη, περασμένη κατὰ τὸ α· ϗ πρὸς τῷ
α τῇ γ ἴση κείσθω ἡ αζ· ϗ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ζθ· ϗ τῇ β ἴση κείσθω ἡ ζθ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν τρεῖς εὐ-
θεῖαι ἀνάλογον αἱ δ, β, γ· τὸ ὑπὸ τῶν δ, γ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς β· τὸ ἄρα ὑποδοθείσης τῆς
δ ϗ τῆς γ, τȣτέσι τῆς αζ, ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς β, τȣτέσι τῷ ἀπὸ τῆς ζθ· ἐπὶ παραβολῆς ἄρα
τῆς θ, διὰ τȣ̃ α γεγραμμένης, ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ θκ, ακ· ϗ ἐπεὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ β, γ·
ἴσον γὰρ ἐςὶ τῷ ὑπὸ δ, ε· δοθὲν ἄρα ϗ τὸ ὑπὸ κθζ· ἐπὶ ὑπερβολῆς ἄρα τὸ θ ἐν ἀσυμπτώ-
τοις ταῖς κα, αζ· δοθὲν ἄρα τὸ θ, ὥςε ϗ τὸ ζ· συντεθήσεται δὲ ȣ̓́τως· ἔςωσαν αἱ μὲν δοθεῖ-
σαι εὐθεῖαι αἱ δ, ε· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ αη, πεπερασμένη κοινὸν τὸ α, ϗ γεγράφθω διὰ τȣ̃ α πα-
ραβολή· ἧς ἄξων μὲν ἡ αη, ὀρθία δὲ τȣ̃ εἴδȣς πλευρὰ ἡ δ· αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν αη ἐν ὀρθῇ
γωνίᾳ δυνάσθωσαν τὰ παρὰ τὴν δ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ'
αὐτῶν πρὸς τῷ α σημείῳ· γεγράφθω, ϗ ἔςω ἡ αθ· ϗ ὀρθὴ ἡ ακ, ϗ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς κα,
αζ γεγράφθω ὑπερβολὴ, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς κα, αζ ἀχθεῖσαι ποιήσȣσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ
δε, τέμει δὴ τὴν παραβολήν· τεμνέτω κατὰ τὸ θ, ϗ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ θκ, θζ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν τὸ
ἀπὸ ζθ, ἴσον τῷ ὑπὸ δγ, ἐςὶν ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζθ πρὸς ζα· πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ δε ἴσον
ἐςὶ τῷ ὑπὸ θζα, ἔςιν ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζα πρὸς τὴν ε· ἀλλ' ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζθ
πρὸς ζα, ϗ ἡ ζα πρὸς ε· κείσθω τῇ μὲν θζ ἴση ἡ β, τῇ δὲ αζ ἴση ἡ γ· ἔςιν ἄρα ὡς ἡ δ πρὸς
τὴν β, ἡ β πρὸς τὴν γ· ϗ ἡ γ πρὸς ε· αἱ δ, β, γ, ε, ἄρα ἑξῆς ἀνάλογον εἰσὶν, ὅπερ
ἔδει εὑρεῖν.

Ἄλλως.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αβ, βγ· ϗ γεγονέτωσαν αὐτῶν
μέσαι αἱ δβ, βε· ὥςε εἶναι, ὡς τὴν γβ πρὸς βδ, ȣ̓́τως τὴν βδ πρὸς βε, ϗ τὴν βε πρὸς βα· ϗ
ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ δζ, εζ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν ἐςὶν ὡς ἡ δβ πρὸς βε· τὸ ἄρα ὑπὸ γβε, τȣτέσι τὸ ὑ-
ποδοθείσης ϗ τῆς βε, ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς βδ, τȣτέσι τῆς εζ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν τὸ ὑποδοθείσης ϗ τῆς
βε· ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ εζ, τὸ ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν βε· πάλιν ἐπεὶ ἐςὶν
ὡς ἡ αβ πρὸς βε, ἡ βε πρὸς βδ· τὸ ἄρα ὑπὸ αβδ, τȣτέσι τὸ ὑποδοθείσης ϗ τῆς βδ, ἴσον ἐςὶ τῷ
ἀπὸ εβ, τȣτέσι τῆς δζ· τὸ ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν βδ· ἧπται δὲ ϗ ἑτέρας
δοθείσης τῆς περὶ τὴν θζ· δοθὲν ἄρα τὸ ζ, ϗ κάθετοι αἱ ζδ, ζε· ϗ δοθέντα τὰ δ, ε· συν-
τεθήσεται δὲ ȣ̓́τως· ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αβ, βγ· ϗ ἐκβε-
βλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τȣ̃ β, βδ, βε· ϗ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν βε παραβολή· ὥςε τὰς
καταγομένας ἐπὶ τὴν βε, δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν βγ· πάλιν γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν δβ παρα-
βολὴ, ὥςε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν αβ· τέμνȣσι δὴ ἀλλήλαις αἱ παραβολαὶ, τεμνέ-
τωσαν κατὰ τὸ ζ· ϗ ἀπὸ τȣ̃ ζ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ζδ, ζε. Ἐπεὶ ȣ̓̃ν ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ
ζε, τȣτέσιν ἡ δβ, τὸ ἄρα ὑπὸ γβε ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ βδ· ἔςιν ἄρα ὡς γβ πρὸς βδ, ἡ δβ πρὸς βε·
πάλιν ἐπεὶ ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ζδ, τȣτέσιν ἡ εβ, τὸ ἄρα ὑπὸ δβα ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ εβ· ἔ-
ςιν ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς λε, ἡ βε πρὸς βα· ἀλλ' ὡς ἡ δβ πρὸς βε ȣ̓́τως ἡ γβ πρὸς βδ· ϗ ὡς ἄρα
ἡ γβ πρὸς βδ, ἡ βδ πρὸς βε, ϗ ἡ εβ πρὸς βα· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν· Γράφεται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ

τȣ̃ εὑρεθέντος διαβήτȣ τῷ Μιλεσίῳ μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ, γραφέντος δὲ ὑπ'
αὐτȣ̃ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ ὑπόμνημα τῶν Ἥρωνος Καμαρικῶν.

Ἡ Ἀρχύτȣ εὕρεσις, ὡς Εὔδημος ἱςορεῖ· σχῆμα 9.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ αδ, γ· δεῖ δὴ τῶν αδ, γ, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν·
γεγράφθω περὶ τὴν μείζονα τὴν αδ κύκλος ὁ αβδζ· ϗ τῇ γ ἴση ἐνηρμόσθω ἡ αβ· ϗ ἐκβληθεῖσα
συμπεπτέτω τῇ ἀπὸ τȣ̃ δ, ἐφαπτομένῃ τȣ̃ κύκλȣ κατὰ τὸ π· παρὰ δὲ τὴν πδο ἤχθω ἡ βεζ· ϗ
νενοήσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τȣ̃ αβδ ἡμικυκλίȣ· ἐπὶ δὲ τὴν αδ ἡμικύκλιον ὀρθὸν, ἐν τῷ τȣ̃ ἡ-
μικυλινδρίȣ παραλληλογράμμῳ κείμενον· τȣ̃το δὴ τὸ ἡμικύκλιον περιαγόμενον ὡς ἀπὸ τȣ̃ δ ἐπὶ τὸ
β μένοντος τȣ̃ α πέρατος τῆς διαμέτρȣ τέμνει τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν ἐν τῇ περιαγωγῇ, ϗ γρά-
ψει ἐν αὐτῇ γραμμήν τινά· πάλιν δὲ ἐὰν τῆς αδ μενȣ́σης τὸ απδ τρίγωνον περιενεχθῇ τὴν ἐναντίαν
τῷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, κωνικὴν ποιήσει ἐπιφάνειαν τῇ α π εὐθείᾳ, ἣ δὴ περιαγομένη συμβάλλει τῇ
κυλινδρικῇ γραμμῇ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ ϗ τὸ β περιγράψει ἡμικύκλιον ἐν τῇ τȣ̃ κώνȣ ἐπιφα-
νείᾳ· ἐχέτω δὴ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τῆς συμπτώσεως τῶν γραμμῶν τὸ κινȣ́μενον ἡμικύκλιον,
ὡς τὴν τȣ̃ δκα· τὸ δὲ ἀντιπεριαγόμενον τρίγωνον τὴν τȣ̃ δλα· τὸ δὲ τῆς εἰρημένης συμπτώσεως
σημεῖον ἔςω τὸ κ· ἔςω δὲ ϗ τὸ διὰ τȣ̃ β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ β μζ, κοινὴ αὐτȣ̃ τομὴ ϗ τȣ̃ β
δζα κύκλȣ ἔςω ἡ βζ· ϗ ἀπὸ τȣ̃ κ ἐπὶ τὸ τȣ̃ βδα ἡμικυκλίȣ ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω· πεσεῖται
δὴ ἐπὶ τὴν τȣ̃ κύκλȣ περιφέρειαν, διὰ τὸ ὀρθὸν ἑςάναι τὸν κύλινδρον· πιπτέτω, ϗ ἔςω ἡ κι· ϗ ἡ
ἀπὸ τȣ̃ ι ἐπὶ τὸ α ἐπιζευχθεῖσα συμβαλλέτω τῇ βζ καὶ τὸ θ· ἡ δὲ αλ τῷ βμζ ἡμικυκλίῳ κατὰ
τὸ μ· ἐπεζεύχθωσαν δὲ ϗ αἱ κδ, μι, μθ· ἐπεὶ ȣ̓̃ν ἑκάτερον τῶν δκα, βμζ ἡμικυκλίȣ ὀρθὸν ἐςὶ
πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· ϗ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ μθ πρὸς ὀρθὰς ἐςὶ τῷ τȣ̃ κύκλȣ ἐπι-
πέδῳ ὥςε ϗ πρὸς τὴν βζ ὀρθή ἐςὶν ἡ μθ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν θβ, θζ, τȣτέσι τὸ ὑπὸ θα, θι, ἴσον
ἐςὶ τῷ ἀπὸ θμ· ὅμοιον ἐςὶν ἄρα τὸ αμι τρίγωνον ἑκατέρῳ τῶν μιθ, μαθ· ϗ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ιμα·
ἐςὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ δκα ὀρθὴ, παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ κδ, μι· καὶ ἔςαι ἀνάλογον ὡς ἡ δα πρὸς ακ,
τȣτέσιν ἡ κα πρὸς αι, ȣ̓́τως ἡ ια πρὸς αμ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· τέσσαρες ἄρα αἱ
δα, ακ, αι, αμ, ἑξῆς ἀνάλογον εἰσί· ϗ ἔςιν ἡ αμ ἴση τῇ γ· ἐπεὶ ϗ τῇ αβ· δύο ἄρα δοθεισῶν
τῶν αδ, γ· δύο μέσαι ἀνάλογον ηὕρηνται αἱ ακ, κι.

Ὡς Ἐρατοσθένης.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν· σχῆμα 10.

Τῶν ἀρχαίων τινὰ Τραγῳδοποιῶν φασὶν εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα
τάφον· πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχȣ̃ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν, μικρὸν ἔλεξας βασιλικȣ̃ σηκὸν τάφȣ,
διπλάσιος ἔςω· τȣ̃ δὲ τȣ̃ κύβȣ μὴ σφαλῇς, διπλασιάζων ἕκαςον κῶλον ἐν πάχει τάφȣ, ἐδόκει δὴ
μαρτηκέναι· τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ ςε-
ρεὸν ὀκταπλάσιον· ἐζητεῖτο δὴ ϗ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δοθὲν ςερεὸν δια-
μένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν· ϗ ἐκαλεῖτο τὸ τοιȣ̃τον πρόβλημα, Κύβȣ διπλασιασμός·
ὑποθέμενοι γὰρ κύβον, ἐζήτȣν τȣ̃τον διπλασιάσαι· πάντων δὲ διαπορȣ́ντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶ-
τον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσο-
νος ἐςὶ διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος, ὥςε
τὸ ἀπόρημα αὐτȣ̃ εἰς ἕτερον ȣ̓κ ἔλασσον ἀπόρημα κατέςρεφεν· μετὰ χρόνον δέ τινα φασὶν Δηλίȣς
ἐπιβαλομένης νόσȣ κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν ἐπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐ-
τὸ ἀπόρημα, διαπεμψαμένοις δὲ τȣ̀ς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν ἀκαδημίᾳ Γεωμέτρας ἀξιȣ̃ν αὐτοῖς εὑ-
ρεῖν τὸ ζητȣ́μενον· τῶν δὲ φιλοπόνων ἐπιδιδόντων ἑαυτοῖς, ϗ ζητȣ́ντων, δύο δοθεισῶν δύο μέσας λα-
βεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι, Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλȣ-
μένων καμπύλων γραμμῶν· συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς γεγραφέναι· χειρȣργῆσαι δὲ
ϗ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι, πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τȣ̃ Μενέχμȣ, ϗ ταῦτα δυσχερῶς· ἐπινενόηται
δέ τις ὑφ' ἡμῶν ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν ȣ̓ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας
ἄν τις ἐπιτάξῃ· τȣ́τȣ δὲ εὑρισκομένȣ δυνησόμεθα καθόλȣ τὸ δοθὲν ςερεὸν παραλληλογράμμοις πε-
ριεχόμενον εἰς κύβον καθιςάναι, ἢ ἐξ ἑτέρȣ εἰς ἕτερον σχηματίζειν, ϗ ὅμοιον ποιεῖν ϗ ἐπαύξειν δια-
τηρȣ̃ντας τὴν ὁμοιότητα· ὥςε ϗ βωμȣ̀ς, ϗ ναȣ́ς. δυνησόμεθα δὲ ϗ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, ϗ ξηρῶν,

λέγω δὲ οἷον μετρητὴν μεδίμνων εἰς κύβον καθιςᾶναι, ϗ διὰ τῆς τέτε πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τέτων δεκτικὰ ἀγγεῖα πόσον χωρεῖ· χρήσιμον δὲ ἔσαι τὸ ἐπινόημα, ϗ τοῖς βελομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ ϗ λιθοβόλα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηνθῆναι, ϗ τὰ πάχη ϗ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, ϗ τὰς χοινικίδας, ϗ τὰ ἐμβαλλόμενα νευρὰ, εἰ μένει ϗ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηνθῆναι· ταῦτα δὲ ἐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως· τὴν δὲ ἀπόδειξιν ϗ τὴν κατασκευὴν τῦ λεχθέντος ὀργάνε ὑπογέγραφά σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ αε, δθ· ϗ κείσθω ἐπί τινος εὐθείας τῆς εθ πρὸς ὀρθὰς ἡ αε, ϗ ἐπὶ τῆς εθ τρία συνεςάτω παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ αζ, ζι, ιθ· ϗ ἤχθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ αζ, λη, ιθ· ἔσονται δὴ αὗται παράλληλοι, μένοντος δὴ τῦ μέσε παραλληλογράμμε τῦ ζ, συνωσθήτω, τὸ μὲν αζ ἐπάνω τῦ μέσε, τὸ δὲ ιθ ὑπὸ κάτω, καθάπερ ἐπὶ τῦ δευτέρε σχήματος· ἕως ἂ γένηται τὰ αβ γδ κατ' εὐθείαν· ϗ διήχθω διὰ τῶν α, β, γ, δ σημείων εὐθεῖα· ϗ συμπιπτέτω τῇ εθ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ κ· ἔσαι δὴ ὡς ἡ ακ πρὸς κβ, ἐν μὲν ταῖς αε, ζβ παραλλήλοις, ἡ εκ πρὸς κζ· ἐν δὲ ταῖς αζ, βη παραλλήλοις ἡ ζκ πρὸς κη· ὡς ἄρα ἡ ακ πρὸς κβ, ἡ εκ πρὸς κζ, ϗ ἡ κζ πρὸς κη· πάλιν ἐπεὶ ἐςιν ὡς ἡ βκ πρὸς κγ, ἐν μὲν ταῖς βζ, γη παραλλήλοις ἡ ζκ πρὸς κη· ἐν δὲ ταῖς βη, γδ παραλλήλοις ἡ ηκ πρὸς κθ· ὡς ἄρα ἡ βκ πρὸς κγ, ἡ ζκ πρὸς κη, ϗ ἡ ηκ πρὸς κθ ἀλλ' ὡς ἡ ζη πρὸς κη, ἡ εκ πρὸς κζ· ϗ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ ζκ πρὸς κη, ϗ ἡ ηκ πρὸς κθ· ἀλλ' ὡς ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ αε πρὸς βζ· ὡς δὲ ἡ ζκ πρὸς κη, ἡ βζ πρὸς γζ· ὡς δὲ ἡ ηκ πρὸς κθ, ἡ γη πρὸς δθ· ϗ ὡς ἄρα ἡ αε πρὸς βζ, ἡ βζ πρὸς γη, ϗ ἡ γη πρὸς δθ· εὕρηνται ἄρα τῶν κε, δθ δύο μέσαι, ἥτε βζ ϗ ἡ γκ.

Ταῦτα ἐν ἐπὶ τῶν γεωμετρεμένων ἐπιφανειῶν ἀποδέδεκται ἵνα δὲ ϗ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διαπήγνυται πλίνθιον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκῦν ἔχον τρεῖς πινακίσκες ἴσες ὡς λεπτοτάτες· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐνήρμοςαι, οἱ δὲ δύο ἐπωςοί εἰσιν ἐν χολέδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι ϗ ταῖς συμμετρίαις ὡς ἕκαςοι ἑαυτὲς πείθεσι· τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ὡσαύτως συντελεῖται, πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέςερον λαμβάνεσθαι τὰς γραμμὰς φιλοτεχνητέον, ἵνα ἐν τῷ συνάγεσθαι τὲς πινακίσκες παράλληλα διαμένη πάντα ϗ ἄχασα, ϗ ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις· ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκῦν ἐςι, ϗ καθήρμοςαι ὑπ' αὐτὴν τὴν ςεφάνην τῆς ςήλης προσμεμολυβδοχυμένων, ὑπ' αὐτῦ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη ϗ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα· ὑπογεγράφθω ἐν σοι ϗ ταῦτα, ἵνα ἔχῃς ϗ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι· τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ ςήλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ· δεδόσθωσαν αἱ αε, δθ· συνάγω δὲ τὲς ἐν τῷ ὀργάνῳ πίνακας, ἕως ἂν κατ' εὐθείαν γένηται τὰ α, β, γ, δ, σημεῖα· νοείσθω δὴ ὡς ἔχει μὲν ἐπὶ τῦ δευτέρε σχήματος· ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ακ πρὸς κβ, ἐν μὲν ταῖς αε βζ παραλλήλοις ἡ εκ πρὸς κζ· ἐν δὲ ταῖς αζ, βη, ἡ ζκ πρὸς κη· ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ κζ πρὸς κη· ὡς δὲ αὗται πρὸς ἀλλήλας, ἥτε αε πρὸς βζ, ϗ ἡ βζ πρὸς γη· ὡσαύτως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ζβ πρὸς γη, ἡ γη πρὸς δθ· ἀνάλογον ἄρα αἱ αε, βζ, γη, δθ· εὕρηνται ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι· ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς αε, δθ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς αε, δθ, τέτων ληψόμεθα τὰς μέσας, ϗ ἐπανοίσομεν ἐπ' ἐκείνας, ϗ ἐσόμεθα πεποιηκότες τὸ ἐπιταχθέν· ἐὰν δὲ πλείες μέσας ἐπιταχθῇ εὑρεῖν, εἰ ἑνὶ πλείες πινακίσκες καταςησόμεθα ἐν τῷ ὀργανίῳ τῶν ληφθησομένων μέσων· ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγε διπλάσιον ὦ 'γαθὲ τεύχειν
φράζεαι, τὴν ςερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
εὖ μεταμορφῶσαι, τὸ δέ τοι πάρα κἂν σύγε μάνδρην
ἢ σεῖρον, ἢ κοίλε φρείατος εὐρὺ κύτος·
τῇ δ' ἀναμετρήσαιο μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων·
μὴ δὲ σύγ' Α'ρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
μὴ δὲ Μενεχμείες κωνοτομεῖν τριάδας
δίζηαι· μὴ δ' εἴτι θεῦ δίοι εὐδόξοιο,
καμπύλον ἐγγραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται·
τοῖςδε δὲ ἐν πινάκεσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις,
ῥεῖα κεν ἐκ παύρε πυθμένος ἀρχόμενος·
εὖ αἰὼν Πτολεμαῖς πατὴρ ὅτι παιδὶ συνηὼν
πάνθ' ὅσα ϗ μέσαις, ϗ βασιλεῦσι φίλα.

αὐτὸς ἐδωρήσω τὸ δ' ἐς ὕςερον ἐράνιε Ζεῦ·
ϗ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις ἄνθεμα λεύσων
τῦ Κυρηναίε τῦτ' Ἐρατοσθένεος.

Ὡς Νικομήδης ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν· χῆμα 11.

Γράφει δὲ ϗ Νικομήδης ἐν τῷ ἐπιγεγραμμένῳ πρὸς αὐτῦ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι ὀργά-
νε κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληρεῦντος· ἐφ' ὃ ϗ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολ-
λὰ δὲ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπιγελῶν εὑρήμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τε ἅμα ϗ γεωμετρικῆς ἕξεως ἐςερη-
μένοις, τῦτ' ἐὰν ἐλλείποις· τῶν τοίνυν περὶ τὸ πρόβλημα πεπονηκότων τῆς τε πρὸς Ἐρατοσθένη συγ-
κρίσεως ἕνεκα, ϗ αὐτὸν τοῖς ἤδη γεγραμμένοις, συνάπτομεν δυνάμει γράφοντα ἔτως· Νοεῖν χρὴ κα-
νόνας δύο πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένες ἔτως, ὥςε μίαν ἀποσώζειν αὐτὲς ἐπιφάνειαν· καθά-
περ εἰσὶν οἱ αβ, γδ· ἐν δὲ τῷ αβ σωλῆνα πελεκινοειδῆ, εἰς ὃν ἐχελώνιον διατρέχειν δυνήσεται· ἐν
δὲ τῷ γδ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τὸ δ, ϗ μέσην τὴν διαιρῦσαν εὐθεῖαν τὸ πλάτος αὐτῦ κυλίνδριον
συμφυὲς τῷ κανόνι, ϗ βραχὺ ὑπερέχον τῆς ἄνωθεν ἐπιφανείας αὐτῦ τῦ κανόνος· ἄλλον δὲ κανόνα ὡς
τὸν εζ μετὰ βραχύ τι διάςημα τῦ πρὸς τὸ ζ πέρατος ἀνατομὴν ἔχοντα, ὡς τὴν ηθ, δυναμένην πε-
ριβαίνειν τῷ πρὸς τῷ δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὲ τῷ ε ὀπὴν ςρογγύλην, ἥτις ἐγκείσεται εἰς τὸν ἀξόνιον,
συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χελωναρίῳ ἐν τῷ πελεκινοειδεῖ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ αβ κανόνι· ἐναρμο-
σθέντος τοίνυν τῦ εζ κανόνος, κατὰ μὲν τὴν ηθ ἀνατομὴν, ἐν τῷ πρὸς τὸ ζ κυλινδρίῳ, κατὰ δὲ τὴν
ε ὀπὴν ἐν τῷ ἀξονίῳ τῷ συμφυεῖ τῷ χελωναρίῳ, ἐάν τις ἐπιλαβόμενος τῦ κ ἄκρε τῦ κανόνος κινῇ
αὐτὸν ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ α μέρη, ἔπειτα πρὸς τὸ β, τὸ μὲν ε σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τῦ αβ κανόνος ἐνεχ-
θήσεται· ἡ δὲ ηθ ἀνατομὴ ἐπὶ τῷ πρὸς τὸ δ κυλινδρίῳ κινηθήσεται, ἀεὶ τῆς μέσης τῦ εζ κανόνος
εὐθείας ἐν τῇ κινήσει διὰ τῦ ἄξονος τῦ πρὸς τῷ δ κυλίνδρῳ νοεμένης· τῆς δὲ εκ ὑπεροχῆς τῦ κανόνος
ἀεὶ τῆς αὐτῆς μενέσης· ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ κ ἐπινοήσωμεν τὶ γραφεῖον ἐφαπτόμενον τῦ ἐδάφες, γρά-
φήσεται τὶς γραμμὴ, οἷα ἐςὶν ἡ αμν, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμὴν, ϗ διά-
ςημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ εκ μέγεθος τῦ κανόνος, πόλον δὲ τὸ δ.

Ταύτῃ δὴ τῇ γραμμῇ συμβαῖνον δείκνυσι τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπορεύεσθαι τῷ αβ κανόνι·
ϗ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς ϗ τῦ αβ κανόνος, ὅτι πάντως τέμνει τὴν γραμ-
μὴν, ϗ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐςὶν εὐκατανόητον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε
νοεμένε τῦ αβ· πόλε δὲ τῦ γ, διαςήματος δὲ τῦ δε, γραμμῆς δὲ κογχοειδῦς τῆς ζει· προσπιπτέ-
τωσαν ἀπὸ τῦ γ δύο αἱ γθ, γζ ἴσων, δῆλον ὅτι γινομένων τῶν κθ, λζ· λέγω ὅτι ἡ ζμ κάθετος
ἐλάττων τῆς θν καθέτε· μείζονος γὰρ ἔσης τῆς ὑπὸ μλγ γωνίας τῆς ὑπὸ ναγ, λοιπὴ ἡ λοιπῦσα
εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἡ ὑπὸ μλζ λοιπῆς τῆς ὑπὸ νκθ ἐςὶν ἐλάσσων, ϗ διὰ τῦτο ὀρθῶν ἐσῶν τῶν
πρὸς τοῖς μ, ν, μείζων ἐςὶ ϗ ἡ πρὸς τὸ ζ τῆς πρὸς τῷ θ· ϗ ἐὰν τῇ πρὸς τὸ θ ἴσην συςησόμε-
θα τὴν ὑπὸ μζ ξ, ἡ κθ, τυτέςιν ἡ λζ πρὸς θν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ ξζ, πρὸς ζμ· ὥςε ἡ
ζλ πρὸς τὴν θν ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ζμ· ϗ διὰ τῦτο μείζων ἡ θν τῆς ζμ.

Τὸ δὲ δεύτερον ἦν τὸ τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς τε αβ ϗ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν
γραμμὴν, ϗ τῦτο δὲ ἔτω γίνεται γνώριμον· ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλος ἐςὶ τῇ αβ ἢ ἔ.
Ἔςω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ ζηθ· ϗ γεγονέτω ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, ἔτως ἡ δε πρὸς ἄλλην τινὰ
τὴν κ· ϗ κέντρῳ τῷ γ, διαςήματι δὲ τῇ κ περιφέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν ζη κατὰ τὸ ζ, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ γζ· ἔςιν ἄρα ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, ἔτως ἡ λζ πρὸς ζγ· ἀλλ' ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, ἔτως
ἦν ἡ δε πρὸς τὴν κ, τυτέςι τὴν γζ· ἴση ἄρα ἡ δε τῇ λζ ἀδύνατον· δεῖ γὰρ εἶναι τὸ ζ πρὸς τῇ
γραμμῇ· ἀλλὰ δὴ μὴ ἔςω ἡ διαγομένη παράλληλος· ϗ ἔςω ὡς ἡ μην· ϗ ἤχθω διὰ τῦ κ παράλ-
ληλος τῇ αβ, ἡ ζη· ἡ ἄρα ζη συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, ὥςε πολλῷ μᾶλλον ἡ μν· τέτων δὲ ὄντων
τῶν παρακολεθημάτων διὰ τῦ ὀργάνε τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται ἔτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς α, ϗ σημείε ἐκτὸς τῦ γ, διάγειν τὴν γη, ϗ ποιεῖν τὴν κη ἴσην
τῇ δοθείσῃ· ἤχθω κάθετος ἀπὸ τῦ γ σημείε ἐπὶ τὴν αβ, ἡ γθ· ϗ ἐκβεβλήσθω, ϗ τῇ δοθείσῃ
ἴση ἔςω ἡ δθ, ϗ πόλῳ μὲν τῷ γ, διαςήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ δθ, κανόνι δὲ τῷ αβ, γεγράφθω
κογχοειδὴς γραμμὴ πρώτη ἡ εδζ· συμβάλει ἄρα τῇ αη, διὰ τὸ προδειχθὲν, συμβαλλέτω κατὰ τὸ
η, ϗ ἐπεζεύχθω ἡ γη· ἴση ἄρα ἡ κη τῇ δοθείσῃ.

Τέτων δειχθέντων, δεδόσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ γλ, λα πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέ-
σας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν· ϗ συμπεπληρώσθω τὸ αβ γλ παραλληλόγραμμον, ϗ τετ-

μήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν αβ, βγ, τοῖς δ, ε σημείοις, καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ δλ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ γβ ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ η, τῇ δὲ βγ πρὸς ὀρθὰς ἡ εζ, καὶ προσβεβλήσθω ἡ γζ ἴση οὖσα τῇ αδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζκ· καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ γθ· καὶ γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ τῶν κγθ, ἀποδοθέντος τοῦ ζ, διήχθω ἡ ζθκ, ποιοῦσα ἴσην τὴν θκ τῇ αδ, ἢ τῇ γζ· τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν, ἐδείχθη διὰ τῆς κογχοειδοῦς· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ κλ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ αβ, ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ μ, λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ φλ πρὸς κγ, ἡ κγ πρὸς μα, καὶ ἡ μα πρὸς τὴν αλ. Ἐπεὶ ἡ βγ τέτμηται δίχα τῷ ε· καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ κγ· τὸ ἄρα ὑπὸ βκγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ γε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εκ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ εζ· τὸ ἄρα ὑπὸ βκγ μετὰ τῶν ἀπὸ γεζ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ γζ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ κεζ, τουτέστι τῷ ἀπὸ κζ· καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ μα πρὸς αβ, ἡ μλ πρὸς λκ· ὡς δὲ ἡ μλ πρὸς λκ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ μα πρὸς αβ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ ἔστι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ αδ, τῆς δὲ βγ διπλῆ ἡ γη· ἐπεὶ καὶ ἡ λγ τῆς αδ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ μα πρὸς αδ, οὕτως ἡ ηγ πρὸς γκ· ἀλλ' ὡς ἡ ηγ πρὸς γκ, οὕτως ἡ ζθ πρὸς θκ, διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ηζ, γθ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ μδ πρὸς δα, ἡ ζκ πρὸς κθ· ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ αδ τῇ θη, ἐπεὶ καὶ τῇ γζ ἴση ἐστὶν ἡ αδ· ἴση ἄρα καὶ ἡ μδ τῇ ζκ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ μδ, τὸ ἀπὸ ζκ. Καὶ ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ μδ, ἴσον τὸ ὑπὸ βμα μετὰ τοῦ ἀπὸ δα· τῷ δὲ ἀπὸ ζκ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ βκγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γζ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βμα μετὰ τοῦ ἀπὸ λδ, τὸ ὑπὸ βκγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γζ, ὧν τὸ ἀπὸ αδ ἴσον τῷ ἀπὸ γζ· ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ αδ τῇ γζ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ βμα τῷ ὑπὸ βκγ, ὡς ἄρα ἡ μβ πρὸς βκ, ἡ κγ πρὸς αμ· ἀλλ' ὡς ἡ βμ πρὸς βκ, ἡ κλ πρὸς γκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γλ πρὸς γκ, οὕτως ἡ γκ πρὸς αμ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ λγ πρὸς γκ, ἡ μα πρὸς αλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ λγ πρὸς γκ, ἡ γκ πρὸς αμ, καὶ ἡ αμ πρὸς αλ.

Εἰς τὸ β'. θεώρημα.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ δθ πρὸς θγ, ἡ γα πρὸς αε· τουτέστι τὸ ἀπὸ γβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· ὡς γὰρ ἐπὶ αὐτῆς τῆς ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς· ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ γβα, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ βε, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ γα πρὸς αβ, ἡ βα πρὸς αε, καὶ ἡ γβ πρὸς βε· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ γβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτως ἡ γα πρὸς αε. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ὡς ἄρα ἡ γα πρὸς αε, οὕτω τὸ ἀπὸ γβ, πρὸς τὸ ἀπὸ βε· διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δείκνυται, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ γα πρὸς γε, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ, πρὸς τὸ βε· διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἐστὶ πάλιν, ὡς ἡ μὲν αγ πρὸς γβ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γε· τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτως ἡ αγ πρὸς γε, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ βε· καὶ ὡς ἄρα ἡ αγ πρὸς γε, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· Εἶτα ἐφεξῆς δεικνύναι πειρώμενος τῷ βαζ τμήματι τῆς σφαίρας, ἴσον τὸν βκζ κῶνον· ἐκθέμενος κῶνον τὸν ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ βαζ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ζαβθ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ α'. βιβλίῳ. Ἰστέον δὲ ὅτι ἐν τῷ α'. βιβλίῳ οὐ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀπεδείκνυεν ἴσον ὄντα τῷ οὕτω λαμβανομένῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου, ὅν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίνετο· ἔφασκε γὰρ, τομέα δὲ στερεὸν καλέω· ἐπειδ' ἂν σφαῖραν κῶνος τέμνει τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τᾶς ἐντὸς τοῦ κώνου· τὸ δὲ νῦν προκείμενον σχῆμα περιέχεται μὲν ὑπὸ κωνικῆς ἐπιφανείας, τὴν κορυφὴν ἐχούσης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, ἀλλ' οὐ τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης τοῦ κώνου· ὅτι δὲ οὖν τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἴσον γίνεται τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ σφαιρικῇ τῇ περιεχούσῃ τὸ τμῆμα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, δειχθήσεται οὕτω διὰ τῶν ἐν τῷ α'. βιβλίῳ δεδειγμένων.

Νενοήσθω χωρὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μὴ διὰ τοῦ κέντρου τῷ περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλῳ· κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ α· καὶ νενοήσθω κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ α σημεῖον· ἐκκείσθω δὲ κῶνος ὁ ε, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὁ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· τετραπλάσιος γὰρ ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ, ὅπερ ἡ σφαῖρα ἐδείχθη τετραπλασία. Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἄλλοι δύο κῶνοι οἱ ζ, η, ὧν ὁ μὲν ζ βάσιν ἐχέτω ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν βγδ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ὁ δὲ η βάσιν μὲν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν βθδ τμήματος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό. Ὁ ζ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τομεῖ, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ α, ἐπιφάνεια δὲ

σφαιρικὴ ἡ κατὰ τὴν βγδ· Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ε κώνου βάσις ταῖς τῶν ζ, η κώνων βάσεσι, καὶ εἰσὶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ε κῶνος, τουτέστι ἡ σφαῖρα τοῖς ζ, η κώνοις· ἀλλ' ὁ ζ ἴσος ἐδείχθη τῷ κατὰ τὴν βγδ στερεῷ τομεῖ, κορυφὴν ἔχοντι τὸ α· λοιπὸς ἄρα ὁ η κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ λοιπῷ τμήματι, βάσιν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κατὰ τὴν βθδ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἶτα πάλιν φησὶν, ἴσος ἄρα ὁ ν κῶνος, τουτέστιν ὁ βθ, ζα τομεὺς, τῷ βθζκ σχήματι. Ἐπεὶ γὰρ συνήχθη ὁ ν κῶνος, ἴσος ὢν κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἡ περὶ διάμετρον τὴν βζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ θκ· ὁ δὲ κῶνος οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ εκ, ἴσος τῷ τε εἰρημένῳ κώνῳ, καὶ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν εθ· πρὸς ἀλλήλοις γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν εθ· λοιπὸν τὸ βθζκ σχῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν βζ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν θκ· τουτέστι τῷ ν κώνῳ, τουτέστι βαθζ τομεῖ.

Ἐπαγαγὼν δὴ τὸ ἐκ τῶν συναχθέντων πόρισμα ἐπὶ τέλει τοῦ θεωρήματος, ἐξῆς δι' ἑτέρας ἀποδείξεως συνάγει τὸ τελευταῖον μέρος τοῦ θεωρήματος, τουτέστιν ὅτι τὸ βαζ τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ βκζ κώνῳ· καὶ προϊὼν φησὶν ὡς ἄρα ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· καὶ ὅλη ἡ κδ πρὸς δθ ἐστὶν ὡς ἡ δθ πρὸς δγ· Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, ἡ θγ πρὸς γδ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ κδ πρὸς δθ, ἡ θδ πρὸς δγ· τουτέστιν ἡ κθ πρὸς θα· ἦν γὰρ ὡς ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· ἴση δὲ ἡ θγ τῇ θα· καὶ μετ' ὀλίγον, ὡς ἄρα ἡ κθ πρὸς δθ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ κδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν κθδ, οὕτω τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α εγ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ κδ, αγ· καὶ ἔστω ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· λέγω ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κδ, πρὸς τὸ ὑπὸ κθδ, οὕτω τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ· Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· καὶ συνθέτι ἐστὶν ὡς ἡ κδ πρὸς δθ, οὕτως ἡ αγ πρὸς γε, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ κδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, ὡς τὸ ἀπὸ αγ, πρὸς τὸ ἀπὸ εγ· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· ἀλλ' ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτω τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, κοινοῦ ὕψους τῆς θδ λαμβανομένης· ὡς δὲ ἡ αε πρὸς εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς εγ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ θδ, πρὸς τὸ ἀπὸ δκ, οὕτω τὸ εγ πρὸς τὸ ἀπὸ γα· καὶ δι' ἴσου ὡς τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ κδ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ· καὶ ἀνάπαλιν, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Εἰς τὸ γ'.

Ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ δβ, τουτέστιν ἡ αγ πρὸς γβ· ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ αδβ κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ δγ μέση, ἀνάλογον ἐστὶ τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ βγ πρὸς γδ, ἡ βδ πρὸς δα· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἄρα· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ, οὕτως ἡ πρώτη ἡ βγ πρὸς τρίτην τὴν γα· καὶ ὡς ἄρα ἡ βγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δα· δοθεὶς δὲ λόγος τῆς αγ πρὸς γβ, ὥστε δοθὲν ἐστὶ τὸ γ σημεῖον· ἐπεὶ γὰρ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται δεδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ δγ· καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς αγ πρὸς γβ· ἐὰν δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ὥστε δοθεῖσα ἐστὶν ἡ αγ, καὶ δοθὲν τὸ α· ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστὶ θέσει δεδομένων γραμμῶν, δέδοται ἄρα καὶ τὸ γ.

Εἰς τὸ δ'.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ λδ πρὸς δκ ἡ κβ πρὸς βρ· καὶ ἡ δχ πρὸς χβ· ἐν γὰρ τῷ πρὸ τούτου συνήγετο οὕτως. Ἐπεὶ ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ κδ, δχ πρὸς δχ, οὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ· διελόντι ὡς ἡ κδ πρὸς δχ, ἡ ρβ πρὸς βχ· ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κδ, τουτέστιν ἡ κβ πρὸς βρ, ἡ δχ πρὸς χβ· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ λχ πρὸς χδ, οὕτως συναμφότερος ἡ κβ, βχ πρὸς χβ· διελόντι καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ· ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ δχ πρὸς χβ, ἡ κβ πρὸς βρ· ὡς ἄρα ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ, καὶ ἡ κβ πρὸς βρ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ρλ πρὸς ὅλην κλ, ἐστὶν ὡς ἡ κλ πρὸς λδ· ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ κλ πρὸς τὸ ἀπὸ κδ· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ ρλ πρὸς λκ, ἡ κλ πρὸς λδ.

Καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ρλ πρὸς λδ, οὕτω τὸ ἀπὸ ρλ πρὸς τὸ ἀπὸ λκ, οὕτω τὸ ἀπὸ λκ πρὸς τὸ ἀπὸ λδ· ἀνάλογον γάρ εἰσιν, ὡς ἄρα ἡ ρλ πρὸς λδ, οὕτω τὸ ἀπὸ λκ πρὸς τὸ ἀπὸ λδ· κείσθω τῇ κβ ἴση ἡ βζ· ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ ρ πεσεῖται δῆλον· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ χδ πρὸς χβ, οὕτως ἡ κβ πρὸς βρ· μείζων δὲ ἡ δχ τῆς βχ, μείζων ἄρα καὶ ἡ κβ τῆς βρ· ἐκτὸς ἄρα τοῦ ρ πίπτει τὸ ζ.

Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς δλ πρὸς λχ δοθείς, καὶ τῆς ρλ πρὸς λχ, καὶ τῆς ρλ ἄρα πρὸς λδ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ κβχ, πρὸς βχ, τουτέστιν ἡ ζχ πρὸς χβ, οὕτως ἡ λχ πρὸς χδ· ἀναστρέψαντι ὡς ἡ χζ πρὸς ζβ, οὕτως ἡ χλ πρὸς λδ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ βζ πρὸς ζχ, ἡ λδ πρὸς λχ· δέδοται δὲ καὶ ὁ τῆς βζ πρὸς ζχ λόγος· ἐπειδὴ ἡ μὲν ζβ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς δεδομένης σφαίρας· ἡ δὲ βχ τῶν β, χ περάτων αὐτῆς δεδομένων, καθ' ὑπόθεσιν τετμημένης τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ διὰ τῆς αγ ἐπιπέδου· καὶ τῆς δβ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῇ αγ δέδοται· καὶ διὰ τοῦτο καὶ ὅλη ἡ χζ, καὶ ὁ τῆς χζ πρὸς ζβ· ὥστε καὶ ὁ τῆς λχ πρὸς λδ λόγος ἐστὶ δοθείς· πάλιν ἐπειδὴ δέδοται ὁ λόγος τῶν τμημάτων, καὶ ὁ τοῦ λαγ κώνου πρὸς αργ κῶνον λόγος ἐστὶ δοθείς· ὥστε καὶ ὁ τῆς λχ πρὸς χρ· πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη, καὶ ὅλης ἄρα τῆς ρλ πρὸς τὴν λχ λόγος ἐστὶ δοθείς· ἐπεὶ οὖν ἑκατέρας τῶν ρλ, λδ πρὸς τὴν λχ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ρλ ἄρα πρὸς λδ λόγος ἐστὶ δοθείς· τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ρλ πρὸς λχ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ρλ πρὸς λδ, καὶ ἡ λδ πρὸς λχ.

Περὶ συνθέσεως λόγων.

Ὅτι μὲν ἡ σύνθεσις τῶν λόγων λαμβάνεται τῆς λδ μέσης λαμβανομένης, ὡς κἂν τῇ στοιχειώσει ἐλαμβάνετο φανερόν· ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον ἀδιαρθρώτως, καὶ οὐχ οὕτως ὥστε τὴν ἔννοιαν ἀναπληρῶσαι λέλεκται, ὡς ἐστὶν εὑρεῖν ἐντυγχάνοντας Πάππῳ τε καὶ Θέωνι, ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ ἀποδεικτικῆς, ἀλλ' ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον παριστῶσιν, οὐδένα τόπον πρὸς βραχὺ διατρίψαντας τῷ λόγῳ, τὸ σαφέστερον παραστῆσαι· φημὶ τοίνυν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμῶν, ἤτοι μεγεθῶν μέσος τὶς ὅρος ληφθῇ, ὁ τῶν ἐξ ἀρχῆς ληφθέντων ἀριθμῶν λόγος, σύγκειται ἐκ τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν μέσον, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ μέσος πρὸς τὸν τρίτον, ὑπομνηστέον δὴ πρότερον πῶς ἐλέγετο λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι· ὡς γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσι τινά, πηλικότητος δῆλον ὅτι λεγομένης τοῦ ἀριθμοῦ, οὗ παρώνυμος ἐστὶν ὁ διδόμενος λόγος, ὡς φασὶν ἄλλοι τε καὶ Νικόμαχος ἐν τῷ πρώτῳ τῷ περὶ Μουσικῆς, καὶ Ἥρων ἐν τῷ ὑπομνήματι τῷ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν εἰσαγωγήν. Ταυτὸν δὲ εἰπεῖν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον τοῦ λόγου, καὶ ποιοῦντος τὸν ἡγούμενον· καὶ κυριώτερον μὲν ἐπὶ τῶν πολλαπλασίων ἡ πηλικότης ἂν λαμβάνοιτο· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιμορίων, ἢ ἐπιμερῶν, οὐκ ἔτι τὴν πηλικότητα δυνατὸν λαμβάνεσθαι, ἀδιαιρέτου μενούσης τῆς μονάδος, ὡς ἐπ' ἐκείνων διαιρετέον τὴν μονάδα· εἰ καὶ μὴ κατὰ τὸ προσῆκον τῇ ἀριθμητικῇ, ἀλλὰ τῇ λογιστικῇ τυγχάνει· διαιρεῖται δὲ ἡ μονὰς κατὰ τὸ μέρος, ἢ τὰ μέρη ἀφ' ὧν ὠνόμασται ὁ λόγος, ὥστε εἶναι ὡς ἐν σαφεστέρῳ τῷ λέγειν, τοῦ μὲν ἡμιολίου λόγου πηλικότητα πρὸς τῇ μονάδι, καὶ τὸ ἥμισυ τῆς μονάδος, τοῦ δὲ ἐπιτρίτου πρὸς τῇ μονάδι τὸ τρίτον, ὥστε καθὰ καὶ ἀνωτέρω εἴρηται τὴν πηλικότητα τοῦ λόγου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον, πολλαπλασιαζομένην ποιεῖν τὸν ἡγούμενον· τοῦ γὰρ ἐννέα πρὸς τὰ ἓξ ἡμιολίου πηλικότης, οὗ ἡ μονὰς καὶ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ τὸν ς' ποιεῖ τὸν θ', καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων δὲ τὸ αὐτὸ ἔξεστι κατανοεῖν· τούτων δὴ προσαφηνισθέντων ἐπανακτέον ἐπὶ τὸ προτεθέν· ἔστωσαν γὰρ οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ α, β· μέσος δὲ αὐτῶν εἰλήφθω τὶς ὁ γ· δεικτέον δή, ὅτι ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν β· εἰλήφθω μὲν γὰρ τοῦ μὲν αγ λόγου πηλικότης ὁ δ, τοῦ δὲ γβ, ὁ ε· ὁ ἄρα ε τὸν δ πολλαπλασιάσας, τὸν ζ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ ζ πηλικότης ἐστὶ τοῦ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγου, τουτέστιν ὅτι ὁ ζ τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν α ποιεῖ· ὁ γὰρ β τὸν ζ πολλαπλασιάσας, τὸν η ποιείτω· ἐπεὶ οὖν ὁ β τὸν μὲν ζ πολλαπλασιάσας τὸν η πεποίηκεν· τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας τὸν γ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν ε, ὁ η πρὸς τὸν γ· πάλιν ἐπεὶ ὁ δ τὸν μὲν ε πολλαπλασιάσας τὸν ζ πεποίηκε, τὸν δὲ γ πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν γ, ὁ ζ πρὸς τὸν α· ἐναλλάξ, ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, ὁ γ πρὸς τὸν α· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν γ· ἀλλ' ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν ε, ἐδείχθη η πρὸς τὸν γ· καὶ ὡς ἄρα η πρὸς τὸν γ, ὁ α πρὸς τὸν γ· ἴσος ἄρα ὁ α τῷ η· ἀλλ' ὁ β τὸν ζ πολλαπλασιάσας, τὸν η πεποίηκε· καὶ ὁ β ἄρα τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν α ποιεῖ· ὁ ζ ἄρα πηλικότης ἐστὶ τοῦ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγου· καὶ ἔστιν ὁ ζ τοῦ δ ἐπὶ τὸν ε πολλαπλασιασθέντος, τουτέστι τῆς πηλικότητος τοῦ αγ λόγου ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ

γβ λόγου· ὁ ἄρα τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν β, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῦ ιβ, καὶ τοῦ β, μέσος τὶς ἀριθμὸς ὁ δ. λέγω ὁ τοῦ ιβ πρὸς τὸν β λόγος, τουτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ πρὸς τὰ δ, καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ πρὸς τὰ β· ἐὰν γὰρ τὰς πηλικότητας τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν ἐπ' ἀλλήλας, τουτέστι τὸν γ ἐπὶ τὸν β, γίνεται ὁ ς πηλικότης ὢν τοῦ ιβ πρὸς τὰ β λόγου· καὶ ἔστιν ἑξαπλάσιος, ὅνπερ καὶ προέκειτο ὑποδεῖξαι· εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων. Καὶ οὕτως ἡ σύνθεσις, ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει, τοῦ θ καὶ τοῦ ς μέσος τὶς παρεμπιπτέτω ἀμφοτέρων μείζων ὁ ιβ· λέγω ὅτι ἔκ τε τοῦ ὑπεπιτρίτου τοῦ θ πρὸς τὸν ιβ λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ ιβ πρὸς τὸν ς, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος τοῦ θ πρὸς τὰ ς· ἡ γὰρ πηλικότης τοῦ θ πρὸς τὸν ιβ λόγου ἐστὶ τρία τέταρτα, τουτέστιν ἥμισυ καὶ τέταρτον. Ἡ δὲ πηλικότης τοῦ ιβ πρὸς τὸν ς ἐστὶν ὁ β· ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσωμεν τὸ β ἐπὶ τὸν ἥμισυ καὶ τέταρτον, γίνεται μονὰς α καὶ ἥμισυ, ἥτις πηλικότης ἐστὶ τοῦ ἡμιολίου λόγου, ὃν ἔχει καὶ ὁ θ πρὸς τὸν ς· ὁμοίως δὲ κἂν τοῦ θ καὶ τοῦ ς μέσος ἐμπέσῃ ὁ δ, ἐκ τοῦ θ πρὸς δ διπλασιεπιτετάρτου, καὶ τοῦ δ πρὸς ς ὑφημιολίου, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος λόγος. Πάλιν γὰρ τὴν πηλικότητα τοῦ διπλασιεπιτετάρτου, τὰ βδ ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ὑφημιολίου, τουτέστι τὰ δύο τρίτα, πολλαπλασιάσαντες ἕξομεν τὸ ἓν ἥμισυ, πηλικότητα τοῦ ἡμιολίου ὡς εἴρηται λόγου, καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος· συμφανὲς δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων· ὡς ἐὰν δύο δοθέντων ἀριθμῶν, ἤτοι μεγεθῶν, κἂν μὴ εἷς μέσος, πλείους δὲ παρεμπίπτωσιν ὅροι, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ πάντων τῶν λόγων, ὧν ἔχουσιν οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς κείμενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ πρώτου, καὶ λήγοντες εἰς τὸν ἔσχατον τῇ κατὰ τοὺς ἑπομένους τάξει. Δύο γὰρ ὅρων τῶν α, β παρεμπιπτέτωσαν πλείους ἑνὸς οἱ γ, δ· λέγω ὅτι ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β· ἐπεὶ γὰρ ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται· ὁ δὲ τοῦ α πρὸς τὸν δ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ· ὁ ἄρα τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β, ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δειχθήσεται.

Ἔτι ἐν τῷ ῥητῷ φησίν, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ρλ πρὸς λδ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ λκ πρὸς τὸ ἀπὸ δλ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ κλ πρὸς τὸ ἀπὸ λδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ. Ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ κλ πρὸς λδ, ἡ βδ πρὸς δχ, διὰ τοῦ συνθέντι· ὡς ἄρα ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ρλ πρὸς λχ, ἡ βζ πρὸς ζθ, τὸ θ σημεῖον ὅπως ποτὲ μὲν ἐὰν τεθῇ ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆς ἀποδείξεως, κατ' οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ· ὅτι δὲ καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν β, ρ πίπτει οὕτω διάδηλον· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ λκ πρὸς δκ, τουτέστι πρὸς κβ, οὕτως ἡ κρ πρὸς ρβ· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἡ λρ πρὸς ρκ, ἡ κρ πρὸς ρβ· μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ λρ πρὸς ρχ, ἤπερ ἡ λρ πρὸς ρκ. Καὶ ἡ λρ ἄρα πρὸς ρχ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ κρ πρὸς βρ, τουτέστιν ἡ ζβ πρὸς ζρ· ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς ρλ πρὸς λχ, οὕτω τὴν βζ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ζρ· φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ ζθ τῆς θβ μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ, καὶ ἡ κβ πρὸς βρ· μείζων δὲ ἡ δχ τῆς χβ, μείζων ἄρα καὶ ἡ λδ τῆς δκ, καὶ ἡ κβ τῆς βρ. Ὥστε καὶ ἡ λδ τῆς βρ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ λχ τῆς χρ μείζων ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ θζ τῆς θβ· λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ βδ, τουτέστι τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, οὕτω ἡ ζχ πρὸς ζθ· ἐπεὶ γὰρ τῷ τῆς βζ πρὸς θζ λόγῳ ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, καὶ τῆς βζ πρὸς ζχ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς βζ πρὸς ζθ ἐστί, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ, καὶ τοῦ τῆς ζχ πρὸς ζθ λόγου. Καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, καὶ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ, καὶ τοῦ τῆς χζ πρὸς ζθ. Ἐὰν οὖν τὸν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς βζ πρὸς ζχ, λοιπὸν ὁ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς ἀπὸ δχ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς χζ πρὸς ζθ· καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν δζ τέμνειν δὴ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν χζ πρὸς δοθεῖσαν, τουτέστι τὴν ζθ, οὕτω τὸ δοθέν, τουτέστι τὸ ἀπὸ βδ, πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· τοῦτο δὲ οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν δβ τῆς βζ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν βζ τῆς ζθ· ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν, καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν δβ, βζ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς δβ τῆς βζ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς βζ τοῦ θ, τεμεῖν τὴν δβ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ ἀπὸ δβ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, τὴν χζ πρὸς ζθ· ἑκατέρα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται, καὶ συντεθήσεται· ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προρηθὲν ἐπηγγείλατο δεῖξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν· ἔνεστι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ ἐπιβάλλειν τῷ καταληφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑκατέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἥν τινα ἑξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέντοι καὶ αὐτὸ ἐν τῷ περὶ Πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπηγγέλθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, μή ποτε πεποιηκέναι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληροῦν ἐπεχείρησε· καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἑξῆς γράψομεν· ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδένα μὲν ἔχον πρὸς τὰ προλελημμένα λόγον· ὁμοίως δὲ τῷ Διονυσοδώρῳ δι' ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζων τὸ πρόβλημα, ἔν τινι μέντοι παλαιῷ βιβλίῳ. Οὐδὲ γὰρ τῆς εἰς πολλὰ ζητήσεως ἀπέστημεν, ἐνετύχαμεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ ὀλίγην τὴν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσιν ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις· τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχον τὴν ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα γράφεσθαι· ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν ὡς γέγραπται διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται τῶν πταισμάτων δυσχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλήσαντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ θεώρημα γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ' αὐτοῦ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν· εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Εὐθείας δοθείσης τῆς αβ, καὶ ἑτέρας τῆς αγ, καὶ χωρίου τοῦ δ, προκείσθω λαβεῖν ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον ὡς τὸ ε· ὥστε εἶναι ὡς τὴν αε πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ αγ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε διήχθω ἐπὶ τὸ ζ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ τῇ αβ παράλληλος ἡ γη, διὰ δὲ τοῦ β τῇ αγ παράλληλος ἡ ζηβ, συμπίπτουσα ἑκατέρα τῶν γε, γη· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ηθ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ ε ὁποτέρα τῶν γθ, ηζ παράλληλος ἡ κελ· καὶ τῷ δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ γημ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· ὡς δὲ ἡ εα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηζ· ὡς δὲ ἡ γη πρὸς ηζ, οὕτω τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ κζ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτως ἡ γη πρὸς ημ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γη πρὸς ημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ' ὡς ἡ γη πρὸς ημ, τῆς ηζ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ μηζ τῷ ἀπὸ ζκ· ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν ζη, γραφῇ διὰ τοῦ κ παραβολή· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ημ, ἥξει διὰ τοῦ κ· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δοδομένην εἶναι τὴν ημ τῷ μεγέθει, περιέχουσαν μετὰ τῆς ηγ δεδομένης δοθὲν τὸ δ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς· γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται καὶ ἔστω ὡς ἡ ηκ· πάλιν ἐπειδὴ τὸ θλ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ γβ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θκλ τῷ ὑπὸ αβη· ἐὰν διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θγ, γη γραφῇ, ὑπερβολὴ ἥξει διὰ τοῦ κ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ η' θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑτέραν τῶν θγ, γη, ἔτι μὴν καὶ τὸ β τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ κβ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς· ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ κ, καὶ ἔστιν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ κε· ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν αβ· δέδοται ἄρα τὸ ε· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· δύο ἄρα στερεῶν ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ εβ, καὶ τὸ δ· ὕψη δὲ αἱ εα, αγ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ὥστε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά· τὸ ἄρα ἀπὸ εβ ἐπὶ τὴν εα, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ δ, ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν τὴν γα· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα μέγιστον ἐστὶ πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς βα· ὅταν ἡ διπλασία ἡ βε τῆς εα, ὡς δειχθήσεται· δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ αγ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ δ. καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν αβ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω τὸ δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος· εἰλήφθω τῆς αβ τρίτον μέρος ἡ αε, τὸ ἄρα δ ἐπὶ τὴν αγ, ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα, ἢ ἴσον, ἢν ἔλασσον· εἰ μὲν οὖν μεῖζον ἐστὶν, οὐ συντεθήσεται ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ε σημεῖον ποιήσει τὸ πρόβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ἔστιν ὡς ἡ εα πρὸς αγ· οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· εἰ δὲ ἔλασσον ἐστὶ τὸ

δ ἐπὶ τὴν αγ, τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, συντεθήσεται οὕτω. κείσθω ἡ αγ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ, καὶ
διὰ τοῦ γ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ· διὰ δὲ τοῦ β τῇ αγ παράλληλος ἤχθω ἡ βζ, καὶ συμ-
πιπτέτω τῇ γε ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ η· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ζθ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ
ε τῇ ζη παράλληλος ἤχθω ἡ κελ· ἐπεὶ οὖν τὸ δ ἐπὶ τὴν αγ, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα·
ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς ἐλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς βε, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ηκ.
Ἔστω οὖν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· καὶ τῷ δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ γζν· ἐπεὶ οὖν
ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· ἀλλ' ὡς ἡ εα πρὸς
αγ, οὕτω ἡ γζ πρὸς ζη. Ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζη, οὕτω τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζη· καὶ ὡς
ἄρα τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζη, οὕτω τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ἀπὸ
γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζν, οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζν,
οὕτως ἡ γζ πρὸς ζν· ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζν τῆς ζη κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς
τὸ ὑπὸ νζη. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ὑπὸ νζη, οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ἀπὸ ημ·
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ημ τῷ ὑπὸ ζην· ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ ζ περὶ ἄξονα τὴν ζη γράψωμεν παραβο-
λὴν, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ζν, ἥξει διὰ τοῦ μ· γεγράφθω καὶ ἔστω ἡ μξζ·
καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ θλ τῷ αζ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θκλ τῷ ὑπὸ αβζ· ἐὰν διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώ-
τους τὰς θγ, γζ γράψωμεν ὑπερβολήν· ἥξει διὰ τοῦ κ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ η. θεωρήματος
τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· γεγράφθω καὶ ἔστω ὡς ἡ βκ, τέμνουσα τὴν πα-
ραβολὴν κατὰ τὸ ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἤχθω ἡ ξοπ. καὶ διὰ τοῦ ξ τῇ αβ παράλ-
ληλος ἤχθω ἡ ρξσ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστὶ ἡ βκζ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ θγ, γζ· καὶ παράλληλοι
ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ρξπ, ταῖς αβζ. ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ρξπ τῷ ὑπὸ αβζ, ὥστε καὶ τὸ ρο τῷ οζ· ἐὰν
ἄρα ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ σ ἐπιζευχθῇ, ἥξει διὰ τοῦ ο· ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ γοσ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς
ἡ οα πρὸς αγ, οὕτως ἡ οβ πρὸς βσ, τουτέστιν ἡ γζ πρὸς ζσ· ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζσ, τῆς ζν κοινοῦ
ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ὑπὸ σζν· καὶ ὡς ἄρα ἡ οα πρὸς αγ, οὕτω τὸ ὑπὸ
γζν πρὸς τὸ ὑπὸ σζν. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ γζν, τὸ δ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ σζν, ἴσον τὸ ἀπὸ σξ.
τουτέστι τὸ ἀπὸ βο, διὰ τὴν παραβολήν· ὡς ἄρα ἡ οα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς βο· εἴληπται ἄρα τὸ ο σημεῖον, ποιοῦν τὸ πρόβλημα.
Ὅτι διπλασίας οὔσης τῆς βε τῆς εα, τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα μέγιστον ἐστὶ πάντων
τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς βα, δειχθήσεται οὕτως· ἔστω γὰρ ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει πάλιν δο-
θεῖσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ, ἡ αγ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ διὰ
τοῦ β παραλλήλῳ, ἠγμένῃ τῇ αγ κατὰ τὸ ζ· καὶ διὰ τῶν γζ παράλληλοι τῇ αβ ἤχθωσαν αἱ θζ,
γη· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ γα ἐπὶ τὸ θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ ε ἤχθω ἡ κελ· καὶ γεγονέτω ὡς
ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γημ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· τὸ ἄρα ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
γημ ἐπὶ τὴν αγ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ
γημ ἐπὶ τὴν αγ, μέγιστον ἐστὶ πάντων ὁμοίου ἐπὶ τὴν βο λαμβανομένου. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ η
περὶ ἄξονα τὴν ζη παραβολή· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ημ· ἥξει δὴ διὰ τοῦ κ, ὡς
ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπεσεῖται ἐκβαλλομένη τῇ θγ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς
τομῆς, διὰ τὸ ἕβδομον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ἐκ-
βεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ ν· καὶ διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς νγη, γεγράφθω ὑπερ-
βολή· ἥξει ἄρα διὰ τοῦ κ· ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται· ἐρχέσθω οὖν ὡς ἡ βκ, καὶ ἐκβληθείσῃ τῇ ζη
ἴση κείσθω ἡ νξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ξκ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ο· φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς
παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τετάρτου καὶ τριακοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλω-
νίου Κωνικῶν στοιχείων. ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστὶν ἡ βε τῆς εα, οὕτω γὰρ ὑπόκειται, τουτέστιν ἡ ζκ τῆς κθ·
καὶ ἔστιν ὅμοιον τὸ οκθ τρίγωνον τῷ ξζκ τριγώνῳ, διπλασία ἐστὶ καὶ ἡ ξκ τῆς κο, ἔστι δὲ καὶ ἡ ξκ τῆς
κπ διπλῆ, διὰ τὸ καὶ τὴν ξζ τῆς ζη· καὶ παράλληλον εἶναι τὴν πη τῇ κζ· ἴση ἄρα ἡ οκ τῇ κπ,
ἡ ἄρα οκπ ψαύουσα τῆς παραβολῆς, καὶ μεταξὺ οὖσα τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται· ἐφάπτε-
ται ἄρα τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλω-
νίου Κωνικῶν στοιχείων· ἐφήπτετο δὲ καὶ τῆς παραβολῆς κατὰ τὸ αὐτὸ κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τῆς
ὑπερβολῆς ἐφάπτεται κατὰ τὸ κ· νενοήσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὸ ρ· καὶ εἰ-
λήφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ σ, καὶ διὰ τοῦ σ τῇ κλ παράλληλος ἤχθω ἡ φτχ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑ-
περβολὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ φυ τῷ γβ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ γσ· ἴσον γὰρ τὸ
φσ τῷ ση, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἥξει διὰ τοῦ σ· ἐρχέσθω, καὶ
ἔστω ἡ γσχ· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ψχ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ χημ διὰ τὴν παραβολὴν, τὸ ἀπὸ τχ ἔλασσον

ἐςὶ τοῦ ὑπὸ χημ· γεγονέτω οὖν τῷ ἀπὸ τχ ἴσον τὸ ὑπὸ χηω· ἐπεὶ οὖν ἐςὶν ὡς ἡ σα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηχ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γη πρὸς ηχ τῆς ηω κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ γηω πρὸς τὸ ὑπὸ χηω· καὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ χτ, τουτέςι τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ γηω ἐπὶ τὴν γα· τὸ δὲ ὑπὸ γηω, ἐπὶ τὴν γα ἔλασσον ἐςὶ, τοῦ ὑπὸ γημ ἐπὶ τὴν γα· τὸ ἄρα ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα ἔλαττον ἐςὶ τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν ε, β· ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν ε, α σημεῖον τὸ ς· λέγω ὅτι καὶ οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα μεῖζον ἐςὶ τοῦ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων ἤχθω διὰ τοῦ ς τῇ κλ παράλληλος ἡ ϛςρ· καὶ συμβαλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ ρ. συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλος εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ, καὶ διὰ τοῦ ρ παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ αβ ἡ αρβ· συμβαλέτω τῇ ηζ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ β· καὶ ἐπεὶ πάλιν διὰ τὴν ὑπερβολὴν ἴσον ἐςὶ τὸ γϛ καὶ τῷ αη, ἡ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ ς· ἐρχέσθω, καὶ ἔςω ὡς γςβ· καὶ ἐπεὶ πάλιν διὰ τὴν παραβολὴν ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ αβ τῷ ἀπὸ βημ, τὸ ἄρα ἀπὸ ρβ ἔλασσον ἐςὶ τοῦ ὑπὸ βημ· γεγονέτω τὸ ἀπὸ ρβ ἴσον τῷ ὑπὸ βηω· ἐπεὶ οὖν ἐςὶν ὡς ἡ ςα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηβ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γη πρὸς ηβ τῆς ηω κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γηω πρὸς τὸ ὑπὸ βηω· τουτέςι πρὸς τὸ ἀπὸ ρβ, τουτέςι πρὸς τὸ ἀπὸ βς· τὸ ἄρα ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα, ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ γηω ἐπὶ τὴν γα· καὶ μεῖζον τὸ ὑπὸ γημ τοῦ ὑπὸ γηω· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, τοῦ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν ε, α λαμβανομένων· ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν ε, β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ τῆς αβ ὁμοίως λαμβανομένων, μέγιςον ἐςὶν τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα, ὅταν ἡ διπλασία ἡ βε τῆς εα. Ἐπιςῆσαι δὲ χρὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὴν εἰρημένην καταγραφήν· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα, καὶ τὸ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα ἔλασσον τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα· δυνατόν ἐςι καὶ τοῦ δοθέντος χωρίου ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάσσονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα κατὰ δύο σημεῖα τὴν αβ τεμνομένην ποιεῖν τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα. τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ νοήσαιμεν περὶ διάμετρον τὴν χη γραφομένην παραβολήν· ὥςε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ηω. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ, πάντως ἔρχεται διὰ τοῦ τ· καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ γν παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολήν, καὶ κατ᾽ ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ κ, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ ρ. Καὶ ἀπὸ τοῦ ρ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ ρς τέμνει τὴν αβ κατὰ τὸ ς· ὥςε τὸ ς σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, καὶ ἴσον γίνεσθαι τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα, τῷ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα, ὡς ἐςὶ διὰ τῶν προειρημένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὥςε δυνατοῦ ὄντος ἐπὶ τῆς βα δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεςιν ὁπότερον τὶς βούλοιτο λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν ε, β· ἢ τὸ μεταξὺ τῶν ε, α. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν ε, β ὡς εἴρηται τῆς διὰ τῶν η, τ σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμνούσης τὴν ὑπερβολήν, τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ η, τουτέςι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν ε, β, ὡς ἐνταῦθα τὸ τ εὑρίσκει τὸ σ· τὸ δὲ ἀποτέρω τὸ μεταξὺ τῶν ε, α ὡς ἐνταῦθα τὸ ρ εὑρίσκει τὸ ς.

Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλέλυται καὶ συντέθειται τὸ πρόβλημα· ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδείοις ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νενοήσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν τῆς σφαίρας ἡ δβ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ βζ, καὶ ἡ δεδομένη ἡ ζθ· κατηντήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ τὴν δζ τεμεῖν κατὰ τὸ χ· ὥςε εἶναι ὡς τὴν χζ πρὸς τὴν δ δοθεῖσαν, οὕτω τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δχ· τοῦτο δὲ ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν· εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μεῖζον ἐτύγχανε τοῦ ἀπὸ τῆς δβ ἐπὶ τὴν βζ, ἀδύνατον ἦν τὸ πρόβλημα ὡς δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον τὸ β σημεῖον ἐποίει τὸ πρόβλημα, καὶ οὕτω δὲ οὐδὲν ἦν πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς Ἀρχιμήδους πρόθεσιν. Ἡ γὰρ σφαῖρα οὐκ ἐτέμνετο εἰς τὸν δοθέντα λόγον· ἁπλῶς γὰρ λεγόμενον εἶχον πρὸς διορισμόν· προστιθεμένου δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων· τουτέςι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν δβ τῆς ξβ, καὶ τοῦ μείζονα εἶναι τὴν βζ τῆς ζθ, οὐκ ἔχει διορισμόν· τὸ γὰρ ἀπὸ δβ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν ζθ τὴν δοθεῖσαν ἔλαττόν ἐςι, τοῦ ἀπὸ τῆς δβ ἐπὶ τὴν βζ· διὰ τὸ τὴν βζ τῆς ζθ μείζονα εἶναι, ὅπερ ὑπάρχοντας ἐδείξαμεν δυνατόν, καὶ ὅπως πρόκειται τὸ πρόβλημα. Κατανοεῖν δὲ χρὴ καὶ τοῖς ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους λεγομένοις συμφώνως ἔχουσι τοῖς ὑφ᾽ ὑμῶν ἀναλελυμένοις· πρότερον μὲν γὰρ μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτοῦ καθόλου τὸ εἰς ὃ κατήντησε λέγων, φησὶ δοθεῖσαν τὴν δζ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ χζ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτω τὸ δοθὲν πρὸς τὸ τῆς δχ· εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλου μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προσεθέντων δὲ τῶν ὑπ᾽ αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, τοῦτε εἶναι διπλασίαν τὴν δβ τῆς βζ· καὶ μείζονα τὴν βζ τῆς ζθ· μὴ ἔχειν διορισμὸν μερικώτερον, ἐπαναλαμβάνει τὸ πρόβλημα· καὶ φησίν, ὅτι καὶ ἔςαι πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν δβ, βζ, καὶ δι-

πλασίας οὔσης τῆς δβ καὶ βζ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς βζ τοῦ θ, τεμεῖν τὴν δβ κατὰ τὸ χ, οὐκ ἔτι ὡς πρότερον τὴν δζ εἰπών, ἀλλὰ τὴν δβ δεῖν τεμεῖν διὰ τὸ ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς ἀπεδείξαμεν εἰδέναι αὐτόν, ὡς δύο σημεῖα ἐςὶ τὰ λαμβανόμενα ἐπὶ τῆς δζ, καὶ ποιοῦντα τὸ πρόβλημα, ἓν μὲν τὸ μεταξὺ τῶν δ, β· ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν β, ζ· ὧν τὸ μεταξὺ τῶν δ, β ἦν τὸ πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.

Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλουθα τοῖς Ἀρχιμήδους ῥήμασι, κατὰ τὸ δυνατὸν σαφῶς ἀπεγραψάμεθα· ἐπεὶ δὲ ὡς προείρηται καὶ Διονυσόδωρος οὐδαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ᾽ Ἀρχιμήδους ἐπηγγελμένοις ἐντυχών, ἀτονήσας δὲ ὥσπερ προσευρεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ᾽ ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλου προβλήματος, οὐκ ἄχαριν εὑρέσεως τὸ πρῶτον ἀναγκαῖον, ᾠήθημεν δεῖν καὶ αὐτὸν τούτοις ἐπισυνάψαι διορθωσάμενοι κατὰ δύναμιν· καὶ γὰρ αὐτὸς ἐκ πολλῆς ἀμελετησίας τῶν ἀνθρώπων τὰ πολλὰ τῶν ἀποδείξεων τῷ πλήθει τῶν πταισμάτων ἠφανισμένην ἔχων ἐν πᾶσιν οἷς ἡμεῖς ἐνετύχαμεν ἀντιγραφῆς ἐφέρετο.

Ὡς Διονυσόδωρος· σχῆμα 27

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥςε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔςω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ αβ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· δεῖ δὴ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν αβ, ὥςε τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ α, πρὸς τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ β λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· ἐκβεβλήσθω ἡ βα ἐπὶ τὸ ζ· καὶ κείσθω τῆς αβ ἡμίσεια ἡ αζ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ γε πρὸς εδ, ἐχέτω ἡ ζα πρὸς αη, καὶ ἔςω ἡ αη πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ τῶν ζα, αη μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ αθ· μείζων ἄρα ἡ αθ τῆς αη· καὶ περὶ ἄξονα τὴν ζβ διὰ τοῦ ζ γεγράφθω παραβολή, ὥςε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν αη· ἥξει ἄρα διὰ τοῦ θ· ἐπειδὴ τὸ ὑπὸ ζαη ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ αθ· γεγράφθω οὖν, καὶ ἔςω ὡς ἡ ζθκ· καὶ διὰ τοῦ β ἀνήχθω παρὰ τὴν αθ ἡ βκ, καὶ τεμνέτω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ κ, καὶ διὰ τοῦ η· περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ζβκ· γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν θ, κ, τεμνέτω κατὰ τὸ λ· καὶ ἀπὸ τοῦ λ ἐπὶ τὴν α αβ κάθετος ἤχθω ἡ λμ· καὶ διὰ τῶν η, λ τῇ αβ παράλληλοι ἔχθωσαν αἱ ην, λξ· ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐςὶν ἡ ηλ, ἀσύμπτωτοι δὲ αβκ, καὶ παράλληλοι ταῖς αην, αἱ μλξ, ἴσον ἐςὶ τὸ ὑπὸ αην τῷ ὑπὸ μλξ, διὰ τὸ ἡ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν ςοιχείων· ἀλλ᾽ ἡ μὲν ην τῇ αβ ἴση ἐςίν· ἡ δὲ λξ τῇ μβ, τὸ ἄρα ὑπὸ λμβ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ ηαβ· καὶ διὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσίν· ἔςιν ἄρα ὡς ἡ λμ πρὸς ηα, οὕτως ἡ αβ πρὸς βμ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ ηα, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, καὶ ἐπειδὴ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ λμ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ ζμ αη, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ζμ πρὸς μλ, ἡ μλ πρὸς αη· καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης· ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς αη, οὕτω τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ ηα· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ αη, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, οὕτως ἡ ζμ πρὸς αη· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, οὕτως ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ βμ· καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ βμ, οὕτως ἡ ζμ πρὸς αβ· ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν αη, ἴσος ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ· ὧν γὰρ κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι· ἀλλ᾽ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν αη· ἔςιν ὡς ἡ ζα πρὸς αη, τουτέςιν ἡ γε πρὸς εδ· ἐπεὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὁ κῶνος ὁ ἄρα βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἔςιν ὡς ἡ γε πρὸς εδ· ἀλλ᾽ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, ἴσος ἐςὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐςὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν ἐςὶ τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ· ὡς ἑξῆς δειχθήσεται· καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ γε πρὸς εδ· καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ α, ὕψος δὲ ἡ αμ πρὸς τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· τὸ ἄρα διὰ τῆς λμ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὴν αβ, τέμνει τὴν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ, δειχθήσεται οὕτω· γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ζμ πρὸς μα, οὕτως ἡ ομ πρὸς μβ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν ομ, ἴσος ἐστὶ τμήματι· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ζμ πρὸς μα, οὕτως ἡ ομ πρὸς μβ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ζμ πρὸς μο, οὕτως ἡ αμ πρὸς μβ, ἀλλ' ὡς ἡ αμ πρὸς μβ, οὕτως τὸ ἀπὸ πμ πρὸς τὸ ἀπὸ μβ· καὶ οὕτως ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ· ὡς ἄρα ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, πρὸς τὸ κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, οὕτως ἡ μζ πρὸς μο· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, οὕτως ἡ μζ πρὸς μο· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, ὕψος δὲ τὴν μο· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ὥστε καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐστί.

Ὡς Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ Πυρίων· σχῆμα 28

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ πυρίων, προλέγων τάδε· ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν τινὰ λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τοῦ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον· οἷον ἐὰν ἡ σφαῖρα ἡ βγ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τινὶ τῷ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς αβ, κέντρου δὲ τοῦ ε· ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον τὴν εα, αζ πρὸς ζα· οὕτω τὴν ηζ πρὸς ζβ· ἔτι τε ὡς συναμφότερον τὴν εβ, βζ πρὸς ζβ, οὕτω τὴν θζ πρὸς ζα, ἀποδέδεικται ὅτι τὸ μὲν γβδ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ζη· τὸ δὲ γαδ τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ θζ· προτεθέντος οὖν αὐτῷ τοῦ τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα, κατασκευάσας τὰ εἰρημένα φησί· λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ζθ πρὸς τὸν κῶνον οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ ζη· καὶ γὰρ τοῦτο ἀπεδείχθη, οἱ κῶνοι οἱ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη· λόγος ἄρα τῆς θζ πρὸς ζη δοθείς· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ θζ πρὸς ζα, οὕτω συναμφότερος· ἡ εβζ πρὸς ζβ· διελόντι ὡς ἡ θα πρὸς αζ· οὕτως ἡ εβ πρὸς ζβ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ὡς ἡ ηβ πρὸς ζβ, οὕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ζα· γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον· θέσει οὔσης εὐθείας τῆς αβ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν α, β, καὶ δοθείσης τῆς εβ, τεμεῖν τὴν αβ κατὰ τὸ ζ, καὶ προσθεῖναι τὰς θα, βη· ὥστε λόγον εἶναι τῆς θζ πρὸς ζη δοθέντα, ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τὴν θα πρὸς αζ, οὕτω τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ζβ· ὡς δὲ τὴν ηβ πρὸς βζ, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν πρὸς ζα· τοῦτο δὲ ἑξῆς δέδεικται· ὁ γὰρ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ δείξας, καὶ οὕτως εἰς πρόβλημα ἕτερον ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς αβ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν α, β· καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ, τεμεῖν τὴν αβ κατὰ τὸ ε, καὶ προσθεῖναι τὰς ζα, ηβ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὴν ζε πρὸς τὴν εη· ἔτι τε εἶναι ὡς τὴν ζα πρὸς αε· οὕτω δοθεῖσαν τινὰ εὐθεῖαν πρὸς τὴν βε· ὡς δὲ τὴν ηβ πρὸς βε, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν εα· γεγονέτω, καὶ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ θακ, λγμ· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν ακ, βμ· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ κε, με ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ λ, θ· ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ κμ· διὰ τοῦ λ παράλληλος ἤχθω τῇ αβ ἡ λν· διὰ δὲ τοῦ ε τῇ νκ ἡ ξεοπ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ζα πρὸς αε, οὕτως ἡ μβ πρὸς βε· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς αε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε· ἴση ἄρα ἡ ζα τῇ θα· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ βη τῇ βλ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ θαε πρὸς συναμφότερον τὴν μβε, οὕτω συναμφότερος ἡ κας πρὸς συναμφότερον τὴν λβε. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς αε πρὸς εβ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς λβε, καὶ συναμφοτέρου τῆς θαε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς καε, καὶ συναμφοτέρου τῆς μβε· κείσθω τῇ κα ἴση ἑκατέρα τῶν αρ, βε. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ θαε ἴση ἐστὶ τῇ ζε, συναμφότερος δὲ ἡ λβε ἴση τῇ εη· συναμφότερος δὲ ἡ καε ἴση τῇ ρε, συναμφότερος δὲ ἡ μβε

ἴση τῇ σε· καὶ ἐδείχθη τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς λβε, ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς καε, καὶ συναμ-
φοτέρου τῆς μβε. Τὸ ἄρα ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ρεσ· διὰ δὴ τοῦτο ὅταν τὸ ρ μεταξὺ τῶν α, ζ
πίπτῃ, τότε τὸ σ ἐξωτέρω τοῦ η πεσεῖται, καὶ τὸ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ γ πρὸς τὴν δ,
οὕτως ἡ ζε πρὸς εη· ὡς δὲ ἡ ζε πρὸς εη, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν
δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· τὸ δὲ ὑπὸ ζεη ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ρεσ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γ
πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ εη· κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εσ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ βο ἐκ-
βεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα, καὶ ἀπὸ τῶν σ, ρ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ στ, ρυ, συμβαλλέτωσαν αὐ-
τῇ κατὰ τ, υ· ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου τοῦ β, πρὸς θέσει δεδομένην τὴν αβ, ἦκται ἡ τυ, δεδομένην
ποιοῦσαν γωνίαν τὴν ὑπὸ εβο ἡμίσειαν ὀρθῆς, δέδοται ἡ τυ τῇ θέσει· καὶ ἀπὸ δεδομένων τῶν σ, ρ
θέσει ἠγμέναι αἱ στ, ρυ τέμνουσιν αὐτὴν κατὰ τὰ τ, υ· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ τ, υ. Δοθεῖσα
ἄρα ἐστὶν ἡ τυ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει· καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν τῶν εοβ, στυ τριγώνων ὁμοιότητα ἐστὶν
ὡς ἡ τβ πρὸς βο, οὕτω, ἡ σβ πρὸς βε· καὶ συνθέντι ἐστὶν, ὡς ἡ το πρὸς οβ, οὕτως ἡ σε πρὸς
εβ· ἀλλ' ὡς ἡ βο πρὸς ου, οὕτως ἡ βε πρὸς ερ, καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτως ἡ συ
πρὸς ερ· ἀλλ' ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου. ὡς δὲ ἡ σε πρὸς ερ, οὕτω τὸ
ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ ερ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου, οὕτω τὸ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ
ερ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ὑπὸ σερ, οὕτω τὸ ἀπὸ ου πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· τὸ δὲ ἀπὸ
ου τοῦ ἀπὸ ερ διπλάσιον· ἐπειδὴ καὶ τὸ ἀπὸ οβ τοῦ ἀπὸ βε· καὶ τὸ ὑπὸ του ἄρα τοῦ ὑπὸ σερ ἐστὶ δι-
πλάσιον· τὸ δὲ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ εη ἐδείχθη λόγον ἔχειν ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ· καὶ τὸ ὑπὸ
του ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ εη λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ· τὸ δὲ ἀπὸ εη ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ ξο· ἑκατέρα γὰρ τῶν εη, ξο ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ λβε· τὸ ἄρα ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο
λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, καὶ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τῆς γ πρὸς τὴν δ λό-
γος· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο λόγος· ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς τὴν δ πρὸς τὴν
διπλασίαν τῆς γ, οὕτω τὴν τυ πρὸς ἄλλην τινὰ ὡς τὴν φ, καὶ περὶ τὴν τυ γράψωμεν ἔλλειψιν ὥστε
τὰς καταγομένας ἐν τῇ ὑπὸ ξοβ γίνεται, τουτέστιν ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν φ ἐλ-
λείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τυφ, ἥξει διὰ τοῦ ξ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ εἰκοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου
βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ υξτ· τὸ ἄρα ξ σημεῖον ἅπτε-
ται τῇ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιος ἐστιν ἡ λκ τοῦ νμ παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ
τὸ ὑπὸ νξπ τῷ ὑπὸ αβμ, ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θκμ γράψωμεν ὑπερ-
βολὴν, ἥξει διὰ τοῦ ξ. Καὶ ἔσται θέσει δεδομένη διὰ τὸ καὶ τὸ β σημεῖον τῇ θέσει δεδόσθαι, καὶ ἑκα-
τέραν τῶν αβ, βμ (καὶ διὰ τοῦτο τὰς θκμ ἀσυμπτώτους) γεγράφθω· καὶ ἔστω ὡς ἡ ξβ· τὸ ἄρα ξ
σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς· ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως· δέδοται ἄρα
τὸ ξ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ ξε· δέδοται ἄρα τὸ ε· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα
πρὸς αε, καὶ δέδοται ἡ αε, δέδοται ἄρα καὶ ἡ αζ, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δέδοται καὶ ἡ ηβ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως· ὡς γὰρ ἐπ' αὐτῆς καταγραφῆς· ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἣν δεῖ τεμεῖν
ἡ αβ· ἡ δὲ δοθεῖσα ἑτέρα ἡ ακ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς γ πρὸς τὴν δ· ἤχθω τῇ αβ πρὸς ὀρ-
θὰς ἡ βμ ἴση οὖσα τῇ ακ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κμ· καὶ τῇ μὲν κα ἴση κείσθω ἡ αρ, καὶ ἡ βθ· ἀπὸ τῶν
ρ, θ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ρσ, στ· καὶ πρὸς τῷ β σημείῳ συνεστάσθω ἡμίσεια ὀρθῆς ἡ ὑπὸ αβο,
καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ βο ἐφ' ἑκάτερα τεμνέτω τὰς στ, ρυ κατὰ τὰ τ, υ· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ δ πρὸς τὴν
διπλασίαν τῆς γ, οὕτως ἡ τυ πρὸς τὴν φ, καὶ περὶ τὴν τυ γεγράφθω ἔλλειψις ὥστε τὰς καταγο-
μένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρακείμενα περὶ τὴν φ, ἐλλείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τυφ.
διὰ δὲ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ακ, κμ, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ βξ, τέμνουσα τὴν ἔλλειψιν
κατὰ τὸ ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἤχθω ἡ ξε, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ π· διὰ δὲ τοῦ ξ τῇ
αβ παράλληλος ἤχθω ἡ λξν· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ κα, μβ ἐπὶ τὰ λ, θ· καὶ ἡ με ἐπιζευχθεῖσα
ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ κν κατὰ τὸ θ· ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστὶν ἡ βξ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ
θκ, κμ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ νξπ τῷ ὑπὸ αβμ, διὰ τὸ ἡ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολ-
λωνίου Κωνικῶν στοιχείων· καὶ διὰ τοῦτο εὐθεῖα ἐστὶν ἡ κελ· κείσθω οὖν τῇ μὲν θα ἴση ἡ αζ, τῇ δὲ λβ
ἴση ἡ βη· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτως ἡ φ πρὸς τὴν τυ· ὡς δὲ ἡ φ πρὸς
τὴν τυ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο, διὰ τὸ κʹ θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου
Κωνικῶν στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο· καὶ
ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ τβ πρὸς βο, οὕτως ἡ σβ πρὸς βε· καὶ συνθέντι ὡς ἡ το πρὸς οβ, οὕτως ἡ σε πρὸς
εβ· ἀλλ' ὡς βο πρὸς ου, οὕτως ἡ βε πρὸς ερ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτως ἡ σε πρὸς ερ,
καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου, οὕτω τὸ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ
του πρὸς τὸ ὑπὸ σερ, οὕτω τὸ ἀπὸ ου πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ου τοῦ ἀπὸ ερ διπλάσιον·

διὰ τὸ καὶ τὸ ἀπὸ βο τοῦ ἀπὸ βε· ἴση γάρ ἐστιν ἡ βε τῇ εο, ἡμισείας ὀρθῆς οὔσης ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς β, ο· καὶ τὸ ὑπὸ του ἄρα διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ὑπὸ σερ· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ· ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ ξο· ἴση δὲ ἡ ξο τῇ εη, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσην εἶναι συναμφοτέρῳ τῇ λβε· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ θα ε πρὸς συναμφότερον τὴν μβε, οὕτω συναμφότερος ἡ καε πρὸς συναμφότερον τὴν λβε. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς αε πρὸς εβ. Τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς θαε, καὶ συναμφοτέρου τῆς λβε, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς καε, καὶ συναμφοτέρου τῆς μβε· ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τῇ θαε ἴση ἐστὶ ἡ ζε. συναμφοτέρῳ δὲ τῇ λβε· ἴση ἡ εη· συναμφοτέρῳ τῇ καε ἴση ἡ ρε· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ μβε, ἴση ἡ εσ· τὸ ἄρα ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ρεσ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ εη· καὶ ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη, οὕτως ἡ ζε πρὸς εη, καὶ ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτως ἡ ζε πρὸς εη, καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε· ἴση δὲ ἡ θα τῇ ζα· ὡς ἄρα ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα πρὸς αε. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡς ἡ κα πρὸς αε, οὕτως ἡ ηβ πρὸς βε· εὐθείας ἄρα δοθείσης τῆς αβ, καὶ ἑτέρας τῆς ακ, καὶ λόγου τοῦ τῆς γα πρὸς τὴν δ, εἴληπται ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ ε· καὶ προσετέθεισαν εὐθεῖαι αἱ ζα, ηβ καὶ γέγονε τῷ δοθέντι λόγῳ ἡ ζε πρὸς εη· ἔτι τε ἐστὶν ὡς ἡ δοθεῖσα ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα πρὸς αε· ὡς δὲ αὐτὴ ἡ δοθεῖσα ἡ κα πρὸς αε, οὕτως ἡ ηβ πρὸς βε, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τούτων δεδειγμένων δυνατόν ἐστι τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν οὕτως· ἔστω γὰρ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ αβ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα, ὁ τῆς γ πρὸς τὴν δ, κέντρου δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ ε, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον τὸ ζ, καὶ προσκείσθωσαν αἱ ηα, θβ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὴν ηζ πρὸς τὴν ζθ· ἔτι τε εἶναι, ὡς μὲν τὴν ηα πρὸς αζ, οὕτω δοθεῖσαν τὴν εβ πρὸς βζ· ὡς δὲ τὴν θβ πρὸς βζ, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν τὴν εα πρὸς αζ· τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ποιεῖν προδέδεικται· καὶ διὰ τοῦ ζ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ κλζ· καὶ διὰ τῆς κλ ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν αβ τεμνέτω τὴν σφαῖραν· λέγω ὅτι τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν τῆς γ πρὸς τὴν δ· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ ηα πρὸς αζ, οὕτως ἡ εβ πρὸς βζ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἡ ηζ πρὸς ζα, οὕτω συναμφότερος ἡ εβ, βζ πρὸς βζ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν κλ, ὕψος δὲ τὴν ζη, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν ζα· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ θβ πρὸς βζ, οὕτως ἡ εα πρὸς αζ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ θζ πρὸς βζ, οὕτω συναμφότερος ἡ εα, αζ πρὸς αζ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν κλ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ζθ ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν βζ· ἐπεὶ οὖν οἱ εἰρημένοι κῶνοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη, τουτέστιν ὡς ἡ θζ πρὸς ζη, τουτέστιν ἡ γ πρὸς τὴν δ, καὶ τὰ τμήματα ἄρα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν δοθέντα, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὡς δὲ δεῖ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου περὶ τὰς δοθείσας ἀσυμπτώτους γράψαι ὑπερβολὴν, δείξομεν οὕτως· ἐπειδὴ οὐκ αὐτόθεν κεῖται ἐν τοῖς Κωνικοῖς στοιχείοις· ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ γα, αβ τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τὸ α, καὶ δεδόσθω σημεῖόν τι τὸ δ· καὶ προσκείσθω διὰ τοῦ δ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς γα, αβ γράψαι ὑπερβολήν· ἐπεζεύχθω ἡ αδ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ε· καὶ κείσθω τῇ δα ἴση ἡ αε, καὶ διὰ τοῦ δ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ δζ καὶ κείσθω τῇ αζ ἴση ἡ ζγ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γδ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ β, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ δεη, καὶ ἐκβληθείσης τῆς αδ γεγράφθω περὶ αὐτὴν διὰ τοῦ δ ὑπερβολὴ, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ περὶ τὴν εη· ὑπερβάλλοντα, ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ δεη· λέγω ὅτι τῆς γεγραμμένης ὑπερβολῆς ἀσύμπτωτοι εἰσὶν αἱ γα, αβ· ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ δζ τῇ βα, καὶ ἴση ἡ γζ τῇ ζα, ἴση ἄρα καὶ ἡ γδ τῇ δβ, ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ· καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ γβ ἴσον τῷ ὑπὸ δεη· ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ γδ, δβ, τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ δεη εἴδους· αἱ ἄρα γα, αβ ἀσύμπτωτοι εἰσὶ τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ δ΄.

Ἐν τῇ συνθέσει προσεκβάλλων τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν δβ, καὶ ἀποθέμενος τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τῇ ζβ· καὶ τεμὼν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπὶ τῆς δβ λαβὼν τὸ χ οὕτως ὥστε εἶναι ὡς τὴν χζ πρὸς θζ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερον φησὶν, ὅτι γεγονέτω ὡς συναμφότερος ἡ κδχ πρὸς δχ, οὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ, καὶ τίθησι τὸ ρ μεταξὺ τῶν θ, ζ· ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει δεικτέον· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς συναμφότερος ἡ κδχ πρὸς δχ, οὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ· διελόντι ὡς ἡ κδ πρὸς δχ, ἡ ρβ πρὸς χβ· ἐναλλὰξ ὡς ἡ κβ πρὸς ρβ, ἡ δχ πρὸς βχ· μείζων δὲ ἡ δχ τῆς χβ, μείζων ἄρα καὶ ἡ κβ τῆς βρ· τουτέστιν ἡ ζβ τῆς βρ, ὥστε τὸ ρ ἐντὸς τοῦ ζ πεσεῖται· ὅτι δὲ καὶ ἐκτὸς τοῦ θ δειχθήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει προελθούσης πάσης συνθέσεως τοῦ θεωρήματος· συνάγεται γὰρ ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ρχ πρὸς χλ, ἡ ζφ πρὸς θβ, ὥστε καὶ συνθέντι, καὶ διὰ τοῦτο γὰρ ἀκόλουθος τοῖς ἄνω εἰρημένοις καὶ ἐνταῦθα ἡ δεῖξις.

Καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ· τεταραγμένην ἀναλογίαν ἐν τοῖς στοιχείοις ἐμάθομεν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, ὅταν ᾖ ὡς μὲν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τί πρὸς ἡγούμενον· Κἀνταῦθα οὖν δέδεικται ὡς μὲν ἡγούμενον ἡ ρλ πρὸς ἑπόμενον τὴν λδ, οὕτως ἡγούμενον ἡ χζ πρὸς ἑπόμενον τὴν ζθ, ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ δλ πρὸς ἄλλο τι τὴν δχ, οὕτως ἄλλο τι ἡ εζ πρὸς ἡγούμενον τὴν χζ. ἕπεται ἄρα καὶ δι᾽ ἴσου ὡς δέδεικται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν στοιχείων, ὡς ρλ πρὸς λχ, οὕτως ἡ βζ πρὸς ζθ.

Εἰς τὸ Ε΄.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ εζη τμῆμα τῷ θκλ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ εζω κῶνος τῷ ψθη κώνῳ. νενοήσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαὶ καὶ ἐπεζευγμέναι αἱ εη, ηζ, εο, οζ, θλ, λκ, θξ, ξκ· ἐπεὶ οὖν ὅμοια ἐστὶ τὰ εζη, θκλ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ εηζ, θλκ γωνίαι, ὥστε καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν· καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς φ, υ. καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ηφζ τρίγωνον τῷ λυ, καὶ ἔστιν ὡς ἡ κφ πρὸς φζ, οὕτως ἡ λυ πρὸς υκ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσογωνίων ὄντων τῶν φζο, υκξ τριγώνων· Ἔστιν ὡς ἡ ζφ πρὸς φο, ἡ νυ πρὸς υξ· δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ κφ πρὸς φο, ἡ λυ πρὸς υξ· καὶ συνθέντι ὡς ἡ ηο πρὸς οφ, ἡ λξ πρὸς ξυ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ, ὡς ἡ σο πρὸς οφ, ἡ ρξ πρὸς ξυ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ σοφ πρὸς φο, τουτέστιν ἡ ψυ πρὸς υλ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ ηφ πρὸς φζ, ἡ λυ πρὸς υκ· καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ωφ πρὸς φζ, ἡ ψυ πρὸς υκ· καὶ τῶν ἑπομένων τὰ διπλάσια. Ὡς ἄρα ἡ ωφ πρὸς εζ, ἡ ψυ πρὸς θκ, τῶν ἄρα ω εζ, ψθκ κώνων ἀνάλογον εἰσὶν οἱ ἄξονες καὶ διάμετροι τῶν βάσεων, ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Λόγος δὲ τῆς ωφ πρὸς τὴν εζ δοθείς· ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων, ὥστε δέδοται ἡ εζ, καὶ ἡ ηφ, καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς εζ ἡ εφ δοθήσεται, ὥστε καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς· καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ ηφο· ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος ποιεῖ δοθεῖσαν, δοθεῖσα ἄρα ἡ φο, ἀλλὰ καὶ ἡ φη, καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δοθεῖσα ἐστὶ, καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶ καὶ ἡ μίσεια αὐτῆς δέδοται ἡ σο· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ οφ· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς σο πρὸς οφ λόγος, καὶ συνθέντι ὡς συναμφοτέρου τῆς σοφ πρὸς τὴν οφ λόγος δοθεὶς ἐστὶν, τουτέστι τῆς ωφ πρὸς φη· καὶ δέδοται ἄρα καὶ ἡ ωφ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ εζ· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ωφ πρὸς εζ λόγος· τὰ αὐτὰ δὲ ἂν ῥηθείη καὶ ἐπὶ τοῦ αβγ τμήματος, καὶ συναχθήσεται ἡ τῆς χτ πρὸς αβ λόγος δοθεὶς, καὶ διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν αβ, δοθεῖσα ἐστὶ καὶ ἡ χτ.

Ὅτι δ᾽ ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, καὶ τὰ ὕψη αὐτῶν δοθήσονται, πρόδηλον μέν· ἵνα δὲ καὶ τοῦτο ἀκολούθως τῇ στοιχειώσει τῶν δεδομένων δοκεῖ συνάγεσθαι, λεχθήσεται. ἐπειδὴ δέδοται τὰ τμήματα τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δέδοται καὶ ἡ εζ· καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὥστε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς, καὶ ἐὰν νοήσωμεν ἐπιζευγνυμένην τὴν εκ δεδομένης τῆς πρὸς τῷ φ ὀρθῆς· δεδομένη ἔσται καὶ ἡ λοιπή· καὶ τὸ εηφ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥστε καὶ ὁ τῆς εφ πρὸς φη λόγος δοθεὶς ἔσται· καὶ δέδοται ἡ εφ ἡμίσεια οὖσα τῆς εζ, δέδοται ἄρα καὶ ἡ φη· ἔνεστι δὲ καὶ ἄλλως λέγειν· ἐπεὶ δέδοται ἡ εζ τῇ θέσει, καὶ ἀποδεδομένου τοῦ φ, διχοτομία γὰρ ἐστὶ τῆς εζ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ φη τῇ θέσει· δέδοται ἄρα δὲ καὶ ἡ περιφέρεια τοῦ τμήματος τῇ θέσει, δέδοται ἄρα τὸ η. ἦν δὲ καὶ τὸ φ δεδόμενον. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ φη· ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ψυ πρὸς χτ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, οὕτως ἡ κθ πρὸς δ· ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ψυ πρὸς θκ, ἡ χτ πρὸς δ· ἐναλλὰξ ἡ ψυ πρὸς χτ ἡ κθ πρὸς δ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ ψυ πρὸς χτ, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θκ· ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλους, οὕτω τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ἡ θκ πρὸς τὸν δ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αβ πρὸς θκ, ἡ ϛ πρὸς τὴν δ· ἐπειδὴ τῷ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τῆς βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ τῆς βα πρὸς ϛ, καὶ ὁ τῆς κθ πρὸς δ, καὶ ὁ τῆς βα ἄρα πρὸς ϛ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς κθ πρὸς δ· ὥστε ἐναλλὰξ ἐστὶν ὡς ἡ βα πρὸς θκ, ἡ ϛ πρὸς δ.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ Ε'.

Ἐπειδὴ ἀνάλογον εἰσὶν αἱ αβ, θκ, ϛ, δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ἡ θκ πρὸς δ· καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς το ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην· Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην, ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην· ἀλλ' ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

Εἰς τὸ ϛ'.

Ἐπεὶ δὲ ὅμοιον ἐστὶ τὸ κλμ τῷ αβγ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ρλ πρὸς ρε, ἡ βπ πρὸς πθ· ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ μν, γθ, ἐπεὶ ὅμοια ἐστὶ τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς τοῖς βλ γωνίαι· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς μ, γ ὀρθαὶ καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ, καὶ ἰσογώνια ἐστὶ τὰ τρίγωνα, καὶ ἔστιν ὡς ἡ θβ πρὸς θγ, οὕτως ἡ λν πρὸς μν· ἀλλ' ὡς ἡ θγ πρὸς θπ, ἡ μν πρὸς κρ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν γθπ, μνρ τριγώνων, καὶ δι ἴσον ἄρα ὡς ἡ βθ πρὸς θπ, ἡ θπ, ἡ λυ πρὸς υρ· ὥστε καὶ διελόντι, ὡς ἡ βπ πρὸς πθ, οὕτως ἡ λρ πρὸς ρυ· λόγος δὲ τῆς εζ πρὸς βγ δοθεὶς, δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα· ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων, ὥστε ἐπεὶ δέδοται ἡ αγ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ γπ, δέδοται δὲ καὶ ἡ βπ, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσιν· δέδοται ἄρα καὶ ἡ βγ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ εζ δοθεῖσα ἐστὶν, ὥστε καὶ ὁ τῆς βγ πρὸς εζ λόγος δοθεὶς ἐστίν.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ ϛ'.

Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν κμ, αγ τμήματα κύκλων· ἐὰν γὰρ ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει ἐπιζευχθῶσιν αἱ γθ, μν, ἐπεὶ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς γ, μ καὶ κάθετοι αἱ γπ, μρ μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν τῶν τῆς βάσεως τμημάτων, ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη ἡ βπ, πρὸς τὴν τριτην τὴν πθ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρωτης, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τῆς βγ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ λρ πρὸς ρν, οὕτω τὸ ἀπὸ λρ πρὸς τὸ ἀπὸ ρμ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ βπ πρὸς πθ, ἡ ρλ πρὸς ρυ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βπ πρὸς τὸ ἀπὸ πγ, οὕτω τὸ ἀπὸ λρ πρὸς τὸ ἀπὸ ρμ· καὶ ὡς ἄρα ἡ πβ πρὸς πλρ, πρὸς ρμ· καὶ περι ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα· ἴσαι ἄρα πρὸς τοῖς β, λ γωνίαι, καὶ αἱ διπλασίους αὐτῶν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν, ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ τμήματα.

Εἰς τὸ Ζ'.

Λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς εδζ πρὸς δζ· ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ εδ, δζ πρὸς δζ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐὰν μέγεθος πρός τι μόριον ἑαυτοῦ, λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον, ὥστε συναμφότερος ἡ εδζ πρὸς εδ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν εδ, δζ πρὸς συναμφότερον τὴν εδ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσι δεδομένον· δέδοται ἄρα ὁ τῆς εδ πρὸς δζ λόγος, καὶ δέδοται ἡ εδ· δέδοται γὰρ ἡ διάμετρος, δέδοται ἄρα καὶ ἡ δζ· λοιπὴ ἄρα ἡ ζβ δοθήσεται, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ δζβ, τουτέστι τὸ ἀπὸ αζ, τουτέστιν ἡ αζ, δοθεῖσα ἔσται· καὶ ὅλη ἄρα ἡ αγ· καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἂν, ὅτι ἡ αγ δοθεῖσα ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται ἡ διάμετρος ἡ δβ τῇ θέσει· δέδοται δὲ καὶ τὸ ζ ὡς ἧτηται, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ ζ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ αγ, δέδοται ἡ αγ τῇ θέσει, ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια· δοθέντα ἄρα τὰ α, γ, καὶ αὐτὴ ἡ αζγ δοθεῖσα ἐστί.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ εδζ πρὸς δζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ εδβ πρὸς δβ· ἐπεὶ γὰρ ἡ εδ μείζων ἢ ἡμίσεια ἐστὶ τῆς δζ, συναμφότερος ἄρα ἡ εδζ τῆς δζ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλια συναμφότερος δὲ ἡ εδ, δβ τῆς δβ ἡμιόλια· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ εδζ πρὸς δζ, ἤπερ ἡ εδβ πρὸς δβ, ἢ καὶ ἄλλως, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ δβ τῆς δζ, ἄλλη δέ τις ἡ εδ, ἡ εδ ἄρα μείζονα

λόγον ἔχει πρὸς θζ, ἤπερ ἡ εδ πρὸς δβ συνθέντι συναμφότερος ἡ εδζ πρὸς δζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ εδβ πρὸς δβ, ἡ σύνθεσις τοῦ θεωρήματος σαφὴς διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων.

Εἰς τὸ Η'.

Ἡ θζ πρὸς ζη ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ αδ. τουτέστιν ἡ βζ πρὸς ζδ· ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετος ἦκται ἡ αζ τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ζβ πρὸς βα, ἡ αβ πρὸς βδ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται· ὡς ἄρα ἡ ζβ πρὸς βδ, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βδ· ἀλλ' ὡς ἡ βδ πρὸς δζ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δα· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ δι ἴσον ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ δα, οὕτως ἡ βζ πρὸς δζ· συναχθείη δ' ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως· ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς ἡ βζ πρὸς ζδ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζβδ πρὸς τὸ ὑπὸ βδζ, τῆς βδ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ δβζ ἴσον τὸ ἀπὸ βα· τὸ δὲ ὑπὸ βδζ ἴσον τὸ ἀπὸ δα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ δα, οὕτως ἡ βζ πρὸς δζ.

Καὶ ἐπεὶ, ἡ θζ πρὸς ζκ ἡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ θβ πρὸς βκ· καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς ἴσα τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν· ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ αβ, γδ. καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς αἱ βε, δζ· λέγω ὅτι ἡ αβ πρὸς γδ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ αε πρὸς γζ, ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, ἡ αβ ἄρα πρὸς βε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γδ πρὸς τὴν βε, τουτέστι πρὸς δζ· ὥστε καὶ συνθέντι ἡ αε πρὸς εβ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γζ πρὸς τὴν δζ, διὰ τὰ προδεδειγμένα.

Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θζ η τοῦ ἀπὸ ζκ· ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ α, β, γ, ὥστε τὴν α, πρὸς τὴν β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν πρὸς τὴν γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν α, γ, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς β· ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν, ὡς τὴν α πρὸς τὴν β, οὕτω τὴν β πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς γ, ἤπερ δεῖ ἐλαττῶσαι τὸν τῆς β πρὸς γ λόγον, καὶ ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς α καὶ τῆς μείζονα τῆς γ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς β· ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν α, γ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς β.

Τὸ ἄρα ὑπὸ θζη πρὸς τὸ ἀπὸ ζη ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζη. ὡς γὰρ ἡ θζ πρὸς ζη, οὕτω τὸ ὑπὸ θζη πρὸς τὸ ἀπὸ ζη· τὸ δὲ ὑπὸ θζη τοῦ ἀπὸ ζκ ἔλασσον τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εδ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βζδ τοῦ ὑπὸ τῶν βεδ· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ βδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εδ, τὰ δὲ ἀπὸ βζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ εζ ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ· καὶ δῆλον ὅτι ὅσῳ τῆς διχοτομίας ἐφέστηκεν τὸ ζ μεῖζον, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων· μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων, ὥστε εὐθεῖα κἂν εἰς ἄνισα τέμνεται κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν ἔγγιον τῆς διχοτομίας, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπο τῶν ἀπωτέρων τμημάτων.

Ἡ βζ ἄρα πρὸς βε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εδ πρὸς δζ· καθόλου γὰρ ἐὰν τέσσαρες ὅροι ὡς οἱ α, β, γ, δ, ε· καὶ ἡ τὸ ὑπὸ τῶν αδε, ἔλασσον τοῦ ὑπὸ βγ, ὁ α πρὸς τὸν β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς δε· ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν βγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αζε· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, ὁ γ πρὸς τὸν ζε· ὁ δὲ γ πρὸς τὸν ζε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν εδ καὶ ὁ αε πρὸς τὸν β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς δε.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ θβ πρὸς βκ, τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ· ἐπεὶ γάρ τῷ ὑπὸ θβκ ἴσον ἐστὶ τὰ ἀπὸ βν, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσὶν ὡς ἡ θβ πρὸς βν, ὁ νβ πρὸς βκ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ θβ πρὸς βκ· οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, τουτέστι τὸ ἀπὸ βυ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. πάλιν ἐστὶν ὡς ἡ θβ πρὸς βν, ἡ υβ πρὸς βκ· συνθέντι ὡς ἡ θν πρὸς νβ, ἡ κν πρὸς κβ ἐναλλὰξ ὡς ἡ θν πρὸς νκ, ἡ νβ πρὸς βκ καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ, οὕτω τὸ ἀπὸ νβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ νβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ, οὕτως ἐδείχθη ἡ θβ πρὸς βκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ θβ πρὸς βκ, οὕτω τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ· τὸ δὲ ἀπὸ θζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ πάλιν γὰρ δύο ἀνίσας ταῖς θζ, ζκ πρόσκειται ἡ νζ, καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἡ θζ πρὸς ζκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θν πρὸς νκ, ὥστε καὶ τὰ διπλάσια· τὸ ἄρα ἀπὸ θζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ υκ, τουτέστιν ἡ θβ πρὸς βε, τουτέστιν ἡ κζ πρὸς ζη· ἡ ἄρα θζ πρὸς ζη μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς κζ πρὸς ζη· νοείσθωσιν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, ὡς αἱ αβ, γ, δ. ὥστε τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ μείζονα λόγον ἔχειν, ἤπερ, τὴν γ πρὸς τὴν δ· λέγω ὅτι ἡ αβ πρὸς δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ· εἰλήφθω γὰρ τῶν γ, δ μέση ἀνάλογον ἡ ε· Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ, ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ λόγος διπλάσιον ἐστὶν τοῦ τῆς αβ πρὸς γ· ὁ δὲ τῆς γ πρὸς τὴν δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ τῆς γ πρὸς ε, καὶ ἡ αβ ἄρα πρὸς γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ γ πρὸς ε. γεγονέτω οὖν ὡς ἡ ε πρὸς τὴν γ, ἡ γ πρὸς τὴν βζ· καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ βζ, γ, ε, δ· ἡ βζ ἄρα πρὸς δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ βζ πρὸς γ, τουτέστιν ἡ γ πρὸς ε· ἔχει δὲ καὶ ἡ γ πρὸς δ διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς γ πρὸς ε· ἡ ἄρα βζ πρὸς δ ἡμιόλιον.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ α, γ, δ, β· λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν α, β πρὸς τὸ ἀπὸ γ μετὰ τοῦ τῆς β πρὸς δ λόγου, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τὸ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὴν β πρὸς τὸ ἀπὸ γ ἐπὶ τὴν δ· ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβ ἴσος ὁ κ, τῷ δὲ ἀπὸ γ ἴσος ὁ λ· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ β πρὸς δ, οὕτως ὁ λ πρὸς μ· Ὁ ἄρα τοῦ κ πρὸς μ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ κ πρὸς λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ, καὶ τοῦ λ πρὸς μ τουτέστι τοῦ β πρὸς δ· ὁ δὲ κ τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν ν ποιείτω· ὁ δὲ λ τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν ξ ποιείτω τὸν δὲ δ πολλαπλασιάσας, τὸν ο· Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν αβ ὁ κ ἐστίν, ὁ δὲ κ τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν ν πεποίηκεν, ὁ ἄρα ν ἐστὶν ὁ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β· πάλιν ἐπεὶ ὁ αὐτὸς ἀπὸ γ ὁ λ ἐστίν· ὁ δὲ λ τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ο πεποίηκεν· Ὁ ο ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸν δ, ὥστε ὁ τοῦ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β λόγος πρὸς τὸ ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ν πρὸς ο· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ κ πρὸς μ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ν πρὸς ο· ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν κ, λ τὸν β πολλαπλασιάσας, ἑκάτερον τὸν ν, ξ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κ πρὸς τὸν λ, οὕτως ὁ ν πρὸς ξ· πάλιν ἐπεὶ ὁ λ ἑκάτερον τῶν β, δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν ξ, ο πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ β πρὸς δ, ὁ ξ πρὸς ο· ἀλλ' ὡς ὁ β πρὸς δ, ὁ λ πρὸς τὸν μ· Καὶ ὡς ἄρα ὁ λ πρὸς μ, ὁ ξ πρὸς ο· οἱ ἄρα κ, λ, μ τοῖς ν, ξ, ο, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ σὺν δύο λαμβανόμενοι, καὶ δὴ ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ κ πρὸς μ, οὕτως ὁ ν πρὸς ο· καὶ ὁ τοῦ κ πρὸς μ λόγος, ὁ αὐτὸς τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸν ἀπὸ γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ β πρὸς δ· ὁ δὲ τοῦ ν πρὸς ο λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β πρὸς τὸν ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ· Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸν ἀπὸ γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ β πρὸς δ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ὑπὸ δβ ἐπὶ τὸν β πρὸς τὸν ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ.

Φανερὸν δέ, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸν α· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτω τὸ ὑπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, τοῦ β κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρες ὅροι ἀνάλογον ὦσιν· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων· ὁ ἄρα ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ β ἀπὸ τὸν α.

Εἰς τὸ ἄλλως τοῦ ή.

Εἴρηται ἐν ταῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγέθεων ληφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως δὲ κἂν πλείονα μέσα ληφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσι πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη καὶ ἐνταῦθα οὖν φησίν, ὅτι ὁ τοῦ βαδ τμήματος πρὸς τὸ βγβ τμῆμα λόγος σύγκειται, ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ βαδ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον· Καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτήν, κορυφὴν δὲ τὸ γ σημεῖον καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ βγδ τμῆμα δηλαδὴ τοῦ δαβ τμήματος, καὶ τοῦ βγδ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κωνικῶν· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ β αδ τμήματος πρὸς τὸν βα δ κῶνον, ὁ τῆς κθ ἐστὶ πρὸς θγ, διὰ τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος· ὁ δὲ τοῦ βαδ κώνου πρὸς τὸν βγδ κῶνον, ὁ τῆς αθ ἐστὶ πρὸς θγ· Ἐπεὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη· ὁ δὲ τοῦ β γδ κώνου πρὸς τὸ βγδ τμῆμα, ὁ τῆς αθ ἐστὶ πρὸς θζ, διὰ τὸ ἀνάπαλιν τοῦ εἰρημένου πορίσματος, ὥστε ὁ τοῦ βαδ τμήματος πρὸς τὸ βγδ τμῆμα λόγος σύγκειται, ἔκ τε τοῦ τῆς κθ πρὸς θγ, καὶ τὸν τῆς αθ πρὸς θγ, καὶ τοῦ τῆς αθ πρὸς θζ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς κθ πρὸς θγ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ ὁ τοῦ ὑπὸ κθα ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ κθα πρὸς τὸ ἀπὸ γθ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θζ, ὁ τοῦ ὑπὸ κθα ἐστὶν ἐπὶ τὴν θα, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ κθα ἐπὶ τὴν θα, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ· καὶ τοῦτο γὰρ συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι· ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου, δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ βαδ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ βγδ· τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βγ, οὕτως ἡ αθ πρὸς θγ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαβοῦσι θεωρήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα, ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ· ἀλλὰ τὸν τῆς αθ πρὸς θγ λόγου διπλάσιος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· καὶ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ τῆς θκ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ· χρὴ ἄρα δειχθῆναι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζον ἐστί· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν ζθ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ· τουτέστιν ὅτι μείζων ἡ ζθ τῆς θκ· ἔστι δὲ τοῦτο φανερόν· ἀνίσοις γὰρ ταῖς αθ, θγ ἴσαι πρόσκεινται αἱ ζα, γκ.

Ταῦτα εἰπών, αὐτὸς μὲν ἐκ ἐπήγαγε τὴν σύνθεσιν, ἡμεῖς δ' αὐτὴν προσθήσομεν. ἐπεὶ ἡ ζθ τῆς θκ μείζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ· ὡς δὲ τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θκ, τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς αθ, πρὸς θγ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ· ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· ὁ δὲ τῶν ἐπιφανειῶν ὃν ἔχει ἡ αθ πρὸς θγ, τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· ἑξῆς δὲ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ θεωρήματος ἐπάγει· Φημὶ δὴ ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιος ἐστὶ ὁ τοῦ ἀπὸ αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον· τοῦ γὰρ τῆς αβ πρὸς βγ διπλάσιος μὲν ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ αβ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ βγ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον· ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θβ κύβον. Ὡς γὰρ ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ αθ πρὸς θβ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν αβγ, αβθ τριγώνων ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ τὰ ὅμοια, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον εἰσίν, ὥστε ὁ ἀπὸ τῆς αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αβ τετράγωνον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, ἀλλ' ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· φημὶ οὖν ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θκ, πρὸς τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θβ κύβον· τουτέστιν ὁ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ· καὶ ὁ τῆς αθ πρὸς θβ· Ὁ γὰρ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ διπλασίω τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ προσλαβὼν τὸν τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αθ κύβῳ πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον. Ἑκάτερος γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἐστὶ τριπλάσιος· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ προσλαβὼν τὸν τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ τοῦ ἀπὸ αθ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ· ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς αθ πρὸς θβ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς θβ πρὸς θγ, τῆς βθ μέσης ἀναλογον ὑπαρχούσης ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ μετὰ τοῦ τῆς βθ πρὸς θγ· ἀλλ' ὁ τῆς βθ πρὸς θγ ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τῆς βθ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ θβ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος ὁ συγκείμενος ἐστὶν ἐκ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, καὶ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τοῦ ἀπὸ βθ μέσου λαμβανομένου· ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τὸν ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ ἐπὶ τὴν θη, τῆς θη κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. φημὶ δὴ ὅτι τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσον ἐστί· δεικτέον ὅτι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ βθγ ἐπὶ τὴν θη, ταυτὸν ἐστὶ τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· ἐὰν γὰρ ὦσι τέσσαρες ὅροι ὡς ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ γθ καὶ τὸ ὑπὸ γθβ, καὶ ἡ θη καὶ θζ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλασσον ᾖ τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ α'. πρὸς τὸν β'. ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ'. πρὸς τὸν δ'. ὡς δέδεικται ἀνωτέρω· εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον τοῦ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· ταυτὸν ἐστὶν τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ, ἡ γθ πρὸς θβ· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ γθ πρὸς θβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· τουτέστιν ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἤχθω ἀπὸ τοῦ ε τῇ εγ πρὸς ὀρθὰς ἡ εκ· καὶ ἀπὸ τοῦ β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ βλ· ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἴση δέ ἐστιν ἡ θζ συναμφοτέρῳ τῇ θα κε· ἡ γὰρ αζ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί· δεῖ ἄρα δεῖξαι ὅτι ἡ ηθ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ηθ τῆς γθ· ἀπὸ δὲ τῆς κε τῆς ελ ἴσης τῇ βθ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ γη πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν αθ κλ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἐπεὶ γὰρ ἔδει δειχθῆναι, ὅτι ἡ ηθ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κε μείζονα λόγον ἔχει· ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ θα κε πρὸς θβ· τουτέστι πρὸς λε, καὶ διελόντι ἡ ηγ πρὸς γθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ θα κλ πρὸς λε, τουτέστι πρὸς βθ· ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κλ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἀλλ' ὡς ἡ γθ πρὸς θβ, οὕτως ἡ θβ πρὸς θα, τουτέστιν ἡ λε πρὸς αθ· ὅτι ἄρα ἡ ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κλ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ λε πρὸς αθ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ γη, τουτέστιν ἡ κε πρὸς ελ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλθα πρὸς θα, διελόντι ἡ κλ πρὸς λε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ κλ πρὸς θα· τουτέστιν ὅτι ἐλάσσων ἡ λε τῆς θα ἐστίν. Ἑξῆς δὲ ἡμεῖς τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν, ἐπεὶ ἡ λε τῆς αθ ἐλάσσων, ἡ ἄρα κλ πρὸς λε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ κλ πρὸς αθ· συνθέντι ἡ κε πρὸς ελ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ πρὸς αθ· ἡ δελε τῇ βθ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηγ πρὸς βθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλ αθ πρὸς αθ· ἐναλλὰξ, ἡ ἄρα ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν κλαθ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βθ πρὸς θα, τουτέστιν ἡ γθ πρὸς θβ· ἐναλλὰξ ἡ ηγ πρὸς γθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ πρὸς θβ· συνθέντι ἡ ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ μετὰ τῆς θβ, τουτέστι συναμφότερος ἡ αθ κε πρὸς βθ· ἴση δὲ ἡ κε τῇ αζ· ἡ ἄρα ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ζθ πρὸς θβ· ἐναλλὰξ ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ὡς δὲ ἡ γθ πρὸς θβ, οὕτω τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ· ἡ ἄρα ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ, καὶ διὰ πρότερον εἰρημένα τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ βθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη, τουτέστι τὸ ὑπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ, ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθ· ὁ δὲ τοῦ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τοῦ ἀπὸ βθγ, μέσου λαμβανομένου, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, καὶ τὸν ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς βθ πρὸς θγ, τουτέστι τῷ τῆς αθ πρὸς βθ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τὸν ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, καὶ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς αθ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον· τουτέστι τοῦ ἀπὸ αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ βγ κύβον· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ βγ κύβον· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν

θζ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ τῶν τμημάτων λόγῳ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβου λόγον, ἡμιόλιος ἐδείχθη τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν λόγου· τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὸ Θ.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ βα τῆς μὲν ακ ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἢ διπλασία· ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης ὑπὸ τῆς βα, τὸ ἀπὸ τῆς αβ μεῖζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν ἴσων ὄντων· ὥστε τοῦ ἑνὸς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἐστὶν, ἢ διπλάσιον. πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ αβ ἴσου ὄντος τοῖς ἀπὸ ακ, βκ· καὶ μείζονος ὄντος τοῦ ἀπὸ ακ τοῦ ἀπὸ κβ, τὸ ἀπὸ αβ τοῦ ἀπὸ ακ ἔλασσον ἐστὶν ἢ διπλάσιον· καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ σχήματος, ἐφ' οὗ σημεῖον θ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία τούτοις εἰκότως λεχθήσεται.

Ἔστω τῇ ελ ἴση ἡ εν· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετον τὴν θζ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ ν· σημεῖον· ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν θεζ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν θζ, ὕψος δὲ τὴν δε, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιος ἐστὶ, τοῦ δὲ ἡμισφαιρίου ἡμιόλιος τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιον ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου· ἔστι δὲ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν θζ κύκλον· ὕψος δὲ τὴν λν, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου· καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν λν.

Τὸ δὲ περιχόμενον ὑπὸ τῶν αργ μεῖζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ακγ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει· εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῇ εἰς ἄνισα, κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὴν ἐγγυτέραν τῆς διχοτομίου τομὴν μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὴν ἀποτέρω· ταυτὸν δὲ ἐστὶν εἰπεῖν· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει· ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλέον ἀφέστηκεν ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αρ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ακ, γξ· ἥμισυ γὰρ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ· ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ βγ διὰ τὸ ἐν ὀρθωγωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν βκ, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι· τῷ ὅλῳ γὰρ τὸ ὑπὸ γακ ἴσον τῷ ἀπὸ αβ, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς γα, καὶ ακ, τουτέστι τὸ ὑπὸ γξ ακ ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ αβ, τουτέστι τῷ ἀπὸ αρ,

Μεῖζον οὖν ἐστὶ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου· ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ακ, γξ, τῷ ἀπὸ αρ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ αργ τοῦ ὑπὸ ακγ· ἐὰν δὲ ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξ ἀρχῆς μεῖζον, τῷ ὑπὸ αργ προστεθέντος τοῦ ἀπὸ αρ, τῷ δὲ ὑπὸ ακγ τοῦ ὑπὸ ακγξ, μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ αργ μετὰ τοῦ ἀπὸ αρ, τοῦ ὑπὸ ακγ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ακγξ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αργ, μετὰ τοῦ ἀπὸ αρ ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ γαρ, διὰ τὸ δεύτερον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως· τὸ δὲ ὑπὸ ακγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ακγξ ἴσον τῷ ὑπὸ ακκξ διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ αὐτοῦ βιβλίου, ὥστε τὸ ὑπὸ γαρ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ ακξ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ξκα ἴσον ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν μκγ. Ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ ξγ πρὸς γκ, ἡ μα πρὸς ακ· ὥστε καὶ συνθέντι ὡς ἡ ξκ πρὸς κγ, οὕτως ἡ μκ πρὸς κα· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ξκα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ μκγ· ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ξκα μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ γαρ· καὶ τὸ ὑπὸ γαρ ἄρα μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ μκγ· ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ αγ πρὸς γκ, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες εὐθεῖαι εἰσὶν αἱ γκ, κμ, γα, αρ· καὶ τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ τῆς γα, καὶ τετάρτης τῆς αρ, μκ, ἴσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς μκ, καὶ τῆς τρίτης τῆς κγ· ἡ πρώτη ἡ γα πρὸς δευτέραν τὴν μκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τρίτη ἡ κγ πρὸς τετάρτην τὴν αρ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ γα πρὸς κγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ αγ πρὸς γκ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ· ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς βγ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον εἶναι τὴν βγ, γίνεται ὡς ἡ αγ πρὸς γβ, ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τουτέστιν ἡ αγ πρὸς γκ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ὅμοιον γὰρ τὸ αβκ τῷ αβγ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ αγ πρὸς γκ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ἡ δὲ αγ πρὸς γκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· καὶ τὸ ἀπὸ αβ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίσεια τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ αβ· ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ αρ, πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡμίσεια τῆς μκ πρὸς τὴν αρ· τȣτέςιν ἡ μκ πρὸς τὴν διπλασίαι τῆς αρ, ἀλλὰ τῷ ἀπὸ αρ ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπὸ ζλ· ἐπειδὴ ἡ μὲν αβ τῇ εξ ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ εζ τῇ ζλ δυνάμει διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ ελ τῇ λζ. Τῆς δὲ αρ διπλασία ἡ νλ· ἐπεὶ ϗ τῆς λζ· ὥςε τὸ ἀπὸ ζλ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς αρ, ἣ ἐςὶν ἴση τῇ λν· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ϗ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν θζ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ, ἤπερ ἡ μκ πρὸς νλ· ὥςε μείζων ἐςὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ σημεῖον τȣ̃ κώνȣ, τȣ̃ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ μ σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, ȣ̔́τω τὴν κμ πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔςαι πρὸς ἐλάσσονα τῆς λν· ϗ ἔςαι ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὑρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ μβδ διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἐλάττων δὲ τȣ̃ νθζ διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντας πρὸς ἀλλήλȣς εἶναι ὡς τὰ ὕψη· δῆλον ȣ̓̃ν ὅτι ϗ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν εζθ περιφέρειαν, μεῖζον ἐςὶ τȣ̃ τμήματος τȣ̃ κατὰ τὴν αβδ περιφέρειαν.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ

Χωρȣ̃σα περὶ εὑρέσεως τῶν δύο Μέσων συνεχῶς ἑξῆς Ἀνάλογον Γραμμῶν, ἐπινοηθεῖσα, καὶ φιλοπονηθεῖσα παρὰ

ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ

ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ.

Μετά τε προσθήκης μιᾶς Προτάσεως περὶ καταγραφῆς ἐλλειψοειδῶν Σχημάτων.

Τοῖς ἐντευξομένοις τῷ παρόντι φιλοπονήματι, μικρῷ μὲν ὄντι, μεγάλην, δὲ παρ' ἐμοὶ κριτῇ, παρέξοντι τὴν ὠφέλειαν τοῖς φιλομαθέσι,

ΜΠΑΛΑΝΟΣ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

Ὁ ΠΡΩΤΟΠΑΠΑ͂Σ ἸΩΑΝΝΊΝΩΝ ΧΑΙ͂ΡΕΙΝ.

Πολλὰ μὲν ἤδη, φιλεπιστήμονες ἄνδρες ϗ φιλομαθεῖς, τὰ συντελοῦντα εἰς εὕρεσιν τῶν πολλοῖς ἀπορουμένων, καί τισιν ὅλως ἀπιστουμένων, αὔξησίν τε τῶν ἐπιστημῶν, ϗ τελειοτέραν αὐτῶν διακόσμησιν. Δύο δὲ ταυτὶ τὰ ἀναγκαιότερα, ἀγχίνοιά φημι ϗ φιλοπονία, ὧν ἄνευ τἄλλα πάντα, ἀνωφελῆ πως εἰσὶν, ἢ μικρόν τι χρησιμεύουσι. Τούτων δ' αὖθις ἡ μὲν παρ' αὐτῆς δωρεῖται, ἵν' οὕτως εἴπω, τῆς φύσεως, ϗ ἔμφυτος ὑπάρχει τοῖς ἀνθρώποις τελειότης, ὡς ἐκ τῆς τῶν αἰσθητηρίων ἀναφυομένη ἐπιτηδειότητός τε ϗ συμμετρίας, ϗ αὐτῆς τῆς πρὸς τὸ φαντάζεσθαι εὐχερῶς τὰ νοητὰ δυνάμεως, ϗ τῆς ἐν τῇ μνήμῃ τῶν ἐγνωσμένων διαμονῆς. Ἡ δὲ, τῆς ἡμετέρας ἐξαρτᾶται θελήσεως, ϗ τῆς πρὸς τὰ πλείω εἰδέναι ἀκορέστου ἐφέσεως. Ταῖς δυσὶ γὰρ ταύταις ἀνθρωπίναις ἀρεταῖς, οἵ τε πάλαι, ϗ νῦν τῶν Ἐπιστημῶν ἐρασταὶ καθοπλιζόμενοι, ϗ ἑκόντες τοῖς πόνοις ὁσημέραι γενναίως παραταττόμενοι, ἀφειδοῦντες τοῦ σώματος, πρὸς μείζονα τοῦ νοὸς τελειότητα, οὐ μόνον εἰς κρείττονα ταύτας προήγαγον καλλονὴν, ἀλλ' ἀναπτύσσοντές γε τὰ παρ' ἄλλοις ἀμφιβαλλόμενα, ϗ προσθέντες ἑκάστῃ τὰ ἐλλείποντα ἀνέθρεψάν τε καλῶς, ϗ ἀκμαιοτέρας αὐτὰς ἀπέδειξαν. Ὧν τὸ κάλλος ϗ ἡ ἰσχὺς τοῖς αὐτῶν τροφίμοις γνώριμον, ϗ οὐδὲ τούτοις πᾶσιν.

Ἀμφοτέρων τοίνυν συντρεχουσῶν, ἀμφοτεροδέξιοι εἰσὶ ϗ οἱ τῶν ἐπιστημῶν ἀπρὶξ ἀντεχόμενοι. Εὐχερέστερόν τε ἅμα ϗ ἀκριβέστερον τὰς θεωρίας ποιοῦνται, τὸν νοῦν ϗ ἐπ' αὐτῶν τῶν δυσνοήτων ϗ ἀγνοουμένων γονιμώτερον ἐπὶ τὸ ἐνεργεῖν τῇ ἀκμήτῳ καθιστῶντες φιλοπονίᾳ, ὡς ϗ ὁ τῇ ἀντλίᾳ συνεχῶς ἀρδεύων τὴν γῆν. Καὶ ὀξύτερόν γε πρὸς ἀντίληψιν, ἡνιόχου δίκην τοῦ εἰς ταχύτερον δρόμον τοὺς ὁμοζύγους ἵππους τῇ μάστιγι διεγείροντος. Θατέρου δὲ τῶν δύο τούτων καλῶν ὑποσκάζοντος, ἀτελῆ τὰ πάντα ϗ ἄκοσμα, κἂν πολλὰ εἴη τὰ μέσα. Οὐ γὰρ ἡ πολλῶν διδασκάλων ἀκριβὴς παράδοσις, οὐ τῶν ὑπομνηματιστῶν αἱ ἐντελεῖς τῶν δυσνοήτων ἀναπτύξεις, οὐ πλῆθος βιβλίων, οὔτε χρόνου μακροῦ συνεχὴς παιδεία, ἢ εὐπορία τῶν πρὸς τὸ ζῆν, ϗ καιρὸς ὡρισμένος μελέτης, οὔτε μὴν ἐλευθερία γλώττης, οὐδ' ἄλλο τι τῶν τοιούτων δύναταί τι πρὸς ἐπίτευξιν βαθυτέρων νοημάτων, ϗ τῶν τοῖς ἄλλοις ἀπιστουμένων, ἢ ἀπορουμένων κατάληψιν, ἀγχινοίας τε μὴ ἐνυπαρχούσης, ϗ φιλοπονίας μὴ συντρεχούσης.

Πρὸς ἀλλήλας δ' αὗται παραβαλλόμεναί τε ϗ ἀντιπαρεξεταζόμεναι ἰδίῳ τινὶ ἀλλήλων ὑπερέχουσι προτερήματι, καί πως ἑαυτὰς βελτίους ἀλλήλων ἀποκαθιστᾶσιν. Ἀγχίνοια μὲν γὰρ ὑψηλοτέρα φιλοπονίας καθέστηκε, ϗ πολλῷ τῷ μέτρῳ ταύτης τιμιωτέρα τῇ ἀξίᾳ κρίνεται. Διὸ ϗ πάντες ἀγχινοίας ἐφίενται. Καὶ οὐδένα οἶμαι τῶν φιλομαθῶν ἀγχινοίᾳ τῶν ἄλλων ἀπολειπόμενον, μὴ δυσαναχετεῖν ϗ ἀσχάλλειν ἐπὶ τῇ θεωρίᾳ τῶν δυσλήπτων, πολλὰ τῇ φύσει καταμεμφόμενον, πολλοὺς δὲ ταύτῃ ὑπερπαίοντα μὴ μεγαλαυχεῖν τε ϗ ἐναμβρύνεσθαι· κτήσασθαι δὲ ταύτην ἀμήχανον. Οὐ γὰρ τῶν ἐφ' ἡμῖν, οὐδ' ἐπίκτητος, κἂν πολλοῖς ἰατροῖς δαπανήσῃ τις τὸν βίον. Φιλοπονία δὲ χρησιμωτέρα πολὺ ἀγχινοίας, ϗ ἀνάγκης, ἵνα τἀληθὲς εἴπω, ἀγχίθυρον. Ὅσα γὰρ διὰ τῆς ἀγχινοίας εὐχερῶς δέχεταί τις διδασκόμενος, ἢ θεωρῶν ἐφευρίσκει, ταῦτα τῇ φιλοπονίᾳ ἀναπολῶν κατὰ νοῦν, εἰς βάθος ἐντυποῖ τῆς μνήμης, ϗ ἀνεξάλειπτά πως κατεργάζεται. Ἃ δὲ τῇ ἀγχινοίᾳ ἀπολείπεται, τῇ φιλοπονίᾳ πάντως ἀναπληροῖ.

Τοιαύτην τοιγαροῦν περὶ τούτων τὴν κρίσιν κατ' ἐμαυτὸν ποιούμενος, ϗ ὀρθῶς ἔχειν οἰόμενος, ἐραστὴς φιλοπονίας, ὡς εἶχον ἐγενόμην δυνάμεως. Καὶ ταύτῃ μᾶλλον τεθαῤῥηκὼς, πρὶν ἢ παρελθεῖν πεντεκαίδεκα ἡλιακὰς ὁλοκλήρους περιόδους, τοῖς Γεωμετρικοῖς ἐνασχολούμενος προβλήμασί τε, ϗ θεωρήμασι, καί τινα εὐληπτοτέραν ϗ ἀκριβεστέραν ἔκθεσιν τούτων ποιούμενος εἰς διακαῆ, ἐκ τῆς ἐν τούτοις ἡδύτητος, ἐμπέπτωκα ἔρωτα θατέρου τῶν πάλαι ϗ νῦν ἀπορουμένων πολυθρυλλήτων γεωμετρικῶν προβλημάτων, τοῦ εἰς γεωμετρικὴν φημὶ εὕρεσιν τῶν δύο Μέσων συνεχῶς ἑξῆς Ἀνάλογον Γραμμῶν, δοθεισῶν τῶν ἄκρων ἀφορῶντος, ἀδύνατον ὅλως ἡγούμενος τὴν τοῦ ἑτέρου ἐπίτευξιν, τοῦ εἰς Τετραγωνισμὸν προβαλλομένου τοῦ κύκλου. Πολλὰ δὲ διὰ πολλῶν ἡμερῶν κἀν τούτῳ πονήσας, διαφόρους τε τρόπους εἰς κατασκευὴν ποικίλων γεωμετρικῶν σχημάτων ἐπινενοηκὼς, ϗ μηδενὸς τῶν τότε ἐπινοηθέντων εἰς τὴν τῶν ζητουμένων εὕρεσιν χρησιμεύσαντος, χαίρειν εἰπὼν τοῖς βουλομένοις, τοιούτοις ἐνασχολεῖσθαι θεωρήμασιν, ὑψηλοτέρας ἀγχινοίας ϗ βαθυτέρας φιλοπονίας, τὴν περὶ τούτου εἶναι ζήτησιν ἀποφαινόμενος, ϗ ἀνδρῶν ἀποκύημα, τῶν πρὸς τὸ ζῆν μερίμνων ἀπηλλαγμένων, ϗ τὰς θεωρίας ἐν γαλήνῃ ποιουμένων βαθυτάτῃ, εἰς τὴν θεωρίαν ϗ ἔρευναν τῶν κατὰ τὴν ἐμὴν δύναμιν Γεωμετρικῶν ἐτράπην προβλημάτων, ἐμαυτῷ μᾶλλον μεμφόμενος, ὡς τοῖς ἀδυνάτοις ἐπιχειροῦντι, ϗ κλώθειν πειρωμένῳ, τὸ δὴ λεγόμενον, τὰ ἀσύγκλωσα. Τῆς δὲ περὶ τῶν τοιούτων ἡδυτάτης θεωρίας τὴν φλόγα ἀναζωπυρησάσης τοῦ προκαταλαβόντος με, ὡς ἔφθην εἰπὼν, ἔρωτος, ἀναλαβὼν ἐμαυτὸν ἀπὸ τῆς τοῦ ποθουμένου ἀπογνώσεως, ὡς ἀπὸ χαλεπῆς τινος νόσου, καί πως εὔελπις γεγονὼς, ἀσμένως τῶν προτέρων ἐκ δευτέρου ἡψάμην πόνων. Ἐν διαστήματι δὲ ἱκανῶν ἡμερῶν μηδὲν ϗ τότε ἀνύσας, ϗ εἰς ἀπόγνωσιν αὖθις τῆς τοῦ κυνηγεσίου θήρας ἐμπεσὼν, ϗ πάλιν ἐμαυτὸν ἀναλαβὼν, ϗ τοῦτο ἐκ διαλειμμάτων διὰ πολλοῦ ποιησάμενος γεωμετρικῶς τὴν τοῦ ἠπορημένου τούτου λύσιν ἐξεθέμην, διὰ τοῦ οὑτωσὶ κατασκευασθέντος διαγράμματος, γεωμετρικαῖς αὐτὴν ἐμπεδώσας ἀποδείξεσι.

Πολλάκις δὲ τήν τε κατασκευὴν τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ϗ τὰς δείξεις ἀκριβῶς ἐρευνήσας, μή τι ἐν αὐταῖς δεδομένον εἴη ζητῶν, ἢ ἀναπόδεικτον, ἢ ὅλως κρύπτηταί τις παραλογισμὸς, ϗ μηδὲν τοιοῦτον εὑρὼν, πέπεισμαι ἐμαυτῷ, ὑγιῶς τε ἔχειν τὰ πάντα ϗ γεωμετρικαῖς ἀσφαλίζεσθαι ἀρχαῖς. Ἀλλ' οὐ μέντοι γε ἐφησυχάζειν ἠδυνάμην, ἂν μὴ ϗ παρ' ἄλλοις κριταῖς τὰ αὐτὰ δόξειεν.

Ἔγραψα τοίνυν κατὰ τὸ αψν'. Ἔτος τὸ σωτήριον πρὸς τοὺς ἐν τῇ περιφήμῳ Ἀκαδημίᾳ Πετρουπόλεως ἐπιστήμονας, ἀξιῶν αὐτοὺς δηλῶσαί μοι διὰ γραμμάτων ὁπωσδήποτε ἔχουσι τὰ περὶ τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ϗ τῆς τούτου λύσεως. Οἱ δὲ ἀπαντῶντες τοῖς ἐμοῖς γράμμασιν, ὡς ἐζήτουν, τὰς τῶν πάλαι ϗ νῦν ἐκτεθειμένας ἐφόδους εἰς λύσιν τοῦ τοιούτου προβλήματος διὰ βραχέων ἐδήλουν, προσθέντες ἐν τῷ τέλει, ὡς ἐν ἐπιλόγῳ, αὐτολεξὶ ϗ ταῦτα.

„Εἰ τοίνυν, Αἰδεσιμώτατε ἄνερ, συντομώτερον ϗ εὐχερέστερον, ἄνευ τῆς καταγραφῆς τῶν „κωνικῶν τομῶν, ϗ καμπύλων γραμμῶν δυσχερεστέρας οὔσων καταγραφῆς, ἰσχύεις λῦσαι τὸ παρὸν „Πρόβλημα, παρέχον οὐ μικρὰν τὴν λυσιτέλειαν τοῖς φιλομαθέσι, ϗ κοινωνῆσαι τοῦτο τῇ Ἀκαδημίᾳ οὐδ' ὅλως διστάζεις, πέπεισο ἀσφαλέστατα, ὅτι αὕτη ἡ Ἀκαδημία, ἥτις παντοίοις τρόποις „περιποιεῖται ϗ περιθάλπει τοὺς ἐνασχολουμένους πρὸς τὸ αὐξῆσαι τὰς ἐπιστήμας, μετὰ μεγίστης ἡδο„νῆς τοὺς σοὺς πόνους ἀποδεχθήσεται ϗ φιλοφρονήσει· ἔῤῥωσο.

Ταῦτα δ' ἐγὼ ἀποδεξάμενος, ϗ μηδένα ἔχων εἰς τοῦτο δισταγμὸν, ἐν τάχει πρὸς τὴν αὐτὴν ἀπέστειλα Ἀκαδημίαν τὴν διὰ πολλῶν πόνων, οὐκ ὀλίγων δὲ ἱδρώτων εὑρεθεῖσάν μοι λύσιν τοῦ Προβλήματος, συντομωτέρας μέν τοι τῆς αὐτοῦ κατασκευασθείσης δείξεως, ἵνα μὴ προσκορής τε ἅμα, ϗ ἐπαχθὴς εἰς θεωρίαν εἴη. Μετὰ ἑπταμηνιαῖον δὲ ϗ ἐπέκεινα τοῦ χρόνου διάστημα, ἐνστάσεις τινὰς παρὰ τῆς αὐτῆς ἐδεξάμην Ἀκαδημίας, γενομένης τῆς βασάνου ἐπὶ τῆς τοῦ προβλήματος δείξεως τε ϗ κατασκευῆς διὰ τῶν ἀριθμητικῶν ἐφόδων, ἀλλὰ μὴ γεωμετρικῶς ὡς ἐζήτουν. Διὸ ϗ οἱ εὑρεθέντες ἀριθμοὶ ἀντὶ τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν τῶν γεωμετρικῶς εὑρεθεισῶν, ἐλάττονες ἦσαν τῶν ἀριθμητικῶς εὑρισκομένων. Τοῦτο δὲ παρὰ τὴν διάφορον τῶν ἐν τῷ διαγράμματι γραμμῶν λῆψιν εἰς τὴν αὐτοῦ κατασκευὴν, οὐχὶ δὲ παρὰ τὸ παραλογισμόν τινα κρύπτεσθαι, προέρχεται. Εἰ γὰρ ἡ ἐν τῷ Σχήματι $\beta\zeta$ γραμμὴ ληφθῇ ἐλάττων τῆς $\beta\gamma$, ἐγγύτερον πάντως εὑρεθήσονται οἱ ἀριθμοὶ τῶν ἀληθῶν, ἵνα μὴ ϗ ἴσοι ἐκείνοις εἴπω. Οὗ χάριν, καίπερ τότε συνειχόμην τεταρταίῳ πυρετῷ χρονίῳ, θαῤῥῶν ἔμπης τῇ ἀκριβείᾳ τῆς τε κατασκευῆς ϗ δείξεως τοῦ Προβλήματος, κατὰ τὰς διαλειπούσας μόνας ἡμέρας, τὰς λύσεις τῶν ἐνστάσεων, ὡς εἶχον δυνάμεως, κατεσκεύασα. Καὶ εἰς Οὐενετίας ταύτας ἀπέστειλα μετὰ τῆς προτάσεως, πρὸς τοὺς ἐκεῖ διατρίβοντας γνησίους μοι μαθητὰς, μικράν τινα παραλλαγὴν ϗ ἔκτασιν διὰ τὸ εὐληπτότερόν τε ϗ

ἀκριβέστερον, ποιησάμενος τῆς προεκτεθείσης δείξεως. Οἱ δὲ διὰ συνδρομῆς φίλων εὐγενῶν, ϗ φιλεπιστημόνων ἀνδρῶν, τὰς μὲν λύσεις τῶν ἐνστάσεων μετὰ τῆς τοῦ προβλήματος προτάσεως ἀπέστειλαν εἰς τὴν ἐν Πετρουπόλει Ἀκαδημίαν, τὴν δὲ πρότασιν μόνην μετὰ ἐγκυκλίου ἐπιστολῆς εἰς τὴν ἐν Παρισίῳ, Βρεττανίᾳ, Ὁλλάνδᾳ, Βερολίνῳ, Ἄλλῃ τῆς Σαξονίας, ϗ τὴν ἐν Βονωνίᾳ, παρ' ἧς ϗ μόνης ἐδεξάμην τὴν εἰς τὰ ἐμὰ γράμματα ἀπάντησιν. Οὐ μέντοι εἰς κρίσιν τοῦ προβλήματος, ἀλλ' ἔπαινόν πως τῶν πόνων, ϗ εὐχαριστίαν τοῦ εἰς αὐτὴν σταλῆναι τὴν πρότασιν. Πρὸς γὰρ τοῖς ἄλλοις ἐμπεριέχει ϗ ταῦτα αὐτολεξεί.

„Ἡ ἡμετέρα Ἀκαδημία, ἧ ἐγὼ ἐξ ἀποῤῥήτων εἰμὶ, σοὶ ϗ περὶ τῆς σῆς ἀγχινοίας συνήδε„ται. καὶ χάριτας ὁμολογεῖ, τῆς πρὸς αὐτήν σου ἐξαιρέτου ἀγάπης. Τὸ μέντοι κρυφιώτατον ζή„τημα διαλῦσαι, ϗ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κρίσιν ἐπαγαγεῖν οὐ τολμᾷ. Καὶ τοῦτο ἔχει ἑαυτῇ νενομοθετη„μένον· ϗ τὰ ἑξῆς· (μετὰ δὲ ταῦτα) Σὲ δὲ ἄνερ ἐξοχώτατε, βουλοίμην εἶναι καθ' ἑαυτὸν πεπει„σμένον, τὴν σὴν ἡμᾶς ἀγχίνοιαν λίαν θαυμάζειν, ϗ πρὸς σὲ σπουδὴν ϗ ἀγάπην θάλπειν καὶ „τρέφειν. Εἴθε πολλοὶ μιμοῖντο τὰ σὰ ἐγχειρήματα· ϗ τὰ ἑξῆς.

Καὶ αὕτη μὲν ἡ Ἀκαδημία ταῦτα, παρὰ δὲ τῶν ἄλλων οὐδεμία, οὐκ οἶδ' ὅπως, ἀπόκρισις προσφιλὴς, ἢ γοῦν ἐναντία, μέχρι τοῦδε ἐγένετο, δύο ἔγγιστα ἡλιακῶν παρελθόντων χρόνων. Οὗ τί ἂν εἴη λυπηρότερον, ἵνα μή τι ἄλλο εἴπω; Εἰ μὲν γὰρ ὀρθῶς ἥ τε κατασκευὴ ϗ δεῖξις, τοῦ αὐτοῦ προβλήματος ἔχει, τοιαύτην δεῖ ϗ τὴν περὶ αὐτῶν γίνεσθαι, ἢ τοῦτο δίκαιον, κρίσιν. Εἰδ' ἀμφότεραι, ἢ γοῦν ἡ ἑτέρα μόνη παραλογισμόν τινα ἐν ἑαυτῇ κρύπτει, τὸν αὐτὸν πάντως γε παραλογισμὸν ἐλέγχεσθαι ἀνακαλυπτόμενον. Εἰ γὰρ ἀδύνατος ἦν ἡ τοῦ προβλήματος τούτου λύσις, ὥς τινες ἐν μέρει ἀποφαίνονται, πῶς ἂν κατὰ διαφόρους τοῦ σχήματος καταγραφὰς διαφόρως λαμβανομένων τῶν $\beta\zeta$, $\beta\vartheta$ εὐθειῶν κατά γε ἔλλειψιν ϗ ὑπεροχὴν πρὸς τὰς $\beta\gamma$, ϗ $\beta\eta$, αἱ αὐταὶ εὑρίσκονται μέσαι γραμμαὶ, τῶν αὐτῶν ἄκρων κειμένων; Ἀλλ' οὐ τοῦτο γε προσεχὲς αἴτιον τῆς τῶν τοιούτων περιφήμων Ἀκαδημιῶν σιωπῆς. Δύναται δὲ ἕκαστος τῶν ἐντευξομένων φιλομαθῶν ἐκ τῶν εἰρημένων τοῦτο τεκμαίρεσθαι.

Ἀπογνοὺς τοίνυν τῶν πρὸς τὰς Ἀκαδημίας ἐλπίδων, ϗ μὴ ἀνεχόμενος τοὺς ἐμοὺς διὰ πολλοῦ, ϗ πάνυ πολλοῦ, γενομένους πόνους εἰς μάτην ἀποβῆναι. Τὸ δὲ τοιοῦτον γεωμετρικὸν πρόβλημα, τὸ παρὰ πᾶσι μὲν τῶν Γεωμετρῶν παισὶ θαυμαζόμενον, παρὰ πολλῶν δὲ ἐπιμελῶς ζητούμενον, καί τισιν, ὡς κριθὲν ἀδύνατον, ἀλλοτρίοις ἐφόδοις θεραπευόμενον, τοῖς βαθυτάτοις τῆς σιγῆς κατακαλυφθῆναι κύμασιν, ἔγνωκα τούτων δικαίους ἀποκαταστῆσαι κριτὰς τοὺς ἐντευξομένους τῷ ἐμῷ τούτῳ φιλοπονήματι, ϗ ἀπαθῶς τὰ ἐν αὐτῷ θεωρήσοντας.

Οὗ ἕνεκα ϗ Τύποις ἤδη ἐκδέδοται, ὅπως ἂν οἱ τῶν τοιούτων γνήσιοι ἐρασταὶ, ὡς φιλομαθεῖς, ἔχωσι ϗ διὰ τούτου, τοὺς τῆς φιλοπονίας ἐπιγινώσκειν καρποὺς, ϗ τὴν λυσιτέλειαν. Καὶ μὴ ἀποδειλιῶντες τοῖς πόνοις τῶν δυσλήπτων ἑαυτοὺς ὡς ἀδυνάτων, ἀπομακρύνωσιν. Ἐπεὶ δὲ πάλιν πολλάκις μοι οἱ ἐν Οὐενετίαις ῥηθέντες μαθηταὶ ἐκοίνουν διὰ γραμμάτων, ϗ τὰ περὶ τοῦ προβλήματος τοῖς κατὰ μέρος λεγόμενά τε ϗ ἀποφαινόμενα, ἑκάστου τῶν ἐκεῖ ϗ ἐν Βονωνίᾳ ἐπιστημόνων, κατὰ τὸ δοκοῦν αὐτῷ ἐπάγοντος τὴν κρίσιν. Καὶ τῶν μὲν ἀκρατῶς, ἢ οἰκειότερον εἰπεῖν, αὐθεντικῶς ἀντιφερομένων, ϗ μηδ' ὅλως ἀποδεχομένων τὴν τοῦ προβλήματος λύσιν, τοῖς ἀδύνατον ταύτην κρίνουσιν ἑπόμενοι, τῶν δὲ ἐπαινούντων μᾶλλον ταύτην, μετὰ τὴν ἀκριβῆ αὐτῆς θεωρίαν, ϗ ὀρθῶς ἔχουσαν ἀποφαινομένων, ὧν εἷς ϗ ἐκ τοῦ τάγματος τῶν Ἰησουϊτῶν, Εὐκλείδειον ταύτην κρίνων, παιδαριώδεις τὰς τῶν ἄλλων ἐνστάσεις ἐκάλει. Καὶ τῶν ἄλλων τὴν μέσην που βαδιζόντων, ϗ πολυτρόπως ἀπορούντων ἐπὶ τῆς τοῦ προβλήματος δείξεως, τὸ δ' ἀληθὲς, ἀνάπτυξιν τῶν ἐν αὐτῇ πάντων ζητούντων, ἵνα ἑκάστῳ μέρει τὸ ὀφειλόμενον ἀποδῶ. Τῶν μὲν τὴν εἰς τοῦτο ἀπελέγχων ἀπόγνωσιν, τῶν δὲ τὴν ἀπαθῶς ὑπ' αὐτῶν φερομένην κρίσιν ἀσφαλιζόμενος, ϗ τῶν τῆς τρίτης μερίδος τὸ ἀμφιῤῥεπὲς θεραπεύων, ἀκριβεστέραν τὴν αὐτὴν τοῦ προβλήματος καθειργασάμην δεῖξιν, τὰ μὲν ἀμφιβαλλόμενά πως μεταλλάττων. Τὰ δὲ διὰ τὸ συνεπτυγμένον ἀπορούμενα διασαφῶν, προσθεὶς τοῖς ἄλλοις ϗ τὰ εἰς δήλωσιν τοῦ λόγου τῆς κατὰ τὸ ο διαιρέσεως τῆς $\mu\xi$ ἐναπολαμβανομένης γραμμῆς, κἂν μὴ τοῦτο ὀφειλόμενον ἦν, ϗ τὰ εἰς ἀνατροπὴν τῆς δι' ἀριθμῶν γενομένης βασάνου ἀφορῶντα.

Μέμνησθε δέ μου οἱ ἐντυγχάνοντες, ἂν μὴ τινὸς ἄλλου, τῶν πόνων. Καὶ ἀσμένως ἀποδέξασθε τὴν εἰς τοὺς φιλομαθεῖς θερμοτάτην μου ἀγάπην. Ἀκριβῆ μὲν τὴν θεωρίαν τῶν ἐν τῷ προβλήματι ποιούμενοι, ἀπαθῶς δὲ τὴν περὶ αὐτοῦ ἀποδιδόντες ψῆφον. Ἵνα δὲ μή τις με ταῦτα λέγοντα τὸν ἔπαινον ζητεῖν ὑπολάβῃ, χάριτας αὐτῷ ὁμολογήσω, ἄν τινα παραλογισμὸν ἐν τῇ δείξει εὑρὼν κρυπτόμενον ἀνακαλύψῃ. Οὕτω γὰρ ἂν ϗ τὸ πρόβλημα ἀσφαλεστέραν, οἶμαι, δέξεται τὴν ἐμπέδοσιν. Ἔῤῥωσθε οἱ ἀσμένως ἀποδεχόμενοι χαίροντες ἅμα, ϗ εὐδαιμονοῦντες τοῖς κρείττοσι.

Μέθοδος τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως δοθεισῶν τῶν ἄκρων, διὰ μόνου τοῦ κανόνος καὶ διαβήτου Γεωμετρικῶς ὁδεῦσαι.

Λ Η Μ Μ Α΄ Τ Ι Ο Ν.

Παντὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστὶ τῶν αὐτοῦ διαγωνίων διαμέτρων.

(Ἰδὲ Σχῆμα παραλληλόγραμμον.)

Ἔστω παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ αβγδ, οὗ αἱ διαγώνιοι διάμετροι, αγ, βδ, τεμνέσθωσαν ἀλλήλαις ἔνθα τὸ ε. Λέγω ὅτι τὸ ε σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κυκλου. Ἐπεὶ γὰρ τὰ αδγ, δαβ τρίγωνα ἔχουσι τὰς δύο πλευρὰς, αδ, δγ δυσὶ ταῖς δα, αβ ἴσας ἑκατέραν ἑκατερα, ἴση γὰρ ἡ αβ, τῇ δγ, κατὰ τὴν τετάρτην τοῦ πρώτου τοῦ στοιχειωτοῦ, καὶ ἡ αδ κοινή. Ἔχουσι δ᾽ ἔτι καὶ τὰς ὑπὸ αδγ, δαβ γωνίας ὁμοίως ἴσας. Ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἄρα καὶ βάσεις τὰς αγ, δβ ἴσας ἔχουσι κατὰ τὴν τετάρτην τοῦ αὐτοῦ. Αὖθις ἐπεὶ τὰ αεδ, βεγ τρίγωνα ἔχουσι τὰς δύο γωνίας, τὰς ὑπὸ εαδ, εδα δυσὶ ταῖς ὑπὸ εγβ, εβγ ἴσας, τὴν μὲν ὑπὸ εαδ, τῇ ὑπὸ εγβ, τὴν δὲ ὑπὸ εδα τῇ ὑπὸ εβγ ὡς ἐναλλὰξ, καὶ τὰς πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις πλευρὰς, αδ, βγ ὡσαύτως ἴσας. Ἄρα κατὰ τὴν κϛ΄. τοῦ αὐτοῦ, καὶ τὰς ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας λοιπαὶ πλευρὰς, αε, εδ ἴσας ἔχουσι, ταῖς ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας δυσὶ πλευραῖς γε, εβ, ἑκατέραν ἑκατέρα. Ἴση ἄρα ἡ μὲν αε, τῇ εγ· ἡ δὲ δε, τῇ εβ· ἑκατέρα ἄρα τῶν αγ, βδ διαγωνίων διαμέτρων τοῦ αβγδ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου δίχα τέμνεται. Εἰσὶ δὲ καὶ ἴσαι, ὡς δέδεικται, αἱ τέσσαρες ἄρα αε, εβ, εγ, εδ ἴσαι εἰσί· καὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ εα, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν λοιπῶν, γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται καὶ διὰ τῶν ἄλλων σημείων. Τὸ ε, ἄρα σημεῖον, ἡ κοινὴ τομὴ, τῶν αγ, βδ διαγωνίων διαμέτρων κέντρον ἐστὶ, καὶ τοῦ περὶ τὸ αβγδ ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Π Ρ Ο΄ Β Λ Η Μ Α.

Δύο δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, δύο μέσας αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμὰς γεωμετρικῶς εὑρεῖν.

Ἰ δ ὲ Σ χ ῆ μ α Α΄.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, αβ, βγ. καὶ ζητηθήτωσαν αἱ μεταξὺ αὐτῶν δύο συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμαί. Κείσθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ πρὸς ἀλλήλας, ὥστε ὀρθὴν ποιεῖν γωνίαν τὴν ὑπὸ αβγ. Τῶν δὲ αβ, βγ ἐξαχθεισῶν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίστως, ἀπὸ τοῦ β σημείου ἐπὶ τὰ δ καὶ ε. Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς βδ γραμμῆς, ἡ βζ ἴση τῇ βγ, καὶ γραφήτω περὶ τὴν αζ ἡμικύκλιον τὸ αηζ τέμνον τὴν βε κατὰ τὸ η. Καὶ ἔσται ἡ βη μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βζ, κατὰ τὴν ιγ΄. τοῦ ϛ΄. τοῦ Στοιχειωτοῦ. Τῇ δὲ βη ἴσης ληφθείσης τῆς βθ, ἐπὶ τῆς αὐτῆς βδ, γραφήτω αὖθις ἡμικύκλιον περὶ τὴν αθ τὸ ακθ, τέμνον τὴν γε κατὰ τὸ κ. Καὶ ἔσται, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν πρότασιν, μέση ἀνάλογος, τῶν αβ, βθ ἡ βκ. Γραφήτωσαν δὲ καὶ περὶ τὰς γη, γκ, κύκλοι οἱ γλημ, γνκξ, τέμνοντες τὴν βδ, κατὰ τὰ μ, καὶ ξ σημεῖα. Καὶ ἔσται μέση ἀνάλογος, τῶν μὲν ηβ, βγ, ἡ βμ· τῶν δὲ κβ, βγ ἡ βξ. Εἶτα διαιρεθήτω ἡ μξ ἐναπολαμβανομένη γραμμὴ ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξθ κατὰ τὸ ο. Ὥστε εἶναι ὡς ἡ ζμ πρὸς τὴν ξθ, τὴν μο, πρὸς τὴν οξ. Καὶ γραφήτω τρίτον περὶ τὴν αο ἡμικύκλιον τὸ απο, τέμνον τὴν βε, κατὰ τὸ π. Καὶ ἔσται μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο ἡ βπ. Λέγω τοίνυν καὶ τὴν βο μέσην εἶναι ἀνάλογον τῶν πβ, βγ, καὶ τὰς μὲν βπ, βο εἶναι τὰς ζητουμένας. Τὰς δὲ τέσσαρας αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον. Ὡς ἡ αβ δηλονότι πρὸς τὴν βπ, τὴν βπ πρὸς τὴν βο, καὶ τὴν βο πρὸς τὴν βγ. Ἐπεζεύχθωσαν

γὰρ αἱ απ, πο, καὶ τῆς γπ δίχα τμηθείσας κατὰ τὸ ρ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ ο, διὰ τοῦ ϱ, ἡ οϱσ εὐθεῖα τέμνουσα τὴν απ κατὰ τὸ σ, ἀπὸ δὲ τοῦ σ πιπτέτω μὲν κάθετος ἐπὶ τῆς αθ ἡ σφ· ἤχθω δὲ παράλληλος τῇ αὐτῇ αθ, ἡ στ· καὶ ἀπὸ τοῦ ο, συνεστάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ ου, τέμνουσα τὴν στ κατὰ τὸ υ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ φυ, ἣν λέγω διὰ τοῦ ϱ σημείου διέρχεσθαι. Εἰ γὰρ μὴ, διελεύσεται δήπουθεν δὶ ἄλλου τινὸς σημείου τῆς γπ, ἢ τῶν μεταξὺ τοῦ ρ καὶ 9, ἢ τῶν ἐν μέσῳ τοῦ ρ καὶ β.

Ἰ δ ὲ Σ χ ῆ μ α Β΄.

Διήχθω δὴ διὰ τοῦ χ, ὡς ἡ φχυ, τέμνουσα τὴν σο, κατὰ τὸ ψ. ὥστε τὰς σψο, φψυ διαγωνίους διαμέτρους τοῦ σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου κοινὴν ἔχειν τομὴν τὸ ψ, σημεῖον. Καὶ κατὰ τὸ προεκτυθὲν Λημμάτιον τὸ ψ, σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦτε σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου. Πιπτέτω δε ἀπὸ τοῦ ψ, κέντρου κάθετος ἐπὶ τῆς φο, ἡ ψω. Καὶ κατὰ τὴν γ΄. τοῦ γ΄. τοῦ στοιχειωτοῦ δίχα αὐτὴν τεμεῖν. Ἴση ἄρα ἡ φω τῇ ωο. Ἐπεὶ δὲ τὸ ψ ἐντὸς ἐστὶ τοῦ σφβ 9, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, πάντως γε καὶ ἡ ψω ἐντὸς πεσεῖται τῶν φβ, σημείων. Παράλληλος γὰρ ἐστὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, τῇ γε. Μείζων ἄρα ἡ φβ, τῆς φω. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἡ φω ἴση ἐστὶ τῇ ωο, ὡς ἤδη δέδεικται, ἄρα ἡ αὐτὴ φβ, μείζων ἐστὶ καὶ τῆς ωο· ἀλλ᾽ ἡ ωο, μείζων ἐστὶ τῆς βο, ἡ φβ, ἄρα πολλῷ μείζων ἐστὶ τῆς βο. Ἀφαιρεθήτω τοίνυν ἀπὸ τῆς φβ, ἡ β 2 ἴση τῇ βο. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ϱ 2. Τῇ δὲ ρ 2 ἤχθω παράλληλος ἡ ψ 3. Καὶ προσεθήτω τῇ ωο ἀπὸ τῆς οδ ἡ ο 4 ἴση τῇ φ 3, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ψ 4, ὥστε συστάθῆναι τὸ ψ 4 ο τρίγωνον. Καὶ ἐπεὶ αἱ β 2, βο ἴσαι εἰσὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, κοινὴ δὲ ἡ βϱ, αἱ δύο δὴ 2 β, βϱ ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς οβ, βρ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ 2 βϱ γωνία ὁμοίως ἴση τῇ ὑπὸ οβϱ, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἄρα κατὰ τὴν δ΄. τοῦ α΄. τοῦ στοιχοιωτοῦ αἵτε ϱ 2, ϱο βάσεις, καὶ ἡ ὑπὸ ρ 2 β, ροβ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, προσετέθησαν δὲ, ταῖς ωφ, ωο ἴσαις αἱ φ 3, ο 4 ἴσαι κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἄρα κατὰ τὸ β΄. ἀξίωμα, αἱ ω 3, ω 4 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, κοινὴ δὲ ἡ ωψ, ἄρα κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δ΄. τοῦ στοιχειωτοῦ αἱ ψ 3, ψ 4 βάσεις ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ψ 3 ω, ψ 4 ω γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Ἀλλ᾽ αἱ ψ 3, ϱ 2 εὐθεῖαι παράλληλοι εἰσὶν ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ εἰς αὐτὰς πέπτωκεν ἡ αδ, ἄρα κατὰ τὴν κθ΄. τοῦ αὐτοῦ ἡ ὑπὸ ϱ 2 β, ἐκτὸς γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ψ 3 ω, ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. Ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ϱοβ ἴση τῇ ὑπὸ ϱ 2 β, ὡς δέδεικται· ἡ δὲ ὑπὸ ψ 4 ω, τῇ ὑπὸ ψ 3 ω, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ψοω ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ψ 4 ω. Ἀλλ᾽ ἡ μὲν ὑπὸ ψοω γωνία ἐκτὸς ἐστὶ τοῦ ψ 4 ο τριγώνου· ἡ δὲ ὑπὸ ψ 4 ω, ἐντὸς, ἄρα ἡ ἐκτὸς γωνία τοῦ ψ 4 ο τριγώνου ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς, ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ιϛ΄. τοῦ αὐτοῦ. Οὐκ ἄρα ἡ φυ διαγώνιος διάμετρος διὰ τοῦ χ, διέρχεται σημείου. Οὔτε μὴν δὶ ἄλλου τινὸς τῶν μεταξὺ τοῦ ρ, καὶ 9. Καὶ ἑπομένως οὐδὲ τὸ κέντρον τοῦτε σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου καὶ τοῦ περὶ αὐτο γραφομένου κύκλου ἐκτὸς πίπτει τῆς ϱ 9.

Ἰ δ ὲ Σ χ ῆ μ α Γ΄.

Ἀλλά γε διελθέτω ἡ φυ διαγώνιος διάμετρος διά τινος σημείου τῶν ἐν μέσῳ τοῦ ϱ καὶ β, ὡς ἡ φ 5 υ, τέμνουσα τὴν ϱσ κατὰ τὸ 6 σημεῖον. Καὶ διὰ τοῦ 6 διελθέτω παράλληλος τῇ β 9 ἡ 78. Καὶ ἐπεὶ κατὰ τὸ προεκτεθὲν Λημμάτιον τὸ 6 σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦτε σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου. Ἡ δὲ 78 γραμμὴ κάθετος ἐστὶ ἐφ᾽ ἑκατέρας τῶν φο, συ διὰ τὸ παραλλήλως ἦχθαι τῇ β 9, πρὸς ὀρθὰς κειμένη ἐπὶ τῆς αθ, ἐκ τῆς κατασκευῆς· πάντως γε ἑκατέρα τῶν φο, συ ἀπεναντίον πλευρῶν τοῦ σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς 78, κατὰ τὴν γ΄. τοῦ γ΄. τοῦ στοιχειωτοῦ. Ἴση ἄρα ἡ σ 8, τῇ 8 υ, ἀλλ᾽ ἡ σ 8, μείζων ἐστὶ τῆς σ 9, ἄρα καὶ ἡ 8 υ μείζων ἐστὶ τῆς σ 9. Ἔστι δὲ ἡ 9 υ μείζων τῆς 8 υ, ἄρα ἡ 9 υ πολλῷ μείζων ἐστὶ τῆς σ 9. Ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ τῆς 9 υ, ἡ 9 Α ἴση τῇ σ 9, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ϱ Α. Τῇ δὲ ϱ Α ἤχθω πάλληλος ἡ Β, καὶ προσεθήτω τῇ σ 9, ἡ σ Γ, γραμμὴ ἴση τῇ υ Β.

Εἶτα ἐπεζεύχθω ἡ 6 Γ, καὶ συναχθήσεται τὸ αὐτὸ ἄτοπον, ὃ καὶ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω σχήτατος. Αἱ μὲν γὰρ ϱσ, ρ Α βάσεις τῶν ρσ 9, ϱ Α 9 ὀρθογωνίων τριγώνων ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν δ΄. τοῦ α΄. τοῦ στοιχειπτοῦ, διὰ τὸ ἴσας εἶναι καὶ τὰς σ 9, 9 Α εὐθείας, καὶ κοινὴν τὴν 9 ϱ. Ὥστε καὶ αἱ ὑπὸ ϱσ 9, ρ Α 9 γωνίαι ἴσαι εἰσὶ, κατὰ τὴν αὐτήν. Εἰσὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ σ 8 8 υ εὐθεῖαι, ὡς δέδεικται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τοῦ ἐναντίου, καὶ ταύταις προσετέθησαν ἴσαι, αἱ σ Γ, υ Β, ἄρα καὶ αἱ Γ 8, 8 Β, ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὸ β΄. ἀξίωμα. Κοινῆς δὲ λαμβανομένης τῆς 86, ἐπεὶ καὶ αἱ ὑπὸ 6 8 Γ, 68 B γωνίαι ἴσαι εἰσὶν, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα ἐκ τῆς κατασκευῆς, δῆλον ὅτι αἱ 6 Γ, 6 B, βάσεις τῶν 68 Γ, 68 B, ὀρθογωνίων τριγώνων ἴσαι εἰσὶ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δ'. καὶ ἡ ὑπὸ 6 Γ 8 γωνία τῇ ὑπὸ 6 B 8. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ρ A 9 ἐκτὸς γωνία ἴση τῇ ὑπὸ 6 B 8 ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, κατὰ τὴν κθ'. τοῦ αὐτοῦ· ἄρα ἡ ὑπὸ ρ A 9 ἴση ἐστὶ καὶ τῇ ὑπὸ 6 Γ 8. τῇ δὲ ὑπὸ ρ A 9, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ρ σ 9, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ρ σ 9, ἐκτὸς γωνία τοῦ 6 Γ σ, τριγώνου ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ 6 Γ 8, ἤτοι 6 Γ σ· ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ. Τοῦτο δὲ ἀδύνατον κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ις'. τοῦ στοιχειωτοῦ. Ἡ φυ ἄρα διαγώνιος διάμετρος οὐ διέρχεται διὰ τοῦ 5, σημείου, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν μεταξὺ τῶν ρ, καὶ β. Δέδεικται δ' ὅτι οὐδὲ διὰ τοῦ χ, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν ἐν μέσῳ τοῦ ρ, καὶ 9, ἄρα διὰ τοῦ ρ, μόνου διέρχεται, ὡς ἡ φρυ. ὅπερ ἦν τὸ ἀμφισβαλλόμενον. Διέρχεται δὲ καὶ ἡ σο, διὰ τοῦ ρ, κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἄρα τὸ ρ, κοινὴ ἐστὶ τομὴ τῶν σο, φυ, διαγωνίων διαμέτρων τοῦ σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου· καὶ κατὰ τὸ προεκτεθὲν Λημμάτιον τὸ κέντρον τοῦτε σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὰ γραφομένου κύκλου τὸ ρ, ἐστὶ σημεῖον.

Ἐπεὶ δὲ ἡ ὑπὸ συο, γωνία ὀρθὴ ἐστὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ κατὰ τὴν λα'. τοῦ αὐτοῦ, οὗ διάμετρος ἡ σρ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ σπο, γωνία ὀρθὴ ἐστὶ, κατὰ τὴν αὐτὴν πρότασιν, ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ ἐστὶ τῷ απο, καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ σπο, ἐν τῷ αὐτῷ ἡμικυκλίῳ ἐστὶν ἐν ᾧ καὶ ἡ ὑπὸ συο. Ἀλλ' ἡ ὑπὸ συο, ἐστὶν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τοῦ περὶ τὸ σφου, ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον γραφομένου κύκλου· ἄρα ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρο, ἢ ρσ, ἢ ρυ, γραφόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ π. Αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι ρσ, ρπ, ρυ, ρο, καὶ ρφ ἴσαι εἰσί. Τῇ δὲ ρπ, ἴση ἐστὶν ἡ ργ, ἐκ τῆς κατασκευῆς. Ἄρα αἱ ἓξ εὐθεῖαι, ρσ, ρπ, ρυ, ρο, ργ, καὶ ρφ ἴσαι εἰσί. Καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρσ, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν ρπ, ρυ, καὶ λοιπῶν γραφόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ γ. Τὸ πυογ ἄρα τόξον ἡμικύκλιον ἐστί. Καὶ ἡ βο μέση ἀνάλογος τῶν βπ, βγ κατὰ τὴν ιγ'. τοῦ ς'. τοῦ στοιχειωτοῦ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ βπ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο κατὰ τὴν κατασκευὴν· ἄρα αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, αβ, βπ, βο, καὶ βγ συνεχῶς ἑξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βπ, ἡ βπ, πρὸς τὴν βο, καὶ ἡ βο, πρὸς τὴν βγ. Δέδονται δὲ αἱ αβ, βγ ἄκραι, ἄρα εὕρηνται αἱ ζητούμεναι μέσαι, βπ, βο· ὅπερ ἦν τὸ ἐν ἀρχῇ ὑποτεθέν. Δύο ἄρα δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, εὕρηνται αἱ δύο μέσαι αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμαί.

Ἐπιστάσεως μέντοι ἄξιον, ὅτι ἡ μξ, ἐναπολαμβανομένη Γραμμὴ μεταξὺ τῶν μ, καὶ ξ, σημείων διῄρηται ἔνθα τὸ ο, σημεῖον κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξθ, ὡς προηρμήνευται, ὅτι οὐκ ἐνδέχεται ἄλλως τὴν αὐτῆς γενέσθαι διαίρεσιν· λαμβανομένης γὰρ ἑκατέρας τῶν βζ, βθ, ἀντὶ τῆς β'. τῶν ζητουμένων, καὶ μηδετέρας οὔσης ἀληθοῦς, ὡς ὀψόμεθα, εὑρίσκονται διὰ τῶν γμη, γξκ, ἡμικυκλίων ἐγγύτερον τῆς ἀληθοῦς, αἱ βμ, βξ· ἡ μὲν ὑπερέχουσα τὴν βζ, τῇ ζμ, ὑπεροχῇ ἡ δὲ ἐλλείπουσα τῆς βθ, τῇ ξθ· καὶ ἐναπολαμβάνεται τοῖς μ, ξ, σημείοις ἡ μξ, γραμμή· μηδετέρας δὲ καὶ τῶν βμ, βξ, ἴσης οὔσης τῇ ζητουμένῃ ἀληθεῖ β'. ὡς καὶ τοῦτο δειχθήσεται, ἀλλὰ τῆς μὲν ἐλλειπούσης, τῆς δὲ ὑπερεχούσης τῆς ἀληθοῦς, διαιρεῖσθαι πάντως γε δεῖ τὴν μξ, ἐναπολαμβανομένην, ὥστε εὑρεθῆναι ἑτέραν γραμμὴν ὑπερέχουσαν μὲν τὴν βμ, ὁμολόγῳ τινὶ ὑπεροχῇ, ἣ καὶ ἡ βμ, ὑπερέχει τὴν βζ· ἐλλείπουσαν δὲ τῆς βξ, ὡσαύτως ὁμολόγῳ ὑπεροχῇ, ἣ καὶ ἡ βξ, ἐλλείπει τῆς βθ· ὥσπερ γὰρ ἑκατέρα τῶν βμ, βξ, ἐγγύτερον ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς, διὰ τὸ τὴν ὑπὸ τῶν αὐτῶν περάτων ἐναπολαμβανομένην μξ, γραμμὴν ἐλάττονα εἶναι τῆς ὑπὸ τῶν περάτων τῶν βζ, βθ, ἐναπολαμβανομένης ζθ, οὕτω ἀληθὴς ἐστὶν, ἧς καὶ ἀντὶ ἐλάττονος καὶ ἀντὶ μείζονος λαμβανομένης, οὐδεμία ὑπὸ τῶν αὐτῆς περάτων ἐναπολαμβάνεται γραμμὴ, ἀλλ' ἡ αὐτὴ ὑπερέχει μὲν τὴν ἐλάττονα, ἐλλείπει δὲ τῆς μείζονος. Διῃρημένης δὲ τῆς μξ, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξθ, εὑρίσκεται ἡ βο, μέση τῶν βμ, βξ, τὴν μὲν βμ, ὑπερέχουσα τῇ μο, ὑπεροχῇ, ὁμολόγῳ οὔσῃ τῇ ζμ, τῆς δὲ βξ, ἐλλείπουσα τῇ οξ, ὁμολόγῳ καὶ αὐτῇ οὔσῃ τῇ ξθ. Καὶ ὥσπερ τὸ μὲν περὶ τὴν γη, ἡμικύκλιον ἐκτὸς πίπτει τοῦ ζ, διὰ τὸ τὴν βζ, πολλῷ ἐλάττονα εἶναι τῆς ἀληθοῦς· τὸ δὲ περὶ τὴν γκ, ἐντὸς τοῦ θ, διέρχεται, τῷ τὴν βθ, πολλῷ μείζονα εἶναι τῆς αὐτῆς, οὕτω καὶ τὸ περὶ τὴν γπ, ἐκτὸς μὲν πίπτει τοῦ μ, διὰ τὸ εἶναι τὴν βμ, ἐλάττονα τῆς ἀληθοῦς, τοῦ δὲ ξ, ἐντός· μείζων γὰρ ἡ βξ, τῆς ἀληθοῦς· ἡ βο, ἄρα οὔτε ὑπερέχει τῆς ἀληθοῦς δευτέρας τῶν ζητουμένων, οὔτε ἐλλείπει, ἴση ἄρα· ὥστε καὶ ἡ βπ, ἴση ἐστὶ τῇ ἀληθεῖ πρώτῃ τῶν αὐτῶν.

Ἔτι ἐπεὶ ἡ μξ, τέτμηται ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξθ, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ ζμ, πρὸς τὴν ξθ, ἔχει καὶ ἡ μο, πρὸς τὴν οξ· ὥστε καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ζμ, πρὸς τὴν μο, ἡ ξθ, πρὸς τὴν οξ· καὶ συνθέσει ἄρα, ὡς ἡ ζο, πρὸς τὴν μο, ἡ οθ, πρὸς τὴν οξ· καὶ ἐναλλὰξ πάλιν ὡς ἡ ζο, πρὸς

τὴν οθ, ἡ μο, πρὸς τὴν οξ. Ἡ βο, ἄρα μέση ἐστὶ, καὶ τῶν βζ, βθ, τὴν μὲν βζ, ὑπερέχουσα τῇ ζο, ὑπεροχῇ, ὁμολόγῳ οὔσῃ τῇ μο, ὡς δέδεικται ἤτοι τῇ ζμ. τῆς δὲ βθ, ἐλλείπουσα τῇ οθ, ὁμολόγῳ τῇ οξ, ἤγουν τῇ ξθ· ἀναλογεῖ ἄρα ἡ βο, ἑκατέρᾳ τῶν βμ, βξ, ὥστε ψευδομένων τῶν βμ, βξ. ἡ βο, δήπουθεν ἀληθὴς ἐστὶ μέση. ὑγιῶς ἄρα τέτμηται ἡ μξ, ἐναπολαμβανομένη, ἔνθα τὸ ο, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξθ.

Ὅτι δὲ ἑκατέρα μὲν τῶν βζ, βμ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς β'. τῶν ζητουμένων, ἑκατέρα δὲ τῶν βξ, βθ, μείζων, ἐκ τῶν ἑξῆς γενήσεται δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ βζ, εἴληπται ἴση τῇ βγ, τετάρτῃ, πάντως γε ἐλάττων ἐστὶ τῆς β'. μὲν τῶν ζητουμένων, τρίτης δὲ τῶν τεσσάρων· ἄνισοι γὰρ αἱ αβ, βγ· ἐπεὶ δὲ πάλιν ἡ βμ μέση ἀνάλογος ἐστὶ, τῶν ηβ, βγ, εἴγε ἴση ἦν ἡ αὐτὴ βμ, τῇ ἀληθεῖ β'. ἦν ἂν δήπουθεν καὶ ἡ βη, ἴση τῇ ἀληθεῖ α', τῶν ζητουμένων. αὕτη γὰρ εὕρηται ἀντὶ πρώτης διὰ τῆς κατασκευῆς· εἰ δὲ ἡ βη, ἴση ἦν τῇ ἀληθεῖ α'. ἦν ἂν ἔτι ἡ αὐτὴ καὶ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βμ. ὥσπερ καὶ ἡ βμ, τῶν ηβ, βγ· ἀλλὰ τοῦτο ψευδὲς ἐκ τῆς κατασκευῆς· ἔστι γὰρ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βζ, καὶ ἐλάττων τῆς ἀληθοῦς πρώτης, ὥστε καὶ ἡ βμ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς δευτέρας. Τὸν αὐτὸν τρόπον δειχθήσεται καὶ ἡ βξ, μείζων τῆς αὐτῆς· ὅτι καὶ ἡ βκ, μέση οὖσα ἀνάλογος τῶν αβ, βθ, μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς πρώτης· ὅτι δὲ καὶ ἡ βθ, πολλῷ μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς δευτέρας φανερόν. Εἴληπται γὰρ ἴση τῇ βη, ἡ δὲ βη, μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν αβ, βζ. ἤτοι αβ, βγ· ἡ δὲ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, μεταξὺ ἐμπίπτει τῶν ζητουμένων· ἐλείπουσα μὲν τῆς α'. ὑπερέχουσα δὲ τὴν β'. ἄρα ἡ βθ, μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς β'. ὅπερ ἦν τὸ μετὰ τῶν ἄλλων ὑποτεθέν.

Ἰστέον δ', ὅτι ἡ μὲν βζ, δύναται ληφθῆναι καὶ μείζων καὶ ἐλάττων τῆς βγ, ἡ δὲ βθ, τῆς βη, καὶ τὰς αὐτὰς εὑρίσκεσθαι μέσας γραμμὰς τῶν αὐτῶν ἄκρων φυλαττομένων· ἀλλ' ἐπεὶ τὸ μεῖζον καὶ ἔλαττον ἀόριστον ἐστί· καὶ ὅτε μὲν λαμβανομένης τῆς βζ, πολλῷ μείζονος, ἐμπίπτει ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος ἐντὸς τοῦ ζ· ὥσπερ καὶ ὁ περὶ τὴν γκ, ἐντὸς τοῦ θ, καὶ τηνικαῦτα δέον ἐλάττονα λαμβάνειν τὴν αὐτὴν γζ. καὶ πολλαπλασιάζεσθαι, τούς τε κύκλους τοὺς περὶ τὴν γη, γραφομένους, καὶ τὰ περὶ τὴν αζ, ἡμικύκλια, ἕως ἂν ὁ περὶ τὴν ἐλαττωθεῖσαν γη, κύκλος ἐκτὸς πέσῃ τοῦ ζ· ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος ὁρᾶται Δ'. διαγράμματος. Ὅτε δὲ λαμβανομένης τῆς βζ, κατὰ συμβεβηκὸς ἴσης τῇ ἀληθεῖ, ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος διέρχεται διὰ τοῦ ζ, σημείου, καὶ δι' ἑνὸς μόνου κύκλου τε καὶ ἡμικυκλίου συνίσταται τὸ διάγραμμα ὡς ὁρᾷς ἐπὶ τοῦ Ε'. Ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ Δ'. διαγράμματος, ληφθείσης τῆς βZ, μείζονα ἢ διπλασίου τῆς βγ, ὁ γHM, κύκλος ὁ περὶ τὴν γH, διῆλθε διά τινος σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ β, καὶ Z. καὶ ἡ βM, ἐλάττων γέγονε τῆς βZ, διά τοι τοῦτο ἐδέησε ληφθῆναι τὴν αζ, μικρὸν μείζονα τῆς βγ, καὶ ἐλάττονα τῆς βZ. καὶ οὕτω τῶν λοιπῶν γενομένων κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν ἑρμηνείαν ἐπὶ τῆς κατασκευῆς, συνέστη τὸ διάγραμμα.

Ἐπὶ δὲ τοῦ Ε'. ληφθείσης τῆς βζ, ἐλάττονος ἢ διπλασίας τῆς βγ, καὶ τοῦ περὶ τὴν αζ, γραφομένου ἡμικυκλίου τέμνοντος τὴν γε, κατὰ τὸ η, ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος διῆλθε διὰ τοῦ ζ· ὥστε δῆλον ὅτι γε ἡ βζ, εἴληπται κατὰ συμβεβηκὸς ἴση τῇ ἀληθεῖ β'. τῶν ζητουμένων, διὸ διὰ μόνου ἑνὸς ἡμικυκλίου καὶ ἑνὸς κύκλου γέγονε τὸ ἐπιταχθέν. Ἐπεὶ τοίνυν φημὶ τὸ μεῖζον καὶ ἔλαττον ἀόριστον ἐστὶ, τούτου ἕνεκα ὀφείλει ἡ βζ, ἴση λαβάνεσθαι τῇ βγ, διά τε τὸ ἀπονώτερον, καὶ πολλῷ μᾶλλον τὸ ὡρισμένον· καὶ τὰ λοιπὰ γίνεσθαι ὡς προηρμήνευται. τὰ αὐτὰ δὲ συμβήσεται κἂν ἡ βθ, πολλῷ ἐλάττων ληφθῇ τῆς βη.

Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ χρώμενοι τὰς αὐτὰς δύο μέσας συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον εὑρήσομεν γραμμὰς, δοθεισῶν τῶν ἄκρων καὶ κατὰ τὸ ἀνάπαλιν, τῆς μὲν δηλονότι ἐλαχίστης ἀντὶ πρώτης τῶν αὐτῶν, τῆς δὲ μεγίστης ἀντὶ δευτέρας. Τὰ αὐτὰ γὰρ ἔσονται, ὁπωσδηποτοῦν τῶν ἄκρων δεδομένων. Προσετέθη δὲ καὶ τοῦτο, εἰς ἔνδειξιν μὲν τῆς ἐπί τε τῆς κατασκευῆς καὶ δείξεως τοῦ διαγράμματος ἀκριβείας, ἔλεγχον δὲ τῶν ἐμπαθῶς κατ' αὐτῶν φερομένων.

Μέθοδος καταγραφῆς ἐλλειψοειδοῦς σχήματος ὡρισμένων οὐσῶν τῶν αὐτοῦ διαμέτρων, διὰ μόνου τοῦ κανόνος καὶ διαβήτου γινομένης παρὰ τοῦ αὐτοῦ ἐπινοηθεῖσα Συγγραφέως.

ΠΡΌΒΛΗΜΑ.

Τῶν τοῦ ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διαμέτρων δοθεισῶν τὸ περὶ αὐτὰς ἐλλειψοειδὲς σχῆμα καταγράψαι.

(Ἴδε Σχῆμα, ϛ.)

Ἔσωσαν αἱ δοθεῖσαι τοῦ ζητουμένου ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διάμετροι αἱ αβ, γδ, τεμνόμεναι ἀλλήλαις δίχα ϗ πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ ε. καὶ ζητηθήτω τὸ περὶ αὐτὰς γραφόμενον ἐλλειψοειδὲς σχῆμα. Τμηθήτω δὴ ἑκατέρα τῶν αε, εβ μειζόνων ἡμιδιαμέτρων κατὰ τὰ ζ, ϗ η, σημεῖα, εἶτα ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς εγ, ἐλάττονος, ἡμιδιαμέτρου τὸ γθ, διάσημα ἴσον τῷ αζ, ἢ ζε, ϗ ἐπεζεύχθω ἡ ζθ. Δίχα δὲ τῆς ζθ, τμηθείσης κατὰ τὸ κ, συνισάσθω ἐπ' αὐτῆς κάθετος ἡ κλ, τέμνουσα τὴν θδ, κατὰ τὸ μ. Καὶ ληφθήτω, ἐπὶ τῆς εγ, τὸ εν, διάσημα ἴσον τῷ εμ, ϗ ἀπὸ τῶν μ, ϗ ν, σημείων ἀχθήτωσαν διὰ τῶν ζ, ϗ η, αἱ μζξ, μηο, νζπ, νηρ, εὐθεῖαι· τελευταῖον κέντροις μὲν τοῖς ζ, ϗ η, ϗ διασήματι τῷ ζα, ἢ ηβ, ἴσα γὰρ, γραφήτωσαν ἑκατέρωθεν τὰ σατ, χβφ, τόξα. Κέντροις δὲ τοῖς μ, ϗ ν, ϗ διασήματι τῷ μγ, ἢ νδ, ἴσα γὰρ ϗ ταῦτα, γραφήτωσαν, τὰ τγφ, χδσ τόξα, ϗ ἔσαι τὸ ἐπιταχθέν. Ὁ λόγος ἐν τῷ ζ βιβλίῳ, προτάσει λά. τοῦ ά. μέρους τῆς Γεωμετρίας, ἔνθα περὶ διαφόρων τρόπων καταγραφῆς ἐλλειψοειδοῦς σχήματος.

Ἰσέον δ', ὅτι κατὰ τὴν διάφορον πρὸς ἀλλήλας σχέσιν τῶν διδομένων διαμέτρων τοῦ ζητουμένου ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διαφόρως εὑρίσκονται ϗ τὰ κέντρα τῶν τε σατ, χβφ, ϗ τγφ, χδσ, τόξων. Καὶ ὁτὲ μὲν πίπτουσιν ἐντὸς τῶν περάτων τῆς ἐλάττονος διαμέτρου, ὡς ἐπὶ τοῦ ϛ. σχήματος· ὁτὲ δὲ ἐκτὸς, ὡς ἐπὶ τοῦ ζ. ϗ ἄλλοτε τὸ εθ, διάσημα εὑρίσκεται ἴσον τῷ εμ, ὡς ἐπὶ τοῦ ή. δύναται δὲ ἑκατέρα τῶν αε, εβ, διαιρεῖσθαι ϗ εἰς ἴσα ϗ εἰς ἄνισα. Ἀεὶ δὲ τὸ γθ, ἴσον λαμβάνεσθαι ὀφείλει τῷ αζ, ἢ ηβ, διασήματι.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΎΤΕΡΟΝ.

Μετάφρασις τῆς ἐκ Πετρουπόλεως ἀκαδημιακῆς ἐπισολῆς.

Τῷ αἰδεσιμωτάτῳ ἀνδρὶ κυρίῳ Μπαλάνῳ Βασιλοπούλῳ Ἀρχιπρεσβυτέρῳ καὶ Διδασκάλῳ Ἰωαννίνων, εὖ πράττειν.

Ἡ ἐν Πετρουπόλει τῶν Ἐπισημμῶν Ἀκαδημία.

Ἀφήκοντο εἰς τὴν ἡμετέραν Ἀκαδημίαν τὰ τιμαλφέστατά σου γράμματα, καὶ πάντες οἱ ἐν αὐτῇ τῶν ἐπισημμῶν τρόφιμοι, μετ' οὐ τῆς τυχούσης εὐγνώμονος προθυμίας οἰδασί σοι τὴν αὐτὴν, ἣν αὐτοῖς παρέχειν ἠβουλήθης τιμήν. Ἔγνωσαν ἐξ αὐτῶν εἰωθέναι σε καταριθμεῖν τὰς περὶ τὴν μαθηματικὴν σπουδὰς ἐν ταῖς ἐπιπονωτέραις φροντίσι μετὰ ϗ σαθερωτέρας ἐπιμελείας. Γράφεις γὰρ ἐντυχεῖν σε τὴν λύσιν τοῦ δηλείου λεγομένου μαθηματικοῦ προβλήματος, περὶ ἧς πολυμέριμνοι ἦσαν οἱ ἀρχαιότεροι τῶν μαθηματικῶν, τούτου δηλαδὴ εὑρεῖν δύο μέσας ἀνάλογον ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ δεδομένων τῶν ἄκρων.

Τὴν ἀριθμητικὴν μὲν οὖν λύσιν, τὴν πᾶσι γνωριμωτάτην, οὐχ ὁρᾷς ἥτις πορίζεται τῷ τρόπῳ τούτῳ· πολλαπλασιασθήτω τὸ τετράγωνον τῆς πρώτης τῶν δοθεισῶν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν τετάρτην, ϗ τούτου γενομένου ἐξαχθήτω ἡ κυβικὴ ῥίζα, ϗ αὕτη παρίσησι τὴν πρώτην τῶν ζητουμένων· ἀλλ' ἐθήρευσας τὴν τὴν Γεωμετρικὴν εὐχερεσάτης οὖσαν κατασκευῆς, ἢ κρεῖττον εἰπεῖν, εὐχερεσέρας, ἤπερ ἐκεῖναι, αἵτινες μέχρι τοῦ νῦν σώζονται παραδεδομέναι παρὰ τῶν ἀγχινουσέρων τροφίμων τῆς μαθήσεως. Πρὶν δὲ ἢ ἐκδοῦναι εἰς φῶς τὴν σὴν τοῦ προβλήματος λύσιν, προεῖλου εἰδήμονά σε γενέσθαι τί περὶ τούτου παρὰ τοῖς ἄλλοις νεωτέροις μαθηματικοῖς εὕρηται. Ἵνα δὲ τῇ σῇ ἐφέσει ἀποχρώντως ἀφοσιωσώμεθα, παρακτέον ἡμῖν τὰς παρὰ τῷ Εὐτοκίῳ Ἀσκαλωνίτῃ ἐν τοῖς εἰς τὸ δεύτερον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου σχολίοις λύσεις. Μέναιχμός τις ὡς ἐκ τῆς τοῦ Εὐτοκίου δηλοῦται μαρτυρίας, δοθεισῶν τῶν ἄκρων, ἐδίδαξε δύο εὐθείας γραμμὰς, (ἤτοι τὰς δοθείσας) συνάψαι γνωμονικῶς (ἤτοι κατ' ὀρθὴν γωνίαν) ϗ ἐπὶ τῆς ἐλάττονος τῶν δοθεισῶν ἄκρων ἀντὶ παραμέτρου παραβολῆς ληφθείσης τὴν παραβολὴν καταγράψαι· ὥσπερ ϗ ἐπὶ τῆς μείζονος τῶν δοθεισῶν ἀντὶ παραμέτρου παραβολῆς ὡσαύτως ληφθείσης ἑτέραν παραβολὴν καταγράψαι τῆς αὐτῆς ὑπαρχούσης κορυφῆς ἑκατέρας παραβολῆς· ἐκ δὲ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν παραβολῶν κάθετον ἀγαγεῖν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, ἧς ἡ παράμετρος εἴληπται ἡ ἐλάττων τῶν δοθεισῶν. Γίνεται ϗ ἡ κάθετος αὕτη τῷ τρόπῳ τούτῳ· συναφθήτω τὸ δοθὲν σημεῖον τῆς κοινῆς τομῆς τῶν παραβολῶν τῷ ἄξονι τῆς παραβολῆς, ἢ τῇ ἡμιτακτικῇ τῆς παραβολῆς, ἧς ἡ παράμετρος ἐσὶν ἐλάττων, ἐλάττων ϗ τῶν ζητουμένων συνεχῶς ἀνάλογον (ὥς μοι δοκεῖ, ἔδει κρεῖττον εἰπεῖν, ἐλάττων τῶν δοθεισῶν) ϗ ἀποτμηθεῖσα ἐνδείκνυσι τὴν μείζονα τῶν ζητουμένων μέσον ἀνάλογον, (ἡ ἡμιτακτικὴ δηλ.)

Ὑπάρχουσι ϗ ἄλλαι πλείονες λύσεις ϗ κατασκευαὶ ἐν τοῖς τῶν νεωτέρων μαθηματικῶν συγγράμμασιν· ὡς ἔνεσιν εἰδεῖν τίνας ἐν τοῖς σοιχείοις τῆς ἀναλύσεως τοῦ Βολφίου· σελίδι 528 § ἤτοι παραγράφῳ 624 ἐκτεθειμένας· ἀλλὰ πᾶσαι αὗται αἱ κατασκευαὶ ϗ λύσεις οὕτω πορίζονται, ὥσε δεῖν προϋποθέσθαι τὴν κατασκευὴν τῶν κωνικῶν τομῶν· ἥτις τὴν αὐτὴν συνεισάγει δυσχέρειαν τῇ ἀνωτέρῳ

Εἰ τοίνυν, αἰδεσιμώτατε ἄνερ, συντομώτερον, ϗ εὐχερέσερον ἄνευ τῆς καταγραφῆς τῶν κωνικῶν τομῶν, ϗ καμπύλων γραμμῶν, δυσχερεσέρας οὐσῶν καταγραφῆς ἰσχύεις λῦσαι τὸ παρὸν πρόβλημα, παρέχον οὐ μικρὰν τὴν λυσιτέλειαν τῇ μαθήσει, ϗ κοινωνῆσαι τοῦτο τῇ Ἀκαδημίᾳ οὐδόλως διςάζεις· πέπεισο ἀσφαλέσατα, ὅτι αὕτη ἡ Ἀκαδημία, ἥτις παντοίοις τρόποις περιποιεῖται, ϗ περιθάλπει τοὺς ἐνασχολουμένους πρὸς τὸ αὐξῆσαι τὰς ἐπιστήμας, μετὰ μεγίστης ἡδονῆς τοὺς σοὺς πόνους ἀποδεχθήσεται, ϗ φιλοφρονήσει· ἔρρωσο.

Ἐξέδοτο ἐν Πετροπόλει κατὰ τὸ αψνά. ἔτος, Μαρτίου λ΄.
Τῷ ὀνόματι τῆς τῶν ἐπιστημῶν ἀκαδημίας ἔγραψα
Γ. W. Ῥούχμαν.

Τῷ σοφωτάτῳ Κυρίῳ ἀμπάτε Στελίνῳ, Μπαλάνος Βασιλόπουλος ὁ Πρωτοπαπᾶς Ἰωαννίνων, χαίρειν.

Ἔφθασε ϗ εἰς ἡμᾶς, ἀνδρῶν ἄριστε, ἡ ἀγαθὴ ὑμῶν φήμη· δεδήλωκέ μοι πρὸ πολλοῦ ὁ φιλομαθέστατος γνήσιός μοι μαθητὴς κύριος Νικόλαος Κυριάκη διὰ τῶν αὐτοῦ πρός με γραμμάτων τὴν φιλοσοφικὴν ὑμῶν ἀγαθὴν διάθεσιν, ϗ τὴν μετ' εὐνοίας ἀποδοχὴν τῆς περὶ εὑρέσεως τῶν δύο μέσων ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν δοθεισῶν τῶν ἄκρων Προτάσεων, ϗ τὴν ἀκριβῆ ταύτης θεωρίαν, ἐξ ἧς ἀνέκυψε, ϗ ἡ περὶ τῆς κατὰ τὸ ο, διαιρέσεως τῆς μξ γραμμῆς ἀπορία, ἣν ϗ τὸ σταλέν μοι τότε ἐδήλου διάγραμμα. Ἀλλ' ἐγὼ τηνικαῦτα χρονίῳ συνεχόμενος τεταρταίῳ πυρετῷ, ϗ ἀσθενῶς ἔχων τῷ σώματι, οὐκ ἠδυνήθην ἀπαντῆσαι, ὡς τὸ εἰκὸς, εἰς λύσιν τῆς παρ' ὑμῶν ταύτης ἀπορίας, ὅτε ϗ ἔδει, μετὰ καιρὸν δὲ τοῦτο πεποίηκα, ϗ εἰς Βενετίαν τὴν τῆς ἀπορίας λύσιν ἀπέστειλα, ὡς εἶχον μέντοι τότε δυνάμεως· μαθὼν δὲ παρὰ τῶν ἐν Βενετίαις διατριβόντων μοι μαθητῶν, δι' ἔρωτα τῆς Λατινίδος, ϗ τῶν νέων ἐπιστημῶν, ὡς οἱ πολλοὶ τῶν αὐτοῦ μαθηματικῶν, τὴν ἐκ τῆς κατασκευῆς τοῦ διαγράμματος τῆς αὐτῆς προτάσεως ἐξηρτημένην ἀπαντοῦσι δεῖξιν, ϗ ταύτην μόνην εἰς ἐμπέδωσιν τῆς τοῦ προβλήματος ἱκανὴν ἀποφαίνονται, ὀρθῶς περὶ τούτου κρίνοντες. μικρόν τι ἀναλαβὼν τῆς προτέρας μου δυνάμεως μείζοσιν ἐμαυτὸν ἐνέβαλον πόνοις· ϗ δὴ λημματιόν τι προετοιμάσας συνήγαγον δι' αὐτοῦ ἀναγκαίως, ὥς γε μοι δοκεῖ, μὴ ἐξεῖναι κατ' ἄλλον τινὰ λόγον τὴν μ΄ ξ διαιρεθῆναι γραμμὴν παρὰ τὸν τῆς ζμ πρὸς τὴν ξ θ΄, ὡς ἐπὶ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς ἡρμήνευται· ὅθεν δὲ ϗ ταύτην μόνην τὴν δεῖξιν τῆς προσταλείσης προτάσεως τῇ πρώτῃ αὐτῆς συνέταξα δείξει, ὡς ἀρκοῦσαν ἤδη εἴς τε ἐμπέδωσιν τοῦ τοιούτου προβλήματος, ϗ ἐπιβεβαίωσιν τῆς πρώτης αὐτοῦ δείξεως. οἶμαι δ' ὅτι, ἵνα μὴ καὶ πέπεισμαι εἴπω, ϗ τοὺς ἐριστικῶς προθυμουμένους κατὰ τῆς αὐτῆς φέρεσθαι προτάσεως μηδὲν ἀντιπεῖν ἔχειν· διὸ δὴ ϗ πρὸς τὴν σὴν μεγαλόνοιαν ἀδιστάκτως στέλλω τὴν πρότασιν, δυσὶν ἀσφαλιζομένην δείξεσιν, ὡς ταῖς τοιαύταις χαίρουσαν θεωρίαις. Ἀξιῶν αὐτὴν λεπτομερῶς ἐρευνῆσαι τὰ ἐν αὐτῇ, μηδὲ τὸ σμικρότατον καταλιποῦσαν, ἢ γοῦν παραδραμοῦσαν. ϗ διὰ τῶν τιμαλφεστάτων αὐτῆς γραμμάτων δηλῶσαί μοι τὰ δόξαντα. ἔρρωσο φιλοσόφων ἄριστε χαίρων τε ἅμα, ϗ εὐδαιμονῶν.

Κατὰ τὸ αψνγ. Ἀνθεστηριῶνος κέ. Ἰωαννινόθεν

Τοῖς σοφωτάτοις καὶ ἐπιστημονικωτάτοις ἀνδράσι τοῖς ἐν τῇ περιφήμῳ Ἀκαδημίᾳ Πετρουπόλεως, Μπαλάνος Βασιλόπουλος ὁ Πρωτοπαπᾶς Ἰωαννίνων, χαίρειν.

Ὅσον τῷ ὄντι τερπνόν τε ἅμα ϗ ἐπωφελὲς τοῦ σκοποῦ ἐπιτυγχάνειν, ϗ μὴ μάτην πονεῖν, τοσοῦτον ἤδη λυπηρὸν, ϗ ἀνωφελὲς τοὐναντίον, ϗ πολλῷ μᾶλλον λυπηρότερον τὸ παρ' ἐλπίδα συμβαῖνον. ἔγωγε τοίνυν πολλοὺς, ϗ διὰ πολλοῦ ὑπομείνας τοὺς πόνους, ϗ οὐδὲ μετρίοις καταβρεχθεὶς τοῖς ἱδρῶσιν, εἰς ἐπίτευξιν τῆς μεθόδου, τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως κατὰ γεωμετρικοὺς χωρούσης κανόνας, ϗ εὑρὼν τὴν πρὸς ἡμᾶς εἰς κρίσιν πρὸ πολλοῦ σταλεῖσαν γεωμετρικὴν ἔφοδον, ὡς τῶν τοιούτων ὄντας ὑπερασπιστὰς, ἀντὶ τῆς παρ' ὑμῶν ἐλπιζομένης τῆς αὐτῆς ἐφόδου ἐπιβεβαιώσεως, ἐδέχθην τὴν παρὰ τοῦ σοφωτάτου, ὡς γράφουσιν, Εὔλερ ἀνασκευὴν ταῖς ἀριθμητικαῖς συνισταμένην ἐφόδοις, ὡς μικρὰν δῆθεν ἐχουσῶν τὴν ἰσχὺν, τῶν γεωμετρικῶν ἀρχῶν τε ϗ ἀποδείξεων, ὅπου γε μᾶλλον τοὐναντίον ἔδει ποιῆσαι, τὰς γεωμετρικὰς τοῦ προβλήματος ἀποδείξεις γεωμετρικῶς βασανίσας, ϗ μὴ ἀφέντα τὴν ὑπέραν τὸν πόδα διώκειν, τὸ δὴ λεγόμενον. Διὸ δὴ ἵνα μὴ εἰς μάτην οἱ ἐμοὶ ἀπέλθωσι πόνοι, τῶν ὧνπερ εἶχον περὶ τὴν εὑρεθεῖσαν ταύτην ἔφοδον ἐλπίδων ἐκπέσοιμι κατεσκεύασα ὡς εἶχον τότε δυνάμεως, χρονίῳ τεταρταίῳ συνεχόμενος πυρετῷ, τὴν πρὸ πολλῶν ἡμερῶν σταλεῖσαν ἡμῖν ἀπάντησιν εἰς ἀνασκευὴν τῶν παρὰ τοῦ Εὔλερ ἐνστάσεων ϗ ἐμπέδωσιν τοῦ προβλήματος, μικρόν τι παραλλάξας τὴν τῆς πρώτης δείξεως κατασκευὴν, καὶ δευτέραν προσθεὶς ἀπόδειξιν ἐκ τοῦ ἐπιλογισμοῦ τῆς κατὰ τὸ ο διαιρέσεως τῆς μξ ἐναπολαμβανομένης γραμμῆς ἐξηρτημένην. Ἀλλ' ἐπεὶ οὔτε παρ' ὑμῶν διὰ γραμμάτων ἔμαθον τὰ περὶ τῆς αὐτῆς ἀπαντήσεως οὔτε μὴν παρὰ τῶν ἐν Βενετίαις γνησίων μοι ἀκροατῶν ἔχω τί περὶ τούτου σαφὲς εἰπεῖν· ἔμεινε δή μοι κατὰ τὸν εἰπόντα Ἄστροις τἀμὰ τεκμαίρεσθαι, ἐλαφρωθεὶς ἤδη τοῦ προκαταλαβόντος με πυρετοῦ, ϗ μικρόν τι τῆς προτέρας ἀναλαβὼν δυνάμεως. Ἀκούων δ' ὅτι ϗ πολλοὶ τῶν ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀσχολουμένων τὴν ἐκ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς τοῦ αὐτοῦ προβλήματος ἐξηρτημένων ἀπαιτοῦσι δεῖξιν· ϗ ταύτην μόνην εἰς ἐμπέδωσιν τῆς προτάσεως ἀσφαλεστέραν ἀποφαίνεται ὀρθὴν τῷ ὄντι περὶ τούτου τὴν κρίσιν ποιοῦντες, κατεσκεύασα ϗ τὴν ἤδη πρὸς ὑμᾶς στελλομένην δεῖξιν, συντάξας αὐτὴν μόνην τῇ πρώτῃ, διὰ τὸν φόβον τῆς μακρηγορίας, πρὸς χάριν καὶ τοῦτο ποιήσας τῶν φιλομαθῶν· οἶμαι δὴ κατὰ τὴν ἐμὴν κρίσιν ϗ ὡς ἐμαυτῷ πέπεισμαι τὰς δύο ταύτας στελλομένας τῆς Προτάσεως δείξεις, ὀρθῶς τε ἔχειν παρ' ἡμῶν κριθῆναι, ϗ παντὸς ἄλλου τῶν ἀπαθῶς δεξομένην τὴν πρότασιν, ϗ κατὰ γεωμετρικοὺς χωρεῖν κανόνας μηδενὸς τῶν ἐν αὐτοῖς εἰς σύστασιν κειμένων, ἀναποδείκτου ὄντος ἢ λαμβανομένου, ἢ ὅλως δεδομένου. Εἰδὲ ϗ τούτων ἑκατέρα μόνην εἰς ἔνδειξιν ἱκανὴ τοῦ προβλήματος· ἀλλ' οὖν γε διὰ μὲν τῆς ά. δείξεως ἀποδείκνυται Γεωμετρικῶς ἐκ τῆς τοῦ σ φ ο υ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου κατασκευῆς τὸν διὰ τῶν π΄ ϗ γ΄ σημείων διερχόμενον κύκλον διαβαίνειν ἀναγκαίως ϗ διὰ τοῦ ό σημείου, ἔνθα ἡ μ΄ ξ΄ ἀναλόγως τοῖς ζμ. ξπ. τέμνεται. Διὰ δὲ τῆς β΄. συνάγεται ἐμφανῶς ϗ τοῦτο ἐκ τοῦ προεκτεθέντος λημματίου· συνεπιφέρεται δ' ἔτι ϗ ὅτι ὀρθῶς ἡ μ΄ ξ΄ κατὰ τὸ ό τέμεται γραμμὴ ἀναλόγως τοῖς ζ μ΄ ξ θ΄, ϗ ἀδύνατον κατ' ἄλλο τοῦτο παθεῖν σημεῖον. Διὸ ϗ εἰς κρίττονα τοῦ προβλήματος ἀνάπτυξιν ἀμφότεραι συνετάγησαν. Ἐγὼ μὲν οὖν οὕτω πέπεισμαι ϗ οὑτωσὶ ἀληθῆ τὴν πρότασιν κρίνω, ὡς μηδεμίαν τοῦ λοιποῦ ἐξεῖναι ἐμπεσεῖν περὶ αὐτῆς ἀμφιβολίαν, ἢ γοῦν ἔνστασιν μὴ ῥᾳδίως λυθησομένην, τῷ ϗ μικρὸν ἐπιστήσαντι, ἵνα μὴ ϗ ψευδῆ οὖσαν εἴπω λυθησομένην· ὑμᾶς δὲ ὡς τῆς ἀληθείας ὄντας ὑπερμάχους ϗ γνησίους τῶν τοιούτων ἐραστὰς προβλημάτων, λεπτομερῶς μὲν ἐρευνῆσαι δέον, τὰ ἔντε τῇ κατασκευῇ τοῦ διαγράμματος, ϗ τὰ ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ἐκτεθειμένων αὐτοῦ ἀποδείξεων· τὴν δὲ περὶ τούτων κρίσιν ἀπαθῆ ποιήσασθαι, ϗ τῶν τιμαλφεστάτων ὑμετέρων ἀξιῶσαί με γραμμάτων δηλοῦντας δι' αὐτῶν ϗ ἡμῖν τὰ δόξαντα· ὅπως ἂν ϗ τοῖς ἄλλοις τὸ τοιοῦτον κοινωθῇ πρόβλημα, ϗ μέτοχοι τῶν ἐμῶν πόνων οἱ τῶν μαθημάτων γένωνται τρόφιμοι, ϗ τότ' ἂν ἐπιγνῶ, οἷοι τῶν ἱδρῶσιν ἀφειδῶς ποτιζομένων μαθημάτων οἱ καρποί. Ἔρρωσθε.

Ἐγκεχάρακται μὲν ἐν Ἰωαννίνοις κατὰ τὸ αψνγ΄. ἔτος τὸ σωτήριον Ἀνθεστηριῶνος κέ. ἐστάλη δὲ εἰς τὴν περίφημον τῆς Πετροπολ. Ἀκαδημίαν.

Ἐγκύκλιος ἐπιστολὴ γεγραμμένη διὰ τὰς τρεῖς ἀκαδημίας, Βρετανίας, Ὁλλανδίας, καὶ Παρισίων, σταλεῖσα δὲ κατὰ τὸ αψνδ΄. Φευρ. ιδ΄.

Τοῖς σοφωτάτοις τε καὶ ἐπιστημονικωτάτοις Διδασκάλοις, τοῖς Ἐν τῇ περιφήμῳ ἀκαδημίᾳ Βρετανίας, Μπαλάνος λόπουλος ὁ πρωτοπαπᾶς Ἰωννίνων, χαίρειν.

Τίς οὐκ ἂν δικαίως ἐπαινέσειεν, ἀνδρῶν ἄριστοι, Λύσιππόν τε ϗ Ἀπελλῆν; τίς μὴ τὴν ἑκατέρου θαυμάσειεν ἀγαθὴν τῷ ὄντι διάθεσιν; ἀμφότεροί γε εἰς τὰς τῶν εἰκόνων κατασκευὰς ἐργάται ἦσαν ἐπιδεξιώτατοι, ἀλλὰ ϗ κριταὶ ἀλλήλων ἄμφω ἐγίνοντο δικαιότατοι. Διὸ ϗ Λύσιππος μὲν Ἀπελλῆν, Ἀπελλῆς δὲ Λύσιππον εἰς κρίσιν τῶν ἰδίων ἐκάλει γραφῶν. Ἔγωγε τοίνυν τοῖς μαθήμασι μᾶλλον, ὡς εἶχον δυνάμεως, ἐνασχολούμενος εἰς θερμὸν ἐμπέπτωκα ἔρωτα τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως δοθεισῶν τῶν ἄκρων, τῆς διὰ μόνου τοῦ κανόνος ϗ διαβήτου γεωμετρικῶς γενομένης, ϗ πολλὰ πολλάκις εἰς ἐπίτευξιν τοῦ οὑτωσὶ ποθουμένου πονήσας, καὶ πολλοὺς ἐκχέας τοὺς ἱδρῶτας οὐκ εἰς μάτην τοῦτο πεποίηκα. Ἀλλ' ὥς γε μοι δοκεῖ, τὸ πρὸ πολλοῦ ἀγνοούμενον, ϗ πολλοῖς ὡς ἀδύνατον κρινόμενον ἔγνωσαι ἤδη, ὥστε ϗ τοῖς ἄκροις χείλεσι, τὸ δὴ λεγόμενον, τῶν γεωμετρικῶν ἁψαμένοις προβλημάτων τε ϗ θεωρημάτων ἀκριβῶς ἀντιλαμβάνεσθαι τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς, ϗ ἐγκρατεῖς τῶν τούτων γίνεσθαι δείξεων· οὕτω δὲ ἀκριβῆ εἶναι τὴν τοῦ προβλήματος τούτου γεωμετρικῶς εὑρεθεῖσαν ἔφοδον, κατὰ τὴν ἐμὴν κρίνω κρίσιν, ὡς μηδὲ ἄλλην ποτὲ ἐνδέχεσθαι κρείττονα εὑρεθῆναι, ἢ γοῦν τελειοτέραν ϗ εὐχερεστέραν ταύτης γενέσθαι. Ἐπεὶ δ' αἱ εὔνοιαι, κατὰ τὸν εἰπόντα, δειναὶ δικάσαι τὰς ψήφους, ζηλώσας ἤδη εἰς τοῦτο Λύσιππόν τε ϗ Ἀπελλῆν τὸν δίκαιον ἐζήτουν τῶν ἐμῶν πόνων γε ϗ ἱδρώτων κριτήν. Διὸ δὴ κατ' ἐμαυτὸν περὶ τούτου διανοούμενος ἔγνωκα πρὸς ὑμᾶς στεῖλαι τὴν πρότασιν, ϗ κριτὰς ταύτης ἀποκαταστῆσαι τοὺς ϗ αὐτοῖς τοῖς ἀδύτοις ἐμβατεύσαντες τῆς μαθήσεως, ϗ τὰ ὄργια ταύτης ἀκριβῶς μυηθέντας, ὡς ϗ πρὸς ἡμᾶς ἡ φήμη φθάσασα τρανῶς τοῦτο δεδήλωκε, ϗ οἱ ἀφθόνως διαδιδόμενοι καρποὶ τῶν εὐθαλῶν λειμώνων τῆς περιβοήτου ταύτης ἀκαδημίας διαβεβαιοῦσιν. Ἀξιῶ δὲ ὑμᾶς ἀσμένως ϗ τὴν πρότασιν ταύτην ἀποδεχθῆναι, ϗ μετ᾽ εὐνοίας αὐτὴν ἀκριβῶς θεωρῆσαι, μηδὲ τὸ ἐλάχιστον τῶν ἐν αὐτῇ ἀνεξέταστον καταλιπόντας. Καὶ πρὸς τὸ αὐτῆς μᾶλλον ἀφορᾶν χρήσιμον, ὡς τοῖς τοιούτοις χαίροντας φιλοπονήμασι, ϗ τοὺς περὶ τὰ τοιαῦτα καταγινομένους, ϗ πολλοὺς καταβάλλοντας τοὺς πόνους δεξιουμένους τε ϗ περιθάλποντας· τὴν δὲ τοῦ διαγράμματος ταύτης κατασκευὴν, καὶ τὰς μετ᾽ αὐτὸ δύο γεωμετρικῶς ἐκτεθησομένας δείξεις διὰ τῶν γεωμετρικῶν βασανίσαι ἀρχῶν γε ϗ ὑποθέσεων. Διὰ μὲν γὰρ τῆς πρώτης δείξεως γραμμικῶς ἀποδείκνυται τὸν περὶ τὴν γ' π' γραφόμενον κύκλον, ϗ διὰ τοῦ ό σημείου διέρχεσθαι, ἔνθα ἡ ἐναπολαμβανομένη μ' ξ γραμμὴ ἀναλόγως ταῖς ζ μ', ξ θ' τέμνεται γραμμαῖς. Ἐκ δὲ τῆς δευτέρας, τῆς ἐκ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς ἐξηρτημένης, αὐτὸ τοῦτο γεωμετρικῇ ἐφόδῳ συνάγεται· ϗ πρὸς τούτοις ἔτι, ϗ τὸ μὴ δύνασθαι τὴν μ' ξ διαιρεῖσθαι γραμμὴν ἄλλως συνεπιφέρεται· ϗ τοιοῦτον γε τὸ ἐμὸν περὶ ταύτης τῆς προτάσεως ζήτημα· εἴγε δηλονότι ἥτε τοῦ διαγράμματος κατασκευὴ, ϗ αἱ τούτου δείξεις γεωμετρικῶς χωροῦσι, ϗ γεωμετρικαῖς ἐπερείδονται ἀρχαῖς, μηδὲν ἔχουσαι τῶν ἐν αὐταῖς δεδομένον ϗ λαμβανόμενον, ἢ γοῦν ἀναπόδεικτον, οὐδὲ λυθῆναι μὴ δυνάμενον· εἰ γὰρ ϗ ἐμαυτῷ πέπεισμαι ὀρθῶς τε ἄμφω ἔχειν, ϗ μηδεμίαν εὑρίσκεσθαι ἀμφιβολίαν ἀμφοτέραις ταῖς δείξεσι γεωμετρικῶς βασανιζομέναις, ὡς τῶν γεωμετρικῶς μόνων κατὰ Πτολεμαῖον ἀποδείξεων ἐπιστημονικὴν ἐχουσῶν τὴν ἐπιφορὰν, ἀλλ᾽ οὖν γε τὴν παρ᾽ ὑμῶν ἀπαθῆ κρίσιν χρησαῖς προσμένων ταῖς ἐλπίσιν, εἰς ἀσφαλεστέραν τῆς προτάσεως ἐπιβεβαίωσιν, μετὰ πολλῆς ταύτην ἀπαιτῶ τῆς ἱκεσίας· ϗ τότ᾽ ἂν μᾶλλον οἷοι οἱ καρποὶ γνωσθήσονται τῶν ἀφειδῶς περὶ τὰ τοιαῦτα καταβαλλομένων πόνων. ὑγιαίνοντε, φιλοσόφων κράτιστοι χαίροντες ἅμα καὶ εὐδαιμονοῦντες τοῖς κρείττοσι.

Κατὰ τὸ ͵αψνδ. Ποσειδεῶνος ἐννάτῃ ἐπὶ εἰκάδι· Ἰωαννινόθεν.

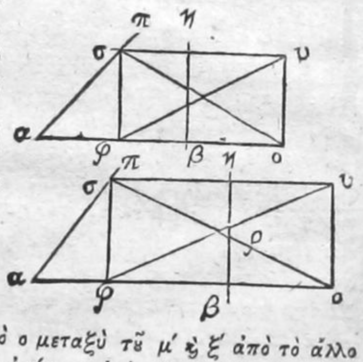
Τὴν ὑμετέραν σοφολογιωτάτην, καὶ ἐπιστημονικωτάτην Πανaιδεσιμότητα εὐλαβοφρόνως προσκυνῶ σὺν τῷ σωτηρίῳ προσφωνήματι. ἣν καὶ διατηροίη ὁ ἐκ νεκρῶν ἀναστὰς ὑγιαίνουσαν, πανευδαίμονα καὶ μακρόβιον μετὰ πάντων τῶν ἐφετῶν καὶ καταθυμίων. 1754. Ἀπριλλίου 8. Ἐνετίηθεν.

Διὰ τὸ ἅγιον Πάσχα ἦλθον ἐνταῦθα πρὸ ὀλίγων ἡμερῶν ἐκ Βονωνίας, ὅπου διέτριψα ἕνα χρόνον ὁλόκληρον κατὰ συνέχειαν χωρὶς νὰ ἔλθω ἐδῶ διὰ τὰ μεγάλα ἔξοδα τῶν ὁδοιποριῶν, ϗ ὅπου σὺν Θεῷ μέλλω νὰ ἐπιστρέψω μετ᾽ οὐ πολλὰς, εἰς ἐκπλήρωσιν τοῦ ἔργου μου, ϗ ὅθεν δὲν ἔλειψα νὰ τῆς γράψω διεξοδικῶς τὸν παρελθόντα Σεπτέμβριον. Δὲν λείπω λοιπὸν διὰ τοῦ παρόντος μου νὰ ἀποδώσω αὐτῇ τὴν ὀφειλομένην εὐλαβῆ προσκύνησιν, δηλοποιῶν, ὅτι δι᾽ εὐχῶν αὐτῆς ὑγιαίνω, ϗ ἀποκρινόμενος εἰς τὰ παρ᾽ αὐτῆς τότε κοινὰ πρὸς ἐμὲ, ϗ τὸν ἐν Χριστῷ μοι ἀγαπητὸν ἀδελφὸν κὺρ Γεώργιον γράμματα, ϗ τὰ ἰδίᾳ πρὸς ἐμὲ γραφέντα, ἅπερ ἀσφαλῶς ἐλάβομεν μετὰ τῶν διαφόρων τῆς προτάσεως ἀναπτύξεων, ἃς ἐπέμψατε εἰς ἀπόκρισιν, ϗ λύσιν τῶν ἐνστάσεων· ἔγνωμεν τὰ εἰς κάποιον τρόπον δίκαια παράπονα αὐτῆς πρὸς ἡμᾶς, ὡς δῆθεν μὴ γράψαντας πρὸς αὐτὴν, καὶ ἀμελοῦντας τοῦ περὶ τοῦ προβλήματος ἀγῶνος, ϗ ὡς ἀμνημονήσαντας αὐτῆς, ϗ δειλιῶντες ἐν ταῖς παρὰ τῶν ἐναντίων ἐνστάσεσι, ϗ τὰ ἑξῆς. Ἤμεθα βέβαιοι ὅμως, ὅτι ἂν τὰ οὐκ οἶδα ποίᾳ κακῇ τύχῃ διαπεπτωκότα ἡμέτερα γράμματα, τά τε ἐμοῦ ἐκ Βονωνίας, ϗ παρὰ τοῦ κὺρ Γεωργίου πολλάκις ἐντεῦθεν γραφέντα ἐλαμβάνετε, ϗ ἂν ἐμανθάνετε τὴν ἡμετέραν προθυμίαν, τὴν ζέσιν, τὴν θερμότητα, ϗ τὸν ἀγῶνα ὃν κατὰ δύναμιν οὐκ ἐπαυσάμεθα ἐπιδεικνύμενοι ὑπὲρ τοῦ προβλήματατος, ἠθέλετε συμπεράνῃ, ὅτι ἡμεῖς ϗ ἦμεν, ϗ ἐσμὲν, ϗ ἐσόμεθα αὐτῆς. Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ οὐκ ἐνετύχετε τοῖς αὐτοῖς γράμμασιν· εἴχετε δίκαιον νὰ ὑποπτευθῆτε· ὡς τόσον ἡμεῖς εἰς ἀπόδειξιν τοῦ προβλήματος ἀγῶνος ἡμῶν, προασπισμοῦ, καὶ προμαχίας κατὰ τῶν ἐναντίων, ἂν ἄλλο δὲν προβάλωμεν, προβάλλομεν αὐτὸν τὸν οἶκον τῶν παρὰ Θεοῦ εὐλογημένων Καραϊωαννιτῶν, ὁποῦ ἰξεύρουν πόσον ἐπιμελούμεθα, ϗ τὸ πρόβλημα ὑπερασπιζόμεθα, εἶναι ἔτι ἱκανὸν εἰς ἀπόδειξιν καὶ αὐτὴ ἡ ἐπιμέλεια τοῦ νὰ τυπωθῇ τὸ πρόβλημα μὲ τὴν πρὸς τὰς ἀκαδημίας ἐπιστολὴν, τὰ ὁποῖα σταλέντα ϗ πρὸς αὐτὴν τυπωμένα ἴσως τὰ ἐλάβετε μέχρι τοῦδε, ϗ ἐβεβαιώθητε. Ἐπειδὴ γὰρ μετὰ πολὺν ἀγῶνα εἴδομεν, ὅτι δὲν παύουν οἱ ἐναντίοι, ὄντες προκατειλημμένοι ἀπὸ τὸ ἀδύνατον κἀντεῦθεν ϗ τοῦ μικροῦ ἐπιλαβέσθαι πειρώμενοι, ἐκάμομεν καθὼς πολλάκις μᾶς ἐγράψατε νὰ τὸ τυπώσωμεν ἐπ᾽ ὀνόματι αὐτῆς, διὰ νὰ μὴ τύχῃ ϗ τὸ σφετερισθῇ ἄλλος ἐπὶ τῷ ἰδίῳ ὀνόματι καθὼς ἔκαμαν ϗ εἰς ἄλλα εἰς τὰ μέρη ταῦτα οἱ ξένοις πτεροῖς ὡς ἄλλος κολοιὸς σεμνυνόμενοι, καὶ

πάλιν ὕστερα ἀπὸ τὴν τύπωσίν του νὰ τὸ ὑπερασπιζώμεθα, ϗ εἰς τὰς πέριξ ἀκαδημίας στείλωμεν μήπως εὕρωμεν τὴν βοηθήσουσαν· ὁ κὺρ Γεώργιος δὲν ἔλειψεν ἐνταῦθα νὰ ἀγωνίζεται, δείχνωντάς το εἰς μαθηματικοὺς, ϗ θηρώμενος τοὺς ὑπὲρ ἡμῶν ἐσομένους, ϗ συμψηφισομένους, ἀπὸ τοὺς ὁποίους εὑρεθέντες τινὲς ὁποῦ τὸ ἀποδέχονται, ϗ εἶναι ὑπὲρ ἡμῶν, τί δύνανται νὰ κάμουν ϗ αὐτοὶ κατὰ μέρος, ὅταν δὲν ἔχωμεν μίαν Ἀκαδημίαν ὁποῦ νὰ κυρώσῃ, ϗ νὰ ἀναλάβῃ τὸν πόλεμον ἐναντίον τῆς ἄλλης ὁποῦ νὰ ἐναντιωθῇ. ἐγὼ ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος ἐν Βονωνίᾳ καθὼς ἐπῆγα τὸν Μαΐον πέρυσι δὲν ἔλειψα νὰ ἀκολουθήσω τὸ αὐτό. ἔδειξα τὸ πρόβλημα τῷ ἐκεῖ περιφήμῳ ἀστρονόμῳ ἐμοῦ ὄντι καθηγητῇ ἐν τῇ ἀστρονομίᾳ, κὺρ Εὐσταθίῳ Τζαννώτῃ ὀνομαζομένῳ μου ἔκαμε μίαν ἀνθίστασιν ἔγγραφον ἐν συντόμῳ, ϗ μου τὴν ἐνεχείρισεν εἰς καιρὸν ὁποῦ ἐμίσευεν ἔξω ἀπὸ τὴν πόλιν εἰς τὸ πεδίον διὰ ξεφάντωσιν ϗ ἄνεσιν ὅλον τὸ καλοκαῖρι ὁποῦ σχολάζουσιν ἀπὸ τὰ μαθήματα κατὰ τὴν συνήθειαν τῶν ἀκαδημιακῶν διδασκάλων. ἐπῆγα εἰς τὸ κατάλυμά μου, ϗ ἄνοιξα νὰ ἰδῶ τὴν ἀνθίστασιν τὴν ἔγγραφον, εὗρον αὐτὴν ὁποῦ δὲν εἴχετο λόγου, ϗ δὲν εἶχε κανένα δίκαιον· τὸν ἀκαρτερῶ ἀπέξω διὰ νὰ τοῦ ἀποκριθῶ ὄντας βέβαιος, ὅτι ἂν ἐκείνη ἦτον ἡ ἀμφιβολία του, ϗ ὄχι ἄλλη, νὰ τὸν κάμω νὰ συναινέσῃ, ϗ νὰ τὸ ἀποδεχθῇ ὡς ἀληθέστατον ϗ ὀρθῶς ἔχον τὸ πρόβλημα. Μόλις ἦλθεν εἰς τὰς 15 Αὐγούστου. ἐπῆγα, τὸν εὗρον, τοῦ ἀπεκρίθην, ἔμεινε πληροφορημένος ὡμολόγησε πῶς αὐτὸς εἶχε λάβῃ λάθον μὴ θεωρήσας αὐτὸ ἀκριβῶς, ϗ ἀρξάμενος πάλιν νὰ τὴν θεωρήσῃ, ἐπελάβετο πάλιν, ὅτι οὐκ ἐποιήσασθε μνείαν τῆς κατὰ τὸ ο, διαιρέσεως ἐν τῇ δείξει, ϗ ἄλλα τοιαῦτα, τὰ ὁποῖα σᾶς τὰ ἔγραφα ἐγὼ εἰς πλάτος εἰς ἓν μου γράμμα (ὁποῦ ὡς φαίνεται εἶναι χαμένον) τὸ ὁποῖον σταλμένον παρ᾽ ἐμοῦ ἐνταῦθα τῷ κὺρ Γεωργίῳ σᾶς τὸ ἔστειλε, ἐν ᾧ ἔκαμα ϗ ἓν σχῆμα ὁποῦ αὐτὸς ἔκαμνε πρὸς ἀνθίστασιν, εἰς τὴν ὁποίαν ἀποκρινόμενος ἐγὼ, δὲν ἠξιέμην ἀκροάσεως παρ᾽ αὐτοῦ, ἀλλ᾽ ἔλεγέ μοι νὰ στείλω τὸ πρόβλημα ϗ εἰς τὸν ἐν Παταβίῳ Ἀββᾶτε Σούτζην νὰ κρίνῃ ϗ αὐτὸς, ϗ εἰπῇ τὴν γνώμην του. Ἐγὼ ϗ ἰξεύρωντας τὸν Ἀββᾶτε Σούτζην πῶς ἐφέρθη, ὅταν ἐδῶ τοῦ τὴν εἶχε δείξῃ ὁ κὺρ Γεώργιος, ἀπεκρίθην τῷ ἀστρονόμῳ, ὅτι ὁ διδάσκαλός μου τὴν ἐδικήν σας κρίσιν προτιμᾷ παντὸς ἄλλου, ϗ ἐπειδὴ αὐτὸς δὲν ἀκαρτεροῦσε νὰ ἀκούσουν πολλὰ ἐκ στόματος, σᾶς ἔγραψα τὴν ἀνθίστασίν του διὰ νὰ τοῦ ἀποκριθῆτε ἐγγράφως. Ἐπειδὴ ὅταν εἶναι γεγραμμένα τὰ λεγόμενα, ἢ προβαλλόμενα δίδουν περισσοτέραν ἀκρόασιν, ἢ προσοχήν. ἀκαρτεροῦσα κἀμμίαν σας ἀπόκρισιν, εἰς τὸ αὐτό μου γράμμα, ϗ δὲν ἔλαβα μέχρι τῆς σήμερον. Ἐγένετο ἡ ἐπιμέλεια νὰ τυπωθῇ διὰ τὸν προῤῥηθέντα φόβον τοῦ σφετερισμοῦ, ἐστάλη κἀμοὶ μία κόπια ἐνταῦθα παρὰ τοῦ κὺρ Γεωργίου, ἀξιώσει τοῦ ἐκλαμπροτάτου ἄρχοντος κὺρ Γεωργίου Καραϊάννου μὲ ἐπιστολὴν διὰ νὰ τὴν προσφέρω κοινῶς πάσῃ τῇ ἀκαδημίᾳ. τὴν ἐπρόσφερα, εὐχαρίστησαν διὰ τὴν τιμὴν ὁποῦ τοὺς ἐκάμετε νὰ τὴν στείλετε ϗ πρὸς τὴν ἰδίαν ἀκαδημίαν αὐτῶν νὰ ἀποκριθοῦν ὅμως εἰς ἐπικύρωσιν τοῦ προβλήματος, ἢ ἀναίρεσιν ἂν ἔχῃ σφάλμα, δὲν τοὺς εἶναι συγχωρημένον ὡς μου εἶπαν αὐτοὶ οἱ ἴδιοι, διὰ τί εἶναι νόμος τῆς ἰδίας των ἀκαδημίας ἄνωθεν ϗ ἐξ ἀρχῆς νὰ μὴν ἐπιχειρίσθουν ἢ ἐπικύρωσιν ἢ ἀναίρεσιν εἰς ὁποιονοῦν αὐτοῖς προβληθησόμενον νέον, διὰ τὶ πολλάκις συμβαίνει· ὅτι ἡ μία Ἀκαδημία ἢ ἀποδέχεται, ἢ οὐ ἐκεῖνο ὁποῦ ἡ ἄλλη ἐνδέχεται νὰ μὴν τὸ κρίνῃ, ὁμοίως, ϗ ἀκολουθεῖ ἔπειτα νὰ πίπτουν εἰς διαλέξεις ἀναμεσόν των, ϗ νὰ γράφουσιν ἐναντίον μία τῆς ἄλλης, ἀπὸ τὸ ὁποῖον προξενοῦνται ϗ ἔξοδα εἰς τὸ νὰ τυπώνουν, ϗ χασομερίαις εἰς τὸ νὰ γράφουν ϗ ἀποκρίνονται, τοιαύτην δὲ εὐκολίαν ἡ ἐν Παρισίοις ἀκαδημία ἔχει, διὰ τὶ οἱ ἐκεῖ προφέσσορες, ἤτοι διδάσκαλοι ἔχουν πληρωμαῖς μεγαλώταταις, ϗ βασιλικὰς δαπάνας, ϗ ἀγκαλὰ ϗ ἡ ἐδική των ἀκαδημία (ἤτοι ἡ ἐν Βονωνίᾳ) δὲν εἶναι κατωτέρα ἀπ᾽ ἐκείνην τὴν ἐν Παρισίοις, ποιοῦσα ϗ αὐτὴ κάθε πέμπτην ἑσπέρας σύναξιν τῶν προφεσσόρων, ϗ τὰ παρ᾽ αὐτῶν εὑρισκόμενα νέα προβαλλόμενα ϗ ἐναντιούμενα διὰ πολλῶν ἐπιχειρημάτων ἐξετάζει ϗ ἢ ἀναιρούμενα ἀποδοκιμάζει, ἢ ἀποδεικνύμενα ἐπικυροῖ, ϗ τυπώνει, ἔχουσα ϗ αὐτὴ πράξεις ἀκαδημιακὰς, ϗ τἄλλα ὡς ἐν Παρισίοις, ὅμως διὰ τὰ ἐδικά της μόνον ἐφευρέματα ἔχει νὰ ἐξοδεύῃ, ϗ νὰ ἐξετάζῃ, ϗ νὰ κρίνῃ, μὰ ὄχι διὰ ἐφευρέματα ἄλλων, ὢν τέτοιος νόμος αὐτῇ ἐξ ἀρχῆς, διὰ νὰ ἀποφύγῃ τὰς διαλέξεις ὁποῦ ἠμποροῦν να τῆς προξενήσουν χασομερίαις ϗ ἔξοδα χωρὶς ὄφελος αὐτῆς. ὅθεν ϗ προχθὲς ὁποῦ ἔμελλον νὰ μισεύσω ἐκεῖθεν. πάλιν ὑπῆγα ἐρωτῶν αὐτοὺς διὰ κἀμμίαν ἀπόκρισιν ἢ ναὶ, ἢ οὔ, ϗ μου ἀπεκρίθησαν τὰ αὐτά. λέγοντές μοι ἔτι, ὅτι ϗ ἂν ἦτον ἕνας φανερὸς παραλογισμὸς ἡμεῖς δὲν ἀνεχόμεθα νὰ ἀποκριθῶμεν τὸ οὔ. ἔξω μόνον μίαν ἐπιστολὴν ἔχομεν νὰ γάψωμεν πρὸς τὸν διδάσκαλόν σου εὐχαριστικὴν διὰ τὴν τιμὴν ὁποῦ μᾶς ἔκαμε, τὴν ὁποίαν ἐπροστάξαμεν νὰ τὴν γράψῃ ὁ σεκρετάριος τῆς ἀκαδημίας, ϗ μετὰ τὸ Πάσχα σοῦ τὴν δίδομεν, διὰ τὶ τώρα διὰ τὰς ἑορτὰς ϗ τὴν μεγάλην ἑβδομάδα δὲν ἔχομεν σύναξιν, ϗ θέλομεν τοῦ γράψει λατινιστὶ, διὰ τὶ ἡμεῖς ἑλληνιστὶ δὲν ἔχομεν τὴν ἐλευθερίαν ἐκείνην νὰ γράψωμεν, ϗ μεταγλωττίσσαι την, ϗ στείλετην εἰς αὐτόν. ταῦτα μου εἶπαν, ϗ σὺν θεῶ γυρίζωντας, θέλω ἔχει αὐτὴν τὴν ἐπιςολὴν, ϗ θέλω σᾶς τὴν ςείλει. ταῦτα μὲν τὰ ὡς ἀπὸ τῆς κοινότητος τῆς ἀκαδημίας, κατὰ μέρος δὲ ἐξέδωκε τὸν λόγον κάθε ἀλγεβρίςας, ϗ μαθηματικὸς εἰς τοὺς μαθητάς του· ὅτι εἶναι παραλογισμὸς ἐν τῇ προτάσει, ϗ ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ, ϗ ὅτι ἂν ἤθελεν εἶςαι ἀληθινὴ αὐτὴ ἡ ἐφεύρεσις γεωμετρικὴ, κινδυνεύει πλέον νὰ σφάλει ἡ ἄλγεβρα εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι τώρα ἐπακουμβισμένη ὅλη ἡ μαθηματικὴ, ϗ ἡ φυσικὴ, ἡ ὁποία ἀλγεβρα δείχνει. ὅτι διὰ νὰ κατασκευασθῇ ἡ ἑρμηνεία τοῦ τοιούτου προβλήματος, χρειάζεται ἓν ςερεὸν, ἢ μίαν παραβολὴν, ϗ μίαν ὑπερβολὴν, διὰ δὲ τοῦ κύκλου εἶναι ἀδύνατον, ϗ πῶς ἡ ἄλγεβρα θέλει τὸ ςερεὸν, ἰδοὺ ὁποῦ κάμνω ἐδῶ τὴν πρᾶξιν ἀλγεβραϊκῶς δεικνύουσαν τὴν ἀνάβασιν εἰς τὸν τρίτον βαθμὸν, δεικνύοντα τὸ τριχῆ διαςατόν. Ὄντων γὰρ τῶν τεσσάρων τούτων γραμμῶν ἑξῆς ἀναλόγως, ὧν σημεῖα τὰ A: B: c: d. γράμματα, ἐπειδὴ αἱ δύο ἄκραι εἰσὶ δεδομέναι, αἱ δύο μέσαι εἰσὶν αἱ ἄγνωσαι, ϗ ζητούμεναι, αἵτινες παρασαθήτωσαν διὰ τοῦ χ γράμματος· ζητηθήτω οὖν πρῶτον ἡ C ἤτοι ἡ τρίτη τῇ τάξει· ἔςαι οὖν A : : B : C., ἤτοι A X : X πρὸς τὸν δ': ὅρον, ὃς ἐςὶ τρίτος ἐν τῇ τάξει· οὐκοῦν πολλαπλασιάσει τοῦ γ' : ϗ β' : ϗ διαιρέσει ἐπὶ τὸν ά: ἔςαι ὁ δ': $\frac{X^2}{A}$ εὑρεθέντος οὖν τούτου τοῦ δ': μὲν κατὰ τὴν γενομένην ἀναλογίαν τρίτου δὲ κατὰ τὴν ά : ἐκτεθεῖσαν τάξιν, τεθήτωσαν αὖθις $\frac{X}{A}$ οἱ ὅροι ἑξῆς· ϗ ἀντὶ τοῦ c τεθήτω τὸ $\frac{X^2}{A}$· ἔςαι οὖν A: X: : $\frac{X^2}{A}$ πρὸς τὸν δ'. d, ὃς ἔςαι, πολλαπλασιάσει τοῦ γ' : ϗ β' : ϗ διαιρέσει ἐπὶ τὸν ά: ἔςαι, $\frac{X^3}{A}$ ἤται πολλαπλασιάσει τοῦ δευτέρου διαιρετοῦ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴν X^3 (ϗ γὰρ ἔςαι ταυτὸν) ἔςαι $\frac{A:X^3}{A}$ συναναιρου: $\frac{\Delta}{A}$ μένου δὲ τοῦ διαιροῦντος, ϗ πολλαπλασιάζοντος μενεῖ X^3 ὅπερ δείκνυσιν ὅτι ἐςὶ τριῶν διαςάσεων, ἤτοι τριχῆ διαςατὸν, ὁ δὲ κύκλος ἐν τῇ ἀλγέβρᾳ παρίςαται διὰ τοῦ X^2 δευτέρου βαθμοῦ· ὅθεν ἐπιπεδικῶς κατασκευάζεται, τοῦτο δὲ ὂν X^3, οὐ κατασκευάζεται διὰ τοῦ κύκλου· σαφέςερον δὲ τὴν πρᾶξιν οὕτω ποιήσω· A : X : : X: $\frac{X^2}{A}$, ϗ ἔπειτα A: X : : $\frac{X^2}{A}$: $\frac{X^3}{\frac{A}{\Delta}}$ δηλαδὴ $\frac{\cancel{A}\,X^3}{\cancel{A}}$ ὅπερ ἐςὶν ἴσον τῷ X^3. οὕτω δείκνυσιν ἡ Ἄλγεβρα ἀναβαῖνον τὰ πρόβλημα εἰς τρίτον βαθμόν. Αὐτοὶ λοιπὸν διὰ τοῦτο νομίζουσι τὸ πρόβλημα ἐπιπεδικῶς μὴ δυνάμενον καταγραφῆναι, ϗ εὑρεθῆναι· ἐγὼ ἀπεκρίθην, ὅτι ἀληθῶς τοῦ κύκλου ἡ ἑρμηνεία ἐςὶ χ^2, ὅταν ὅμως γένηται οὐδεῖ ἑνὸς κύκλου, ἀλλὰ τριπλοῦ, ἐνδέχεται γενέσθαι, ϗ πῶς ἂν λέγετε ὅτι διὰ νὰ διασωθῇ ἡ Ἀλγεβραϊκὴ ἀλήθεια, πρέπει νὰ εἶναι ψευδὴς ἡ Πρότασις. ἐγὼ λέγω πάλιν, ὅτι ἂν ψεύδηται ἡ Πρότασις, ἀκολουθεῖ νὰ συμψεύδεται ἡ γεωμετρία, ἥτις κατὰ τοὺς ἰδίους της κανόνας ἀποδείκνυσι τὴν πρότασιν ταύτην. ἀλλὰ λέγω ὅτι οὔτε ἐκείνη, οὔτε αὐτὴ ψεύδεται, ἀλλ' ἑκατέρα εὑρίσκει τὸ αὐτὸ μὲ διάφορον τρόπον, ϗ κατὰ τοὺς ἰδίους της κανόνας. εἰς ταῦτα αὐτοὶ δὲν δίδουν ἀκρόασιν. μάλιςα ἕνας Ἰησουΐτης διδάσκαλος τῆς Ἀλγέβρας εἶπεν εἰς τοὺς μαθητάς του, ὅτι δὲν καταδέχεται οὔτε νὰ τὴν ἰδῇ, ἐπειδὴ εἶναι βεβαιωμένος πῶς εἶναι ἀδύνατον· ϗ πῶς ἐκοπίασαν πόσοι ϗ πόσοι, ϗ πῶς εἶδε τόσας ϗ τόσας ἄλλας μεθόδους, ϗ εὑρέθησαν παραλογιζόμεναι· ὅθεν οἱ μαθηταί του ἔξω ἄρχισαν νὰ μοῦ λέγουν, ὅτι εἶναι ἀδύνατον, ϗ πῶς εἶναι παραλογισμὸς, ϗ ἄλλα τοιαῦτα, καθὼς τὸ βεβαιώνει ὁ Πάδρε Ῥικάτης, οὕτως ὀνομαζόμενος ὁ Γιεζουΐτης· ἐγὼ τοὺς εἶπα, ὅτι τὸν σιὸρ Πάδρε Ῥικάτην οὔτε τὸν ἐρωτῶ, οὔτε τοῦ τὴν ἐπρόσφερα νὰ τὴν ἰδῇ, οὔτε τοῦ τὴν προσφέρω, καὶ ἂς μὴ πρειράζηται, οὔτε νὰ λάβῃ τὸν κόπον νὰ τὴν θεωρήσῃ, διάτι δὲν τὸν ἐρωτᾷ ὁ διδάσκαλος ὁποῦ τὴν ςέλλει, ἤτοι ὁ ἐφευρετὴς, ἀλλ' ἐρωτᾷ μόνην τὴν Ἀκαδημίαν, ϗ ὅτι ἀποκριθῇ ἡ ἀκαδημία ἐκεῖνο ἔχει νὰ ἐξετάσῃ· μάλιςα (εἶπα) οὐδὲ εἶναι ἴδιον ἀνθρώπου σοφοῦ νὰ συμπεραίνῃ εἰς τοιοῦτον τρόπον, πῶς ἐπειδὴ εἶδε ϗ τόσας ἄλλας, ϗ ἦτον σφαλεραὶ, ἄρα ϗ αὕτη εἶναι σφαλερὰ, ἀλλὰ πρέπει νὰ τὴν ἰδῇ πρῶτον, ϗ νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν παραλογισμὸν ποῦ εἶναι· μὲ ταῦτα πιςεύσατέ μοι ἀπόκτησα ἐχθροὺς, ϗ ὁ θεὸς νὰ φυλάξῃ, ἀπὸ τὰ διαβολικὰ πνεύματα τῶν Γεζουΐτῶν, μάλιςα ἐκεῖ ὁποῦ ἤμεθα ἡμεῖς οἱ Γραικοὶ ὑποβλεπόμενοι, ϗ μισούμενοι, διὰ τὶ εἴμεσθεν εἰς τὴν ἐπαρχίαν τοῦ Ῥώμης, ϗ δὲν θέλουν νὰ ἀκούσουν, πολλοῦ γε ϗ δεῖ νὰ ἰδοῦν μὲ καλὴν καρδίαν Γραικόν. Τὸ μῖσος πρὸς τοὺς Ἕλληνας τὸ ἔχουν, ϗ ὁ φθόνος πολὺς κατ' αὐτῶν. εἶναι τινὲς,

ὁποῦ ἂν ἦτον δυνατὸν, ἤθελαν νὰ δείξουν, ὅτι ἀπὸ τοὺς Ἕλληνας δὲν ἐφάνη τίποτες εἰς τὸν κόσμον ποτὲ, ἀλλὰ δὲν δύνανται, διὰ τὶ ἡ ἀλήθεια βοᾷ. ὅτι εἴτι ἔχουν ἀπὸ τὰς ἐπιςήμας, τούτου πρέπει νὰ ὁμολογήσουν εὑρετὰς τοὺς Ἕλληνας, καυχῶνται μόνον διὰ τὰ νέα ἐφευρέματα, μᾶλλον δὲ παλαιὰ, ὑπ' αὐτῶν ἀνακαινισθέντα, ϗ τοὺς Ἕλληνας τώρα τοὺς μετροῦσι βεβυθισμένους εἰς μέγα βάθος ἀμαθείας. καυχῶνται πῶς ἔφθασαν εἰς ἀκριβεςέραν θεωρίαν ὑπὲρ τοὺς Ἕλληνας ἐν ταῖς ἐπιςήμαις, τὸ ὁποῖον εἶναι μὲν ἀληθὲς, ὅμως μὲ τὴν ἐποικοδόμησιν ἐπάνω εἰς τὰ θεμέλια τῶν Ἑλλήνων· εἶναι τινὲς ὁποῦ γράφοντες βιβλία, ὅπου πίπτει λόγος περὶ τῶν Ἑλλήνων, εὐθὺς δεικνύουσι τὸ μῖσος μὲ κάποιας ὀλίγας ἀφορμὰς ὁποῦ λαμβάνουσι διὰ νὰ ἐλέγξουν κανένα ὁποῦ παλαιόθεν δὲν ἦτον ἢ καλῶς, ἢ ἀρκούντως ἐξηγημένον· ἀπὸ τὴν Ἀριςοτελικὴν φιλοσοφίαν συχναῖς φοραῖς λέγουσιν, ὁ θεὸς νὰ τους φυλάξῃ νὰ μὴ πέσουν ἄλλην μίαν φορὰν εἰς τὸ σκότος της, ϗ ἄλλα τοιαῦτα. Εἶναι πάλιν καί τινες διακριτικοὶ, φιλαλήθεις, καὶ σοφοὶ ἀληθῶς, οἱ ὁποῖοι τούς τε παλαιοὺς Ἕλληνας ἐκθειάζουσι, ϗ ἡμᾶς ἀγαπῶσι, ϗ τρόπον τινὰ μᾶς ἐλεοῦσι διὰ τὴν κατάπτωσιν τοῦ γένους ϗ τῆς πάλαι σοφίας, μεμνημένοι τῶν Ἀθηνῶν, ϗ πῶς εἰς τὸ γένος τῶν Ἑλλήνων ἔτρεχον πανταχόθεν διὰ νὰ λάβουν φῶς ἐν ταῖς ἐπιςήμαις, ϗ τώρα οἱ Ἕλληνες ὑπάγουν νὰ λάβουν ἀπ' αὐτούς. Τούτων οὖν οὕτως ἐχόντων, ἂς ςοχασθῇ ἡ σοφολογιότης σας, ἂν ἀνέχονται νὰ φανῇ ἕνα τοιοῦτον ἐφεύρεμα παρ' Ἕλληνος εἰς καιρὸν ὁποῦ οἱ μὲν Ἕλληνες ὡς ἀμαθεῖς παρ' αὐτῶν νομίζονται, ϗ καταφρονοῦνται, αὐτοὶ δὲ ἀνθοῦσι μὲ θαυμαςὰ σπουδαςήρια, ϗ ἀκαδημίας περιφήμους, ϗ καθ' ἑκάςην καλλιεργοῦσι τά τε παλαιὰ ϗ νέα ἐν παντὶ γένει, ϗ εἴδει ἐπιςημῶν. ὄντες ἀφιερωμένοι ἕκαςος εἰς τὸ ἴδιον μόνον ἐπάγγελμα, ϗ ἔχοντες πᾶσαν ἄνεσιν τοῦ σπουδάζειν μὲ μεγάλας πληρωμὰς, ϗ τοσοῦτοι εἰς τὸ πλῆθος διδάσκαλοι εἰς μίαν μόνην πολιτείαν, ὡς ἐν Βονωνίᾳ, ὁποῦ εἶναι ὀγδοήκοντα δύο τὸν ἀριθμὸν, ϗ μὲ θαυμασίας τάξεις, ϗ μὲ ὄργανα πάσης ἐπιςήμης ϗ τέχνης ἀξιάγαςα, μὲ σχολεῖα ὁποῦ εἶναι ἐξαισίου ἀρχιτεκτονικῆς ἀποτελέσματα, μὲ βοήθειαν τοῦ Σενάτου, ϗ τοῦ Πρίγγιπος ὁποῦ ἀντιλαμβάνονται, ϗ συναίρουσι τοῖς σπουδάζουσι πολλαχῶς μὲ βιβλιοθήκαις ὑπερθαύμαςαις, ϗ πολυεξόδους, μάλιςα μίαν νέαν ὁποῦ ὁ νῦν Πάπας ἀφιερώνει εἰς τὸ ἰνςιτοῦτον τῆς Βονωνίας ἐξοδεύοντας τριάντα χιλιάδας σκοῦδα διὰ εὐεργεσίαν τοῦ ἐν τῇ Πατρίδι αὐτοῦ (ὁποῦ εἶναι ἡ Βονωνία) σπουδαςηρίου· ϗ τί νὰ εἴπῃ τινὰς, ἢ πῶς νὰ παραςήσῃ τὰ ὅσα εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ἰνςιτοῦτον· πᾶν γένος ϗ εἶδος μετάλλου, πᾶν γένος ϗ εἶδος χόρτου, πᾶν γένος ϗ εἶδος ξύλου, ϗ ἐν ὀλίγοις πᾶν εἴτι φέρει γῆ, ϗ θάλασσα προκείμενον τοῖς φυσικοῖς εἰς θεωρίαν· τί νὰ εἴπῃ πάλιν τινὰς διὰ τὴν ἀγάπην ὁποῦ ἔχουν νὰ σπουδάζουν, ἐπειδὴ ἡ ἀρετὴ τιμᾶται παρὰ πᾶσι, ϗ ἡ προκοπὴ, ϗ τὸ ἐκεῖ Σενάτον χαίρει πολλὰ εἰς τὴν αὔξησιν τῆς σπουδῆς. ἔκαμαν μίαν ἀκαδημίαν τὸν παρελθόντα χειμῶνα πάνδημον, τὴν ὁποίαν δὲν τὴν εἶχαν κάμῃ παρὰ πρὸ ἑπτὰ χρόνων· ϗ τοῦτον τὸν χρόνον, ὅπου παρόντος τοῦ Καρδιναλίου, ὃς ϗ Πρίγγιψ λέγεται, ϗ τοῦ Σενάτου, προεβλήθησαν τινὰ προβλήματα νέα ἐφευρεθέντα ἓν φυσικὸν, ϗ ἓν ἀλγεβραϊκὸν, ϗ εἴμεσθαν ϗ ὅλοι οἱ σχολάροι παρόντες, ὅπου ὕςερα ἀπὸ τόσας διαλέξεις ϗ ἐπιχειρήματα ἐκυρώθησαν. Η ἀνατομικὴ Καθέδρα πάλιν τῆς Βονωνίας εἶναι ὑπερθαύμαςος διὰ τὰς διαλέξεις ϗ ἐπιχειρήματα, ὁποῦ καθ' ἡμέραν εἰς δεκαὲξ μαθήματα ὁποῦ κάμῃ ὁ Προφέσσορ ὁποῦ νὰ ἐπιχειρισθῇ νὰ κάμῃ τὴν αὐτὴν ἀνατομίαν ὕςερα ἀπὸ τὰ Χριςούγεννα, οἱ ἄλλοι προφέσσορες ὅλοι ἐπιχειροῦσιν ἐναντίον του, ϗ αὐτὸς εἶναι χρεώςης νὰ λύσῃ κάθε ἄπορον, ϗ κάθε πρόβλημα. Καὶ ἐπειδὴ τοὺς παρελθόντας χρόνους ἀπέθαναν δύο ἀπὸ τῆς αὐτῆς καθέδρας, λαβόντες πάθος εἰς τὸ ςῆθος ἀπὸ τὸν ἀγῶνα, εἶχαν τραβιχθῇ οἱ Προφέσσορες, ϗ δὲν ἤθελε τινὰς νὰ κάμῃ τὰ αὐτὰ δεκαὲξ μαθήματα ἐπὶ τῆς καθέδρας ταύτης· εὐθὺς οὖν τὸ Σενάτον ἔβαλε βραβεῖον τοιοῦτον, ὁποῦ ὅποιος κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα τῶν δεκαὲξ ἡμερῶν ἅπαξ, νὰ λαμβάνῃ εἰς ὅλην του τὴν ζωὴν εἰκοσιπέντε φλορία ἐντράδα τὸν κάθε χρόνον, ἂν πάλιν κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα καὶ ἄλλον χρόνον ὁ ἴδιος νὰ λαμβάνῃ πάλιν ἕτερα τοσαῦτα ἐφ' ὅρου ζωῆς, ϗ ἁπλῶς ὁσάκις ἐπὶ τῆς αὐτῆς καθέδρας κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα νὰ διπλασιάζῃ, καὶ τριπλασιάζῃ ἡ αὐτὴ ἐντράδα. Ὅθεν πέρυσι, ϗ ἐφέτος ἔκαμε τὰ αὐτὰ μαθήματα κάποιος Βαλβοῦς ἄξιος ἄνθρωπος, ϗ ἔκαμε πενῆντα φλορία ἐντράδα τὸν κάθε χρόνον διὰ ὅλην του τὴν ζωὴν, ϗ ἂν θελήσῃ ϗ ἄλλον χρόνον, τὰ 50 φλορία του γίνονται ἑβδομήντα πέντε· τὸν ἐρχόμενον ὅμως χρόνον προετοιμάζει ἄλλος τὰ δεκαὲξ μαθήματα, διὰ νὰ λάβῃ τὸ αὐτὸ βραβεῖον ἐφ' ὅρου ζωῆς, ϗ ὅλως ὅποιος θέλει, ϗ δύναται νὰ δορυφορεύσῃ τὴν αὐτὴν Καθέδραν εἰς δεκαὲξ ἡμέρας πρόκειται τὸ βραβεῖον ἐφ' ὅρου ζωῆς αὐτοῦ· εἰς τοιοῦτον τρόπον αὐξάνουσιν αἱ ἐπιςῆμαι, αἱ μαθήσεις αἱ τέχναι πᾶσαι, ϗ παντοῖα γένους, ϗ εἴδους· ὅπου οἱ ἄθλιοι τοῦ γένους μας σπουδαςαὶ οὐδὲ ἐφαντάσθησαν ταῦτα, μάλιςα διὰ τί σπουδάζουσιν εἶναι περιφρονημένοι ὑπὸ τῶν ἀμαθεςάτων, πολλοῦ γε ϗ δεῖ νὰ βοηθοῦνται· ὅθεν ἐδῶ τὰ ἄλλα ἔθνη, ὁποῦ τώρα ἐνηγκαλίσθησαν ὅλην τὴν σπουδὴν, ϗ αὔξησαν τὰς ἡγεμονίας των, τὰς βασίλειά των, ἐπαρχίας των διὰ τὴν σοφὴν κυβέρνησιν, καὶ τὴν πρὸς ἀλλήλους ἀγάπην καὶ ὁμόνοιαν πρὸς τὸ κοινὸν συμφέρον, διὰ τοὺς Ἕλληνας δὲν ἔχουν κάμμίαν ὑπόληψιν εἰς τὴν σπουδὴν, ὅθεν καὶ εἰς τὸ παρὰ τῆς ὑμετέρας ἐλλογιμότητος πρόβλημα ἀμφιβάλλουσι. διὰ τὶ μετροῦντες τοὺς Ἕλληνας τώρα χωρὶς σπουδὴν, καὶ σπουδαστήρια, ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος προκατειλημμένοι ἀπὸ τὸ ἀδύνατον, καὶ τὸν ἀπελπισμὸν τῆς εὑρέσεως τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ὅταν ἀκούσωσι πῶς ἕνας Ἕλλην ὑπόσχεται τὴν εὕρεσιν, ἀπιστοῦσι, καὶ ὅταν ἴδωσι τὴν μέθοδον δοκιμάζουσι νὰ πιασθῶσιν ἀπὸ τὸ παραμικρὸν, διὰ νὰ τὴν ἐλέγξωσι σφαλερὰν, μὴ ἀνεχομένης τῆς αὐτῶν ἐπάρσεως νὰ εὑρεθῇ ἓν τοιοῦτον παρ᾽ Ἕλληνος πάλιν ἐν τῇ τῶν Ἑλλήνων καταπτώσει, καὶ ἐν καιρῷ τῆς ἰδίας αὐτῶν ἀκμῆς.

Ἔρχομαι ἤδη νὰ τῆς φανερώσω ποῦ ἐστάθη τέλος πάντων ἡ ἀπορία αὐτῶν ἐν τῷ προβλήματι, τὴν ὁποίαν κατὰ μέρος ἐμοὶ εἶπεν ὁ Ἀστρονόμος Εὐστάθιος Τζανώτης προχθὲς, ὅταν ἐκεῖθεν ἐμίσευσα, καὶ ἐπῆγα νὰ τοῦ ζητήσω πάλιν κάμμίαν ἀπόκρισιν. Ενίσανται ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ τρόπῳ τοιῷδε· τίς μᾶς βεβαιώνει, ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ ό διὰ τοῦ ρ́ ἀγομένη εὐθεῖα, ὑπάγει νὰ τέμνῃ τὴν ά π́ γραμμὴν εἰς ἐκεῖνο τὸ δίκαιον σημεῖον σ́, ἐξ οὗ πίπτουσα ἡ κάθετος σ́ φ́ εὑρίσκειν δύναται τὸ δίκαιον φ́ σημεῖον, ὥστε νὰ ἀκολουθῇ ἔπειτα, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ φ εἰς τὸ ύ διαγώνιος νὰ διαπερᾷ διὰ τοῦ ρ́: ὅταν γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ ό διὰ τοῦ ρ́ ἄγεται δὲν εἶναι ὑπόχρεως καὶ βεβιασμένη διὰ οὐδὲ κἀνέναν λόγον γεωμετρικὸν νὰ τέμνῃ τὴν ά π́ κατὰ τὸ σ́. ἐνδέχεται γὰρ (λέγουσιν ἐνιστάμενοι) τέμνειν αὐτὴν εἰς ἄλλο σημεῖον σ ἢ πρὸς τὸ μέρος τοῦ π. ἢ πρὸς τὸ μέρος τοῦ α. τότε ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκείνου σ πίπτουσα κάθετος, οὐχ εὑρίσκει τὸ φ́. ἀλλ᾽ ἢ πρὸς τῷ λ. ἢ πρὸς τῷ υ πεσεῖται τότε ἕπεται, ὅτι ἡ φ́ β́ νὰ εἶναι ἢ μείζων ἢ ἐλάττων τῆς β́ ό. κἀντεῦθεν ἡ φ́ ύ οὐ διὰ τοῦ ρ́ διελεύσεται ὡς ἐν τοῖς σχήμασι τούτοις. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ρ́ ἐστὶν ἐπὶ τῆς ηβ ἀκινήτου, καὶ ἀμετακίνητον σημεῖον, ὅταν μὲν ἄγηται ἀπὸ τοῦ ό διὰ τοῦ ρ́ ἡ ό σ́ ὑπάγει καλὰ, διαπερῶσα διὰ τοῦ αὐτοῦ ρ́ διωρισμένως, ὅταν ὅμως ἄγεται ἡ φ́ ύ δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀπεράσῃ διὰ τοῦ ρ́, διὰ τὶ μισεύει ἀπὸ τὸ φ́ ἀδιόριστον σημεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ἀδιόριστον ἤρτηται ἀπὸ τὸ ἀδιόριστον σ́, τὸ ὁποῖον ἐπὶ τῆς α π δὲν εἶναι διωρισμένον. Ἐνδέχεται γὰρ νὰ εἶναι τὸ σ́ ἢ κατὰ τὸ π́, ἢ κατὰ τὸ α. ὅθεν ἐνίστανται, ὅτι ἕπεται ἡ ἀπὸ τοῦ σ́ ἀγομένη κάθετος νὰ μὴν εὑρίσκῃ ἐκεῖνο τὸ φ́ σημεῖον ὁποῦ νὰ ἔχῃ τὸν αὐτὸν τόπον μεταξὺ τοῦ ν́ καὶ λ, ὃν ἔχει τὸ ο μεταξὺ τοῦ μ́ καὶ ξ ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος. ταύτην τὴν ἀμφιβολίαν σᾶς τὴν ἔγραφα καὶ ἐγὼ, ὅταν ἐγύρισα ἀπὸ τὸ Πατάβιον ἐνταῦθα εἰς ἓν γράμμα ὁποῦ μὲ τὸν κὺρ Γεώργιον κοινὸν τῆς ἐγράψαμεν πέρυσι, καὶ μᾶς ἀπεκρίθητε ἀποδεικνύοντες κατὰ τὸν Εὐκλείδην, ὅτι τὸ φ́ σημεῖον ἔχει τὸν αὐτὸν τόπον μεταξὺ τῶν ν́ καὶ λ. ὃν τὸ ό μεταξὺ τοῦ μ́ καὶ ξ. ἀλλ᾽ ἡ ἀπορία στέκει ἀλλέως, ἤγουν, ὅτι καὶ ὑποτιθεμένου πῶς τὸ φ́ σημεῖον εἶναι ἐκεῖνο τὸ ἀνάλογον τῷ ό ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος τίνι τρόπῳ δύναται νὰ δειχθῇ, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ σ́ κάθετος ἀγομένη εἶναι ὑπόχρεως (οὕτως εἰπεῖν) νὰ εὕρῃ τὸ δίκαιον σημεῖον φ́. ἐπειδὴ ἡ σ́ φ́ δὲν εἶναι ἁπλῶς εὐθεῖα ὁποῦ νὰ ἐξαχθῇ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου σ́ εἰς τὸ ἄλλο φ́, ἀλλὰ πίπτει κάθετος ἀπὸ τοῦ σ́, καὶ αὐτοὶ λέγουν ὅτι δὲν ἠξεύρομεν πῶς ἀναγκαίως ἔχει νὰ εὕρῃ τὸ φ́ σημεῖον, πόθεν τοῦτο δυνάμεθα νὰ βεβαιωθῶμεν; ἡ γὰρ κατασκευὴ τοῦ παραλληλογράμμου ἀρχίζει εἰς ἄλλον τρόπον, προηγουμένης δηλαδὴ τῆς ό σ́ διὰ τοῦ ρ́ διαγωνίου. ὅθεν δὲν εἶναι βέβαιον ἂν ἡ σ́ φ́ κάθετος ἐξίσου ἀφίσταται τῆς ή β́, ὡς καὶ ἡ ό ύ καὶ ἀκολούθως ἂν τὸ παραλληλόγραμμον ἀφ᾽ οὗ γένῃ ἀκολουθεῖ νὰ εἶναι δίχα διῃρημένου ὑπὸ τῆς ή β́. τοῦτο δὲ ὅλον προέρχεται ἀπὸ τὸ ἀδιόριστον εἶναι τὸ σ́ ἐπὶ τῆς ά π́ καὶ εἰς τοῦτο εἶχε λόγον ἡ ἀπορία τους, τὴν ὁποίαν καὶ ἡ ἐλλογιμότης σας θέλει τὴν ἐξετάσει· ταύτην οὖν τὴν ἀπορίαν ἠξεύρωντας ἐγὼ, εἶχα προσαχθῇ διὰ νὰ ἔχω ἑτοίμην τὴν ἀπόκρισιν· ὅθεν καὶ εἶχα γράψῃ Ἰταλικῶς τὴν ἀπόκρισιν εἰς πλάτος, σχηματίζωντας πῶς ἡ ἐλλογιμότης σας ἀποκρίνεσθε εἰς ἐμὲ ὁποῦ σᾶς εἶχα ἐναντιωθῇ δῆθεν μὲ αὐτὴν τὴν ἀπορίαν πρὸ πολλοῦ, καὶ μοῦ εἴχετε ἀποκριθῇ Ἑλληνιστὶ, καὶ ἐγὼ τὴν ἐμεταγλώττισα δῆθεν, καὶ τοὺς τὴν παρασταίνω. ἡ ἀπόκρισις ὁποῦ ἔκαμα ἐστάθη αὕτη, ἐν συντομίᾳ γραφομένη ἐνταῦθα. ὅταν τὸ σ́ σημεῖον εἶναι ἀδιόριστον. ἀκολουθεῖ ὅτι καὶ τὸ φ́ νὰ εἶναι ἀδιόριστον κατὰ τὸν λόγον σας, καὶ ἀκολούθως ἡ ἀπὸ τοῦ ἀδιορίστου φ́ ἀγομένη φ́ ύ ἐνδέχεται νὰ περνᾷ διὰ τοῦ ρ́. ἀλλ᾽ ἐντὸς τούτου ἢ διὰ τοῦ ψ, ἢ διὰ τοῦ 5 δὸς εἰπεῖν, ἤγουν ὄχι διὰ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἀληθῶς διαγωνίων, ἀλλὰ εἰς ἄλλο σημεῖον τῆς σ́ ό. ὅταν οὖν δὲν ἀπεράσῃ διὰ τοῦ ρ́ ἡ φ́ ύ, ἐξ ἀνάγκης ἕπεται ὅτι ἡ αὐτὴ γραμμὴ δὲν μισεύει ἀπὸ τὸ



δίκαιον σημεῖον φ́, ἀλλ᾽ ἀπὸ τὸ αὐτὸ ἢ πλησιέστερον, ἢ ἀπώτερον ὂν τοῦ β́, καὶ ἑπομένως ἀκολουθεῖ νὰ μὴν εἶναι ἡ φ́ β́ ἴση τῇ β́ ό, ὅθεν οὐδὲ τὸ παραλληλόγραμμον δίχα διῃρημένον. ἀλλὰ μὴν ὁ ἐφευρετὴς τῆς μεθόδου δείκνυσιν, ὅτι ἡ φ́ ύ διαπερᾷ διὰ τοῦ ρ́, διὰ τῆς ἑξῆς εἰς ἀδύνατον ἐπαγωγῆς, καὶ οὐ διαπερᾷ οὔτε διὰ τοῦ ψ, οὔτε διὰ τοῦ 5. ἄρα ἡ φ́ ύ μισεύει ἀπὸ τὸ δίκαιον σημεῖον φ́, καὶ ἀκολούθως καὶ ἡ σ́ φ́ κάθετος πίπτει ἀπὸ τὸ δίκαιον σημεῖον σ́. τὸ γὰρ μὴ διαπεράσαι τὴν φ́ ύ διὰ τοῦ ρ́ εἶναι ἓν αἰτιατὸν ἐξ ἀνάγκης ἑπόμενον, ὅταν τὸ φ́ ᾖ ἢ ἀπώτερον τοῦ β́, ἢ πλησιέστερον, ὅπερ ἐστὶν ὡς αἴτιον προσεχὲς καὶ ἄμεσον, ἀλλαμὴν τὸ αἰτιατὸν οὐκ ἔστι (δείκνυται γὰρ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἐπαγωγῆς διαπερᾶν διὰ τοῦ ρ́) ἄρα οὔτε τὸ αἴτιον ἐστὶν ἐν ταύτῃ τῇ κατασκευῇ τῆς τοιαύτης μεθόδου, δηλαδὴ οὐκ ἔστι τὸ φ́ ἢ ἀπώτερον, ἢ πλησιέστερον τοῦ β́, ἀλλὰ τὸ δίκαιον καὶ ἀπαιτούμενον σημεῖον φ́, καὶ ἑπομένως καὶ τὸ σ́, ἐξ οὗ ἡ κάθετος εὑρίσκει τὸ φ́, ἐστὶ τὸ δίκαιον, καὶ ἀπαιτούμενον. Μὲ ταύτην τὴν ἀπόκρισιν ἀπεστομώθησαν, καὶ ἀφέθησαν νὰ προβάλουν αὐτὴν τὴν ἀνθίστασιν, καὶ ἔπεσον πλέον νὰ ἐξετάσουν τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, τὴν ὁποίαν ἐπεχειρίσθησαν νὰ ἐλέγξουν ὡς οὐκ ὀρθῶς ἔχουσαν, οὐκ οὔσης τῆς κατασκευῆς ὡς ἀπαιτεῖται, καὶ ὡς γενικὴν οὖσαν, καὶ ἄλλα τοιαῦτα, τὸ ὁποῖον διὰ νὰ δείξουν μοῦ ἔκαμαν ἕναν παραλογισμὸν διαβολικὸν, ὁποῦ δεν ἔχει λόγον, τὸν ὁποῖον εἰς τὴν ὥραν τοῦ μισεύματός μου ἀπ᾽ ἐκεῖ προχθὲς μοῦ τὸν ἔκαμναν, ὅταν ἐπῆγα νὰ τοὺς χαιρετήσω· ἐγὼ μετὰ ταυτα σκεψάμενος, ἔγνων πῶς παραλογίζονται. ὅθεν μετὰ τρεῖς τέσσαρας ἡμέρας ὁποῦ ἔχω νὰ ἐπιστρέψω σὺν Θεῷ πάλιν ἐκεῖ, ἔχω νὰ τοὺς ἐλέγξω τὸν παραλογισμόν των, καὶ νὰ ἰδῶμεν ποῦ τέλος πάντων θέλει ἐπακουμβίσουν. εἰς τὰ τοιαῦτα συχνάκις εὑρίσκομαι ἅγιε διδάσκαλε, καὶ διαλέγομαι ἀποκρινόμενος ὡς δυνατὸν, ἀμὴ τὶ νὰ κάμωμεν, ὁποῦ ὅ,τι εἰποῦν αὐτοὶ, καὶ ἂν εἶναι καὶ παράλογον, πάντες οἱ ἀκούοντες συγκατανεύουσι μὲ δίκαιον τοῦ αὐτὸς ἔφα. ἡμᾶς ὅμως τίς μᾶς ἀκούει, ἔσωντας νὰ εἶναι παρ᾽ αὐτοῖς περιφρονούμενοι εἰς τὸν παρόντα αἰῶνα οἱ Ἕλληνες. ἐστάλθη ἡ πρότασις καὶ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τὴν ἐν Παρισίοις, καὶ μετ᾽ οὐ πολλὰς ἐλπίζομεν ἐκεῖθεν κάμμίαν ἀπόκρισιν, καὶ ὅτι οἱ ἐκεῖθεν εἰποῦν, πλέον καὶ οἱ ἄλλοι θέλουν συγκατανεύσει. στέλλονται μετ᾽ οὐ πολλὰς καὶ τὰ πρὸς τὸν Εὔλερ, καὶ ὁ Θεὸς νὰ τοὺς φωτίσῃ νὰ κρίνουν ἀπαθῶς τὴν ἀλήθειαν. ἀμὴ τὶ δυνάμεθα νὰ κάμωμεν ἡμεῖς ἐν τῇ καταπτώσει τοῦ γένους ἡμῶν, καὶ ἐν καιρῷ ὁποῦ οἱ Ἕλληνες ζητοῦσι παρ᾽ αὐτῶν; εἶναι τινὲς ἐδῶ καὶ ἱερωμένοι, καὶ λαϊκοὶ μαθηματικοὶ ὁποῦ εἶναι ὑπὲρ ἡμῶν, καὶ τοὺς ἀκαδημιακοὺς κατηγοροῦσιν ὡς φθονεροὺς, καὶ ἐχθροὺς τῶν Ἑλλήνων, ἀμὴ τὶ δύνανται νὰ κάμουν; τώρα ὑπομονὴ, καὶ ὁ Θεὸς θέλει κάμει νὰ εὕγῃ ὁ κόπος σας μίαν φορὰν εἰς φῶς, συναγωνιζομένων καὶ ἡμῶν εἰς δύναμιν. τὴν ἔδειξα ἐν Βονωνίᾳ καὶ τῇ φιλοσόφῳ, μήπως αὐτὴ γένηται μεθ᾽ ἡμῶν, ἥτις ἐπαίνησε τὴν μέθοδον, ὅμως μοῦ ἀπεκρίθη, ὅτι ἔχει νὰ τὴν σκεφθῇ ἀκριβῶς· τῆς εἶχα δώσῃ ἓν χειρόγραφόν σας Ἑλληνικὸν ἀπ᾽ ἐκεῖνα ὁποῦ μᾶς ἐπέμψατε, καὶ τὸ ἀνέγνωσε θαυμασίως διὰ τὶ εἶχε σπουδάξῃ καὶ τὴν Ἑλληνικὴν διάλεκτον, καὶ ἀναγινώσκει, καὶ γινώσκει καὶ αὐτὸν τὸν Δημοσθένην. τοιαύτης ἀγχινοίας ἡ γυνὴ, μοῦ εἶπεν, ὅτι θέλει μοῦ ἀποκριθῇ τὴν γνώμην της μετὰ τὴν εἰς τὰ ἐκεῖσε ἐπάνοδόν μου. Τούτων οὕτως ἐχόντων, ἂς μὴν ὑποπτεύεται διὰ ἡμᾶς, διὰ τὶ οὔτε ἐπαυσάμεθα, οὔτε παυσόμεθα, καὶ ὑπερασπιζόμενοι τὸ πρόβλημα καὶ ἀγωνιζόμενοι. Συμπαθήσατέ μοι διὰ τὴν πολυλογίαν, καὶ διὰ τὶ δὲν γράφω ὡς πρέπει, ἔσωντας νὰ φροντίζω πάλιν τὰ τῆς ἀποδημίας διὰ τὴν Βονωνίαν, καὶ δὲν ἔχω καιρὸν νὰ γράψω οὔτε κἂν τῇ ἀγαπητῇ μοι αὐταδέλφῃ, ἡ ὁποία παρακαλῶ νὰ ἔχῃ παρ᾽ αὐτῆς τὴν εἴδησιν, ὅτι ὑγιαίνω, καὶ δεν τῆς γράφω, καιροῦ μὴ λαμβάνων, ὡσὰν ὁποῦ νύκτωρ καὶ μεθ᾽ ἡμέραν ἀγωνίζομαι νὰ τελειώσω τὸ ἔργον μου διὰ νὰ ἐλευθερωθῶ ὅσον τάχιστα, ὡσὰν ὁποῦ τὰ ἔξοδα ἐν Ἰταλίᾳ εἶναι ὑπέρμετρα, καὶ εἶναι χρεία νὰ ἔχῃ τινὰς πλοῦτον, διὰ νὰ δυνηθῇ νὰ τῇ ὑποφέρῃ. τοὺς περὶ ἐμοῦ ἐρωτήσοντας συγγενεῖς καὶ φίλους προσκυνῶ. ἂς ἔχωμεν καὶ αὖθις ἐφετὰ ἡμῖν γράμματα αὐτῆς, καὶ εἰς ὅσον δύναται ἂς μὴ λείπῃ νὰ ὑποστηρίζῃ τὸ πρόβλημα δι᾽ ὁποίων ἀναπτύξεων καὶ ἀποδείξεων τὴν φωτίσει ὁ Κύριος, καθὼς καὶ ἡμεῖς ὑπὲρ αὐτῆς ὄντες ἀεὶ δὲν παύομεν ὡς δυνάμεθα νὰ τὴν δεφενδεύωμεν· ὁ δὲ Κύριος διατηροίη αὐτὴν ὑγιαίνουσαν, εὐδαίμονα, καὶ μακρόβιον εἰς καύχημα τοῦ γένους.

Τῆς ὑμετέρας σοφολογιωτάτης Παναιδεσιμότητος.

Δοῦλος Εὐλαβὴς
Νικόλαος Κυριάκη Ζαρζούλης.

Viro egregio praestantissimoque Franciscus Maria Zanottus Bononiensis scientiarum Academiae S. P. D.

Inventum novum atque mirabile, quo geometriam augete, vir praestantissime, conatus es, ingenium tuum, tuamque praeclaram in geometricis rebus facultatem ostendis. Academia nostra Bononiensis, cui ego a secretis sum, tibi et de tuo ingenio gratulatus, et de egregia in se voluntate gratias agit. Ceterum quaestionem reconditissimam dirimere, et judicium suum ferre non audet. Idque sibi propositum habet ut in controversiis omnibus, praesertim talibus, se sustineat. Tu interim, vir praestantissime, tibi persuadea, velim, nos tuum ingenium vehementer admirari, studiumque fovere· utinam multi conatus tuos imitentur. Me in primis tuum habe. vale

Bononiae. prid. cal. Maïus A. MDCCLIV.

Ἀνδρὶ ἀρίσῳ, καὶ ἐξοχωτάτῳ Φραγγίσκος Μαρία Ζαννότης Σεκρετάριος τῆς ἐν Βονωνίᾳ τῶν ἐπισημῶν Ἀκαδημίας. εὖ Πράττειν.

Ἡ νέα, ϗ θαυμασία ἐφεύρεσις, ᾗ τὴν γεωμετρίαν αὐξῆσαι, Ἄνερ ἐξοχώτατε, ἐπειράσω, ἀγχίνοιαν τὴν σὴν, ϗ τὴν ἐν τοῖς γεωμετρικοῖς περιφανῆ σὴν δύναμιν ἀποδείκνυσιν. Ἡ ἡμετέρα Ἀκαδημία, ᾗ ἐγὼ ἐξ ἀποῤῥήτων εἰμὶ, σοὶ καὶ περὶ τῆς σῆς ἀγχινοίας συνήδεται, καὶ χάριτας ὁμολογεῖ τῆς πρὸς αὐτήν σου ἐξαιρέτου ἀγάπης. Τὸ μέντοι κρυφιώτατον ζήτημα διαλῦσαι, καὶ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κρίσιν ἐπαγαγεῖν οὐ τολμᾷ, ϗ τοῦτο ἔχει ἑαυτῇ προνενομοθετημένον, ὅπως πασῶν τῶν ἀμφισβητήσεων, ϗ μάλισα τοιούτων, ἐπέχῃ ἑαυτὴν, ϗ κωλύῃ. Σὲ δὲ, ἄνερ ἐξοχώτατε, βουλοίμην εἶναι καθ' ἑαυτὸν πεπεισμένον τὴν σὴν ἡμᾶς ἀγχίνοιαν λίαν θαυμάζειν, ϗ πρὸς σὲ σπουδὴν ϗ ἀγάπην θάλπειν ϗ τρέφειν. εἴθε πολλοὶ μιμοῖντο τὰ σὰ ἐγχειρήματα. ἐμὲ ἐν τοῖς πρώτοις τῶν σῶν ἔχε. Ἔῤῥωσο.

Ἐν Βονωνίᾳ τῇ προτεραίᾳ τῶν καλανδῶν Μαΐου. 1754.

Θεοφιλέστατε σεβασμιώτατε Θεοπρόβλητε καὶ σοφολογιώτατε δέσποτα τῆς ὑμετέρας θεοφιλοῦς σεβασμιότητος τὴν χαριτόβρυτον δεξιὰν εὐλαβῶς ἀσπάζομαι.

Τοὺς σεβασμίους ἀσπασμοὺς τοὺς ὁποίους ἡ ὑμετέρα θεοφρούρητος θεοφιλεία διὰ τῆς πρὸς τὸν ἐλλογιμώτατον Κύριον παπᾶ Πέτρον Μάνεσην ἐπισολῆς, μου ἀπέσειλεν, ἀντάμα μὲ τὴν τοῦ ἱερολογιωτάτου Διδασκάλου κυρίου Μπαλάνου ἐπισολὴν δεξάμενος, ὑπερβολικῶς ηὐφράνθην διὰ τοὺς ἀσπασμοὺς, επειδὴ ἐπληροφορήθην, ὅτι ἐνθυμᾶσθε ἀκόμι τὸν ταπεινόν σας δοῦλον, τὸ ὁποῖον εἶναι δόξα, τρυφὴ, ϗ χαρὰ ὑπέρμετρος ἐδική μου διὰ τὴν ἐπισολὴν, ἐπειδὴ ἀναγινώσκωντας τὰς τῶν ἐνσάσεων λύσεις, ἐκατάλαβα ποταπὸν φωσῆρα εἰς τὰς μαθηματικὰς ἐπισήμας τὸ ἡμέτερον ὀρθόδοξον γένος ἔχει, ἕτοιμον εἰς τὰς ἀνασκευὰς τῶν ἐνσάσεων, πρόχειρον νὰ λύσῃ κάθε δυσκολίαν, ἀρκετὸν νὰ πείσῃ ἴσως κάθε νοῦν, πῶς ὁ τρόπος, μὲ τὸν ὁποῖον εὑρίσκει τὰς δύο μέσους ἀναλόγους εἶναι ἄπταισος. Ἀλλ' ἐπειδὴ ὁ ἐδικός μου νοῦς ἐπειδὴ πολλαῖς φοραῖς ἀπὸ τὴν ἀνάλυσιν, πῶς ἕνα τέτοιον πρόβλημα νὰ λυθῇ μὲ ἕναν τέτοιον τρόπον εἶναι ἀδύνατον, ἀκόμι δὲν θέλει νὰ καταπεισθῇ, ἀκόμι ἔχει ταῖς δυσκολίαις του ϗ ἐνσάσεις εἰς αὐτὰς τὰς λύσεις πάλιν ἐπινοεῖ. ϗ διὰ νὰ μὴν κάμω ἐκεῖνο ὁποῦ ὁ σοφὸς Εὔλερ ἔκαμεν, ὁ ὁποῖος σιωπῶντας εἰς τὴν λύσιν τῆς ἐνσάσεώς του, ἴσως μὲ τὴν σιωπὴν ἀπεκρίθη, ἰδοὺ πῶς ἀποκρίνομαι· λύσει ὁ ἱερολογιώτατος τὴν ά. ἔνσασιν, λέγωντας (διὰ νὰ εἰπῶ συντόμως τὸ νόημά του) πῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ λυθῶσι διὰ τῆς ἀναλύσεως πάντα τὰ γεωμετρικῶς προβαλλόμενα. πλὴν ἂς σημειώσῃ πῶς ὅλοι ὅσοι σπουδάζουν ϗ καταγίνονται εἰς τὴν ἀνάλυσιν, λύουν ἀναλυτικῶς, ὅσα συνθετικῶς δηλ. γεωμετρικῶς προβάλλονται ϗ εὐκολώτερα, ϗ συντομώτερα· ϗ δὲν εἶναι πρόβλημα εἰς τὴν Γεωμετρίαν τὸ ὁποῖον ἀναλυτικῶς νὰ μὴν διαλύεται, καθὼς ϗ εἰς τὰ περὶ ἀναλύσεως βιβλία φαίνεται. προσέτι λύονται τῇ δυνάμει τῆς ἀναλύσεως ϗ τοῦ λογισμοῦ τῆς ὁλοκληρίας κάποια προβλήματα, τὰ ὁποῖα μόνῃ τῇ δυνάμει τῆς συνθέσεως ἢ ἀδύνατον, ἢ δυσκολώτατον εἶναι νὰ λυθῶσιν. Ὅσα δὲ

προβλήματα ἀδύνατον εἶναι νὰ λυθῶσι καθὼς εἶναι ὁ τετραγωνισμὸς τοῦ κύκλου, ϗ ἄλλα ὅμοια, φανερὰ μᾶς τὸ παρασαίνει ἡ ἀνάλυσις· ϗ ὅσα πάλιν μερικῶς ϗ ὄχι γενικῶς καθὼς εἶναι τὸ ἀνὰ χεῖρας πρόβλημα, διαῤῥήδην μᾶς τὸ δείχνει, παρασαίνωντάς μας προσέτι: Πῶς ὄχι δὶ εὐθείας ϗ κύκλου, ἀλλὰ δὶ εὐθείας ϗ παραβολῆς, ἢ διὰ κύκλου ϗ παραβολῆς, ἢ δὶ εὐθείας ϗ ὑπερβολῆς τὸ τοιοῦτον λύεται, ϗ ἔτζι κάνει εἰς ὅλα τὰ ἄλλα προβλήματα, δείχνει δηλ. μὲ ποῖα σχήματα τὸ πρόβλημα λύεται. Ὁπόταν δὲ ἀναλυτικῶς τὰ προβλήματα δοκιμάζωνται ἀνίσως ἡ ἐξίσωσις ὁποῦ εὑρίσκεται ἀληθεύει εἰς κάθε ὑπόθεσιν, ἡ λύσις γενικὴ εἶναι, καὶ τὸ πρόβλημα γενικῶς ἐλύθη, ἀνίσως δὲν ἀληθεύει εἰς κάθε ὑπόθεσιν, καθὼς εἰς τὴν παροῦσαν μέθοδον ἔδειξε, ἡ λύσις δὲν εἶναι γενικὴ, ϗ ἑπομένως οὔτε ἀληθής· ϗ ταῦτα περὶ τῆς ά. λύσεως. Ἐρχόμενος δὲ εἰς τὴν β' λύσιν, ἐπειδὴ βλέπει τὸ ἄτοπον ὁποῦ συμπεραίνεται, μου ὁμολογεῖ, πῶς ἡ βφ εἶναι πολλῷ μείζων τῆς βο, ϗ ὁμολογῶντας ἐτοῦτο, ἐπειδὴ βλέπει, πῶς εἰς τὸ διάγραμμα ὁποῦ ἐτυπώθη, πλέον δὲν συμπεραίνει τὸ ἄτοπον, ὁποῦ εἶχε σκοπὸν νὰ συμπεράνῃ, διὰ τὸ νὰ ἔπεσε τὸ τρίγωνον ρ3ο γράφει ἄλλο διάγραμμα ϗ μου σέλνει, διὰ νὰ κατασκευάσῃ τὸ τρίγωνον· καὶ κατασκευάζει βέβαια τὸ τρίγωνον, ἀλλὰ τὸ ἄτοπον δὲν συμπεραίνεται· ἐπειδὴ ἐπάνω εἰς ταῖς β3, β4 ταῖς ἴσαις δὲν συνίσανται παντελῶς τρίγωνα διὰ νὰ δείξῃ τὰς γωνίας ρ4β 3β ἴσας, ϗ διὰ τὸ νὰ εἶναι ἴσαι ϗ αἱ ρ2β, ροβ, ϗ αὐτὴ ἡ ρ2β ἴση τῇ 3β, ἑπομένως νὰ συμπεράνῃ τὸ ἄτοπον· ὅθεν βλέπωντας, πῶς δὲν συμπεραίνεται παντελῶς τὸ ἄτοπον ὁποῦ ζητεῖ ἐσοχάσθηκα μήπως ϗ εἶναι σφάλμα εἰς τὴν ἐπισολήν του, ϗ ἀντὶς νὰ εἰπῇ εἰλήφθω ἡ φ3 ἴση τῇ ο4, εἶπεν εἰλήφθω ἡ 23 ἴση τῇ ο4 ἐπειδὴ ἀνίσως ϗ ληφθῇ ἡ 3φ, ἴση τῇ ο4, τότε γίνονται αἱ δύο 3ω, ω4 ἴσαι, διὰ τὸ νὰ εἶναι ἴση ἡ φω, τῇ ωο· ὅθεν ὡς εἰς τὰ δύο τρίγωνα 3ω ω4 δείχνονται ἴσαις ἡ γωνίαις 3ω, 4ω, ϗ ἑπομένως συμπεραίνεται τὸ ἄτοπον ὁποῦ ζητεῖ· ἀλλὰ ϗ ἂν ἔτζι ἤθελε γράψῃ· λέγω πῶς ἡ 3 ἡ παραλλήλως τῇ φ2 ἀγομένη, οὔτε ἐκτὸς τοῦ ν καθὼς ὑποθέττει, οὔτε ἐπὶ τὸ ν, ἀλλὰ πίπτει ἐπὶ τὸ φ ϗ πίπτωντας ἐπὶ τὸ φ ἐπειδὴ ἡ φω εἶναι ἴση μὲ τὴν ωο, ἂν προσθέσῃ εἰς τὴν ωο μέρος τι, οἷον τὸ ο4 δὲν κάνει ἐπ' αὐτὰς ἴσα τρίγωνα διὰ νὰ δειχθοῦν ἴσαις ἡ γωνίαις φω, 4ω, ὥσε ὁποῦ διὰ νὰ γενοῦν ἴσα τὰ τρίγωνα, πρέπει νὰ ταυτισθῇ ἡ ρ4 μὲ τὴν ρο, ϗ πάλιν ἐγκρεμνίσθη τὸ τρίγωνον, ὁποῦ ἐκατασκεύασε ϗ πίπτωντας τὸ τρίγωνον δὲν συμπεραίνει ἄτοπον, ϗ μὴν συμπεραίνωντας ἄτοπον, πάλιν λέγω πῶς τὸ λ εἶναι τὸ κέντρον, ϗ ὄχι τὸ ρ· ϗ ἐπειδὴ δὲν εἶναι τὸ ρ, δὲν εὑρέθηκαν αἱ δύο μέσοι ἀνάλογοι. Προσθέτει εἰς τὴν αὐτὴν λύσιν, πῶς ἠμπορεῖ νὰ δειχθῇ ἡ μο ἴση τῇ λφ, ἀλλὰ ϗ ἂν δειχθῶσιν, ἴσως πάλιν ἀπορίαι καὶ δυσκολίαι εἰς αὐτὴν τὴν δεῖξιν γεννῶνται. Καὶ ταῦτα περὶ τῆς β'. Λύει τὴν γ'. λέγωντας, πῶς οἱ παῖδες τῶν Γεωμέτρων κέχρηνται τῇ παρ' αὐτοῖς λεγομένῃ γεωμετρικῇ πτώσει· ἀλλ' ἂς ἔχει εἴδησιν ὁ Ἐλλογιμώτατος ἱεροδιδάσκαλος, πῶς τέτοιους παῖδας δὲν τοὺς ἐγνωρίζω, ϗ ἂν τοὺς ἐγνώριζα ἤθελα νὰ τοὺς εἰπῶ. Τί ὦ καλοὶ παῖδες διὰ τί δὲν ἀκολουθεῖτε, ϗ διὰ τί δὲν μιμᾶσθε τὸν πατέρα σας τὸν Εὐκλείδην; ϗ νὰ τοὺς εἰπῶ ἤθελα, σοφοὶ παῖδες ἀνίσως ϗ μὲ τὴν κατασκευὴν τὴν ὁποίαν ἐκάμετε, διὰ τῆς αὐτῆς, εἶναι ἀδύνατον, ἢ εἶναι δύσκολον νὰ γένῃ ἡ ἀπόδειξις, μίαν τέτοιαν κατασκευὴν διὰ τί τὴν ἐκάμετε; εἰς τὰ προβλήματα ἡ κατασκευὴ εἶναι ὁδὸς, διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον, ϗ ἂν ἐκείνη εἶναι ἡ ὁδὸς τῆς εὑρέσεως, ἐκείνη ἀναμφιβόλως ἔχει νὰ εἶναι ἡ ὁδὸς ϗ τῆς δείξεως, ϗ ὁπόταν δὲν ἠμπορεῖ νὰ δείξῃ ἐκεῖνο ὁποῦ εὕρηκε, φανερὸν εἶναι, πῶς μήτε νὰ τὸ εὕρῃ δὲν ἐδυνήθη· ϗ νὰ τοὺς ἀποπροσθέσω ἀκόμη ἤθελα, πῶς ἂς ἐνθυμηθοῦν, ὅτι μὲ αὐτὴν τὴν κατὰ πτῶσιν κατασκευὴν ἀπομένει πάντοτε τὸ εὑρεθὲν ἀόρισον· διὰ τὸ νὰ μὴν εἶναι λόγος ὁποῦ νὰ μᾶς βιάζῃ νὰ λάβωμεν ἐκείνην τὴν γραμμὴν, φέρ' εἰπεῖν τὴν εὑρεθεῖσαν βο, ἢ νὰ λάβωμεν ἄλλην πρὸς ἀρέσκειαν, φέρ' εἰπεῖν τὴν βξ, ἢ βδ. Καὶ ταῦτα περὶ τῆς γ'. Λύει δὲ τὴν δ'. λέγωντας· ἡ δὲ τετάρτη ἔνσασις μικρόν τι δύναται ὡς προείρηται, διὰ νὰ μὴν εἰπῶ οὐδέν· ἑκάσῃ γὰρ τῶν ἐπισημῶν, ἐξόχως δὲ ἡ Μαθηματικὴ, ἐκ τῶν οἰκείων ἀρχῶν, ἀξιωμάτων τε καὶ ὑποθέσεων ἔχει τὸ πισὸν, ϗ οὐδεῖ τῆς συναντιλαμβανομένης, ἀρχιτεκτονικὴ οὖσα, καὶ ὑπερβεβηκυῖα· ἀλλ' ἂς ἐνθυμηθῇ ἡ Ἱερολογιότης του, πῶς ἡ ἀνάλυσις μία ϗ αὐτὴ ἐπισήμη εἶναι μὲ τὴν γεωμετρίαν, ταῖς ἰδίαις ἀρχαῖς, τὰ αὐτὰ ἀξιώματα, ϗ τὰς αὐτὰς ὑποθέσεις ἔχει, ϗ κατ' οὐδὲν τῆς Γεωμετρίας διαφέρει, εἰμὴ μόνον ὅτι ἡ μὲν ἀναλυτικῶς ϗ συντόμως ὁδεύει, ἡ δὲ συνθετικῶς ϗ ἐκτεταμένως· καὶ διὰ τοῦτο ἡ μὲν ἀνάλυσις, ἡ δὲ σύνθεσις παρὰ πάντων καλεῖται· καλεῖται δὲ ἡ αὐτὴ ἀνάλυσις ϗ Γεωμετρία ὑψηλοτέρα, ϗ Γεωμετρία ἁπλῶς, μέθοδος τοῦ εὑρίσκειν, ϗ μὲ τὸ Ἀραβικὸν ὄνομα Ἄλγεβρα· ὥστε, ἐπειδὴ δὲν διαφέρει ἀπὸ τὴν Γεωμετρίαν, καὶ μᾶς δείχνει, πῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ τοιούτης λογῆς ἕνα τέτοιον πρόβλημα· ἄρα ἀδύνατον εἶναι ϗ δὲν εὑρέθη· ἂς σημειώσῃ προσέτι ὁ Ἱερολογιώτατος, πῶς ἂν λέγεται ἡ ἀνάλυσις εἰδεική, λέγεται, ὄχι διὰ τί δὲν λύει γενικῶς κάθε πρόβλημα, ἀλλὰ διὰ τί μεταχειρίζεται τὰ στοιχεῖα, τὰ ὁποῖα εἴδη ὁ Καρτέσιος ὠνόμασε· ϗ ταῦτα περὶ τῆς δ'. Ἂς συγχωρήσῃ σὲ παρακαλῶ ὁ Ἱερολογιώτατος διδάσκαλος τὸ πεῖσμα μου, ϗ ἂς θεωρήσει ἀκριβῶς, ἴσως δὲν τὸ εὕρῃ πεῖσμα, ἀλλὰ ἀλήθειαν, ϗ πεισθεὶς, θέλει τοῦ ἀπομένει ἡ δόξα ϗ ἡ τιμὴ, ὡσὰν ὁποῦ ἐκοπίασε τόσον διὰ ἕνα τέτοιον πολυθρύλλητον, ἀλλὰ ἀδύνατον, καθὼς ἀπέδειξα, πρόβλημα· ἐπειδὴ τὸ νὰ ἐκοπίασε διὰ αὐτὸ εἶναι τιμὴ ϗ ἔπαινος, τὸ δὲ νὰ τὸ θέλῃ ἄπταιστον, συμὰ εἰς τοὺς Μαθηματικοὺς, ϗ ἂς μὴν τὸ πιστεύσει, δὲν εἶναι ἐπαινετόν· ϗ ταῦτα μὲν περὶ τῶν ἐνστάσεων, καθὼς ἡ ἐνεστῶσα τοῦ θέρους ὑπερβολικὴ καῦσις μοῦ ἐσυγχώρησεν. Ἡ δὲ ὑμετέρα θεοφύλακτος σεβασμιότης, ἂς μὲ ἠξεύρει ὅλον ἐδικόν της ϗ ἕτοιμον εἰς τὰς προσταγὰς αὐτῆς.

Ἐκ Κερκύρας αψνς. Ἰουλίου κ'.

Μικηφόρος Θεοτόκης ὁ ταπεινὸς Ἱερομόναχος.

Τρύφωνι τῷ Πανοσιωτάτῳ Συγκέλλῳ τῆς Ἰωαννίνων Ἐκκλησίας καὶ σοφολογιωτάτῳ Διδασκάλῳ, Εὐγένιος Ἱεροδιάκονος ὁ Βούλγαρις τὴν ἐκ κέντρου ψυχῆς ἀδελφικὴν πρόσρησιν.

Εἰ οὗτος εἰλικρινοῦς φιλίας ἔλεγχος ἀκραιφνὴς, πάθος ἀντιδιδόμενον, ϗ τῆς παρ' ἄλλον εὐνοίας ἡ πρὸς ἐκεῖνον αὐτοῦ, μάρτυς ἑκάστῳ ἐχέγγυος, ἔχοις ἂν ἄρα, ἐξ ὧν περὶ ἡμᾶς πάσχειν ὁμολογεῖς, οὐκ ἐλλιπῆ ϗ παρ' ἡμῶν τῆς ἀγάπης τὴν ἀντιμέτρησιν. Πείθεις δὲ ϗ ἡμᾶς αὐτὸ, φασὶ, πεπεισμένους ἐφ' οἷς πεπόνθαμεν. Οὐ γὰρ οὐδ' ἡμῖν δηλονότι ποτὲ τοῦ θαυμαστοῦ Τρύφωνος, οὐδὲ μνεία ἐπέρχεται, οὐδὲ λόγος γίνεται πρὸς τοὺς ἐντυγχάνοντας, μὴ παρ' αὐτὸ τὴν ψυχὴν πρὸς τὸ ἥδιστον διατιθεμένοις. Ἀλλ' ὁ ἐν τῷ κρυπτῷ ἡμῶν ἄνθρωπος αὐτίκα τοῖς πᾶσιν ἐπίδηλος, ϗ ἡ διάχυσις οὐκ ἀφανὴς, ϗ ἐκ τοῦ περισσεύματος τῆς καρδίας οἱ λόγοι. Καὶ ὅλως, πόθου τινὸς οὐκ ἀσήμου τοῦ περὶ τὴν σὴν λογιότητα, ἀκριβῆ πανταχόθεν ἡμῖν ἐπιφαίνεται τὰ γνωρίσματα, ὡς ϗ αὐτοῖς, εἴ τισι ϗ ἄλλοις, τὸ τοῦ Ἀσκραίου Ποιητοῦ πεφωρᾶσθαι ψευδόμενον, τοὺς ὁμοτέχνους ἀντιτέχνους καλέσαντος. Ἀλλὰ τὸ μὲν τῆς φιλίας τῆς πρὸς ἀλλήλους, οὕτως ἰσοῤῥόπως ἔχει ὡς εἴρηται, ϗ δὴ καὶ ἔχει καὶ ἑξῆς διὰ βίου, οἷόν τι φυτὸν γενναῖον, ἀπὸ τῆς κατὰ τὴν φιλοσοφίαν ϗ τότε φυταλιᾶς εἰς βάθος ἡμῖν ῥιζούμενον, ϗ εἰς ὕψος κομῶν ϗ θάλλον, ϗ ταῖς διὰ γραμμάτων διακαέσιν ἀρδείαις ἀμοιβαίοις προσταβρυνόμενον. Τὸ δὲ τοῦ θρυλλουμένου προβλήματος εὕρημα, ἐπεὶ ϗ τοῦτο διαπυνθάνῃ, πῶς ἄρα ἡμῖν ἀπήντηκεν, ἐρῶ. Λέξω δὲ οὐκ ἄκων (τοῦτο δὴ τὸ φερεκράτειον.)

. . . . Σοί τε γὰρ κλύειν,
Ἐμοί τε λέξαι, θυμὸς ἡδονὴν ἔχει.

Ἀλλὰ μικρὸν ἄνωθεν ἑλόντα, οἷά μοι πρὶν ὑποστῆναι ἐγένετο, τὸν νῦν ἀτεχνῶς κατῳκισμένῳ, ϗ μόνον οὐκ ἀπειρηκότι ἐπὶ τῇ προσδοκίᾳ τοῦ κρυπτοδεικνυμένου εἰς τόδε σκέμματος. Καὶ μὴν, ϗ ἅττα περὶ αὐτὸ, μακρὸν ἐλιννύοντι ϗ σφαδάζοντι τὴν ψυχὴν, ὡς εἰκὸς, ὑπόληπτο, προεκθέσθαι ἴσως οὐκ ἄσκοπον. Οὐ γὰρ χθὲς ἡμῖν, οὐδὲ πρώην τὰ ὦτα ἡ τῶν δύω μέσων ἐθρόησεν εὕρεσις· ἐνιαυτοὶ δὲ ἤδη παρήλασαν πλέον ἢ πεντεκαίδεκα, ἐξ ὅτου γε ἡ περὶ αὐτῆς διαῤῥεύσασα φήμη, ἐνῆγε μὲν εἰς τὸ θαυμάζειν ϗ ἡμᾶς ἐπ' αὐτῇ, οὐ παρεῖχε δὲ μαθεῖν τὴν ἐπίνοιαν. Ἐτηρεῖτό γε ἐν ἀποῤῥήτοις τὸ πρᾶγμα, ἐπεὶ μήπω τοῖς τυχοῦσιν ἐδόκει δημοσιεύεσθαι. Καὶ τισὶ μὲν, ὡς δῆθεν τὰ τοιαῦτα τετελεσμένοις οὖσί τε, ϗ ἀξίοις ἀνεκοινοῦτο· ἡμῖν δὲ ἄρα ὡς ἀμυήτοις τισὶ ϗ βεβήλοις, οἷς οὐ θεμιτὸν ἦν εἰς τὰ ἄδυτα ταῦτα παρακύπτειν, πᾶσα μὲν θύρα ἐπετίθετο, πᾶσα δὲ θέα ἀπείργετο. Ἐκ τούτου, πῶς οἴει; Παντοῖος ἐγινόμην ἐγὼ, ϗ μηδὲν ἔχων ὅ, τι ϗ δράσω, ἄλλοτε ἄλλως ὡς ἐπὶ πεττείας τὰς κρίσεις μετέπιπτον. Καί ποτε ϗ μεταξὺ ὑπενόουν, μὴ ϗ κόμπος τις εἴη κενὸς ϗ ψευδὴς ὁ πολὺς θροῦς ἐκεῖνος, ἀκούων μὲν ὑπὸ πολλῶν διακωδωνιζομένην τὴν εὕρεσιν, ὁρῶν δ' εἰς τοσοῦτον ὑπερτιθεμένην αὐτῆς τὴν ἐπίδειξιν. Καὶ ταῦτα οὐδ' αἰτίας τινὸς οὔσης, ἐξ ἧς ἂν τὰ τῆς ἀναβολῆς σχοίη τὸ εὔλογον. Εὑρεθέν γε, οὐδὲ λόγος ἔδει πολλῶν ϗ περιττῶν, ὥστε ἐκδοθῆναι τὸ γράμμα.

Τὰς μὲν γὰρ ἄλλας τῶν συγγραφῶν, ὅσαις τῷ τῆς διασκευῆς ἐντέχνῳ, ϗ ῥυθμῷ λέξεως, ϗ τῷ ἄλλῳ πλούτῳ τῆς κατὰ τὴν ῥητορείαν δυνάμεως, ἐπανθεῖ τὰ τῆς χάριτος, εἰκὸς ϗ μακροτέρας δεομένης τῆς τημελείας, μὴ οὕπω ταχὺ εἰς τὸ μέσον ἐκφέρεσθαι. Καὶ τάχα συγγνωστέον μὲν τῷ Ἰσοκράτει, τὸν δεκαέτην πανηγυρικὸν διαγλύφοντι ϗ τορεύοντι, συγγνωστέον δὲ ϗ Πλάτωνι τῷ κτενίζειν τε ϗ βοστρυχίζειν, ϗ πάντα τρόπον ἀναπλέκειν τοὺς διαλόγους τοὺς αὐτοῦ, ἄχρι γήρως μὴ διαλείποντι. Προβλήματος δὲ Γεωμετρικοῦ ἡ μὲν ἔκθεσις ἁπλῆ, ἡ δὲ φράσις ἀκόριτος, ἡ δὲ λέξις ἀφελής. Καὶ ἅμα νοῦς τ' ἐπεβάλλετο, ϗ λόγος ἐξεῖπε, γυμνοῖς τῶν ἐννοιῶν τοῖς συμβόλοις χρησάμενος· ταῦτ' εὖ εἰδότι παρῆν ἐνδοιάζειν, ὡς εἴρηται, τεκμήριον τῆς ἀποτυχίας ποιουμένῳ τὴν τῆς μεθόδου διὰ μακροῦ ἀποσίγησιν. Ἐπεὶ δὲ ἡ τῆς εὑρέσεως φήμη συμπρεσβεύουσα τῷ χρόνῳ μᾶλλον ἐῤῥώννυτο, ϗ ἐδόκει ἤδη τοῦ μοδίου ὑποξενεθέντα τὸν λύχνον, ἐπὶ τὸ λυχνίον τεθεῖναι. Καὶ λοιπὸν ἦν ὡς ἐλέγετο, τῶν κατὰ τὰς ἐν Εὐρώπῃ περιβλέπτους Ἀκαδημίας λυχνώνων τινὸς, ἐν καλῷ ποι ἱδρυθῆναι, ὡς ἂν ᾖ τοῖς πᾶσι περίοπτος. Ἢ κᾂν τῇ, παρὰ τῷ τ' ἀληθῆ ὑμῖν ἐξιστορηκότι ἐκείνῳ, λυχνουπόλει, οἷα δὴ πολίτην ἄξιον ὄντα, πολιτογραφῆναι, ἐντεῦθεν κἀμοὶ ἡ ψῆφος ἐλευκαίνετο, συνεκνικώσης τῷ θρυλλιστῆς Κρίσεως. Οὐδέ γε εἰκὸς ἦν, τῶν ἄλλων, ἐν μυριαγωγοῖς σοφίας ὁλκάσι, πρύμναν ἀνακρούεσθαι λεγομένων, ἡμᾶς τῷ ῥοδίῳ μὴ ὑπενδιδόναι· μόνους δὲ αὐτοὺς τολμᾶν, ἐν Ἀκατίῳ οὕτω σμικρῷ ναυτιλλομένους, πρὸς κῦμα τοσοῦτον ἀντεξετάζεσθαι, τὸ μέν γε ὕποπτον, ἐφ' οἷς μὴ λόγος ἐπαυγάζει σαφὴς, φιλόσοφον· τὸ δὲ ϗ ὑπερδιατείνεσθαι πάντῃ μὴ οὕτως ἔχειν, ἐπεὶ μὴ σφίσι δοκεῖ, ϗ ταῦτα οὐκ ὀλίγων, οὐδ' ἀσήμων τινῶν ὄντων τῶν συνηγορούντων, ἴσως ἀβέλτερον, ϗ τρόπου δεινῶς ἐθελοκακοῦντος ἴδιον. Τοιγαροῦν καὶ θαυμάζειν μάλα ἐνδίκῃ εἶχον τὸν ἄνδρα, ϗ ἐπὶ τῇ λεπτότητι τῶν φρενῶν ἐμακάριζον, ϗ τὸ ἐπινοηθὲν ἄξιον εἶναι τῆς Πυθαγορικῆς ἔγραφον βουθυσίης. Καὶ χαιρόντων ἤδη, κατ' ἐμαυτὸν ἔφασκον, μᾶλλον δὲ ὑπ' αἰσχύνης ἑαυτοὺς καλυπτόντων οἱ περὶ Εὔδοξον, ϗ Ἀρχύταν, ϗ Μέναιχμον, ϗ Διοκλεῖς ἐκεῖνοι, ϗ Νικομήδεις, Ἥρωνές τε, ϗ Ἀπολλώνιοι, ϗ Πάπποι, ϗ Σπόροι, καὶ Πλάτωνες αὐτοὶ οἱ δαιμόνιοι· ὧν οἱ μὲν εἰς ὀργανικὰς, ϗ μηχανικὰς κατασκευὰς τὸν τοῦ στερεοῦ διπλασιασμὸν ἀπάγειν ἐπιχειροῦντες, ϗ μεσολαβίοις τισὶν ἐπὶ τούτῳ ἐντέχνοις χρώμενοι, οἱ δὲ διὰ τῶν στερεῶν καλουμένων τόπων φερόμενοι, οἱ δὲ διὰ τῶν ἐπιπέδων, οἱ δὲ κινήσεις συμπλέκοντες, οἱ δὲ κύκλους περιγράφοντες, ϗ ἑνί γε τούτῳ ἕκαστος τῷ τρόπῳ, τῆς τῶν ἐν δυσὶ δεδομέναις ἀκρότησι, δυεῖν ἐφεξῆς μέσων, ἐπιτυχίας τὴν ἀπόπειραν λαβόντες (1), ὅσον γε τείνει εἰς Γεωμετρικὴν φάναι ἀκρίβειαν, οὐδὲν ὤνηνταν. Ἀμέλει τοι ϗ πλεῖον τοῦ Πλάτωνος ὧδε. Καὶ ἄλλος μὲν, ἄλλο τι τῶν καλῶν ἤνεγκε χρόνος, ὁ δὲ καθ' ἡμᾶς τὸ κάλλιστον τοῦτο, περὶ ὃ τοσοῦτοί τε ϗ τηλικοῦτοι πολλὰ ὠδύναντες, ὑπηνέμιον ἡμῖν τὸ ᾠὸν τετόκασι. Ταῦτά μοι ἦν, ϗ τὰ ἐπὶ τῆς δευτέρας ψήφου ἐπιφωνήματα, λαμπρὰ μὲν καθ' ἑαυτὰ, οὐ πάνυ δὲ πόῤῥω τυχὸν τῆς ἀξίας ἐπιβοώμενα, εἰ μόνον μὴ τῷ Ἑρμεῖ ψευδομένῳ ἐξ ἀτυχίας ἀπαντῆσαι ἡμῖν ἐγένετο. Ἀλλ' ἔστι τῷ ὄντι τὸ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐκ φήμης δικάζειν ἐπισφαλὲς, ὥσπερ δὴ ϗ τὸ, φάτιν οὔτι θέμις ψεύδεσθαι θεὸν οὖσαν, ψευδόμενον. Ὅρα γὰρ ὡς παλίμβολος ἐγώ σοι γίνομαι δικαστὴς, ἑτεροῖος σοι τὴν κρίσιν. νέον φαινόμενος, ἢ ὁ πάροιθεν. Καὶ χάρις σοι ὦ φιλότης ὅτι πέμψας τὸ γράμμα, ἔξω γενέσθαι τῆς ἐξαπάτης ἡμᾶς ἐποίησας. Ἀνέγνων γε αὐτὸ, ϗ μὴ καταγνῶναι, οὐδ' ἂν ὅτι πολὺ βουληθείην, οὐκ ἔσχον. Οὐ κότει μοι τῆς Πυθαγόρου κλεινῆς βουθυσίης τὸ ἔργον ἄξιον, τῇ δὲ τοῦ Αὐγείου μᾶλλον βουστασίῃ κρίνεται παραπλήσιον. Παρ' ὅσον, οὐθ' Ἡρακλέους τινὸς ἆθλος, ἡ τούτου κάθαρσις ἀλλὰ ϗ τοῦ τυχόντος τὴν ἐν τοῖς Γεωμετρικοῖς μαθήμασι δεξιότητα. Παραλογισμός γε ἐστὶ σαφὴς ὁ ἐκδοθεὶς, ϗ τῶν πάνυ ἀφελῶν, ὑφ' οὗ μόνος ἄν τις παρακρουσθείη ἀρτιμαθὴς ὢν τὰ τοιαῦτα, ὃς ἀκμὴν ἀνέφυσεν ὀδόντας, ἤ, τῶν οὓς ἐδίδαξαν, εἰ τύχοι, ἀριστερὰ γράμματα μοῦσαι. Παραλογισμὸν δὲ λέγοντι, τοσούτου μοι ἀποδεῖ τοῦ ἀπόδειξιν ὀνομάζειν, ὅσον οὐδὲ ταῖς μηχανικαῖς τῶν ἐπινοιῶν τὴν φερομένην τάξοιμι ἂν ἐνάριθμιον. Ἐκεῖναι ϗ γὰρ, εἰ καὶ μὴ ἐπιστημόνως χωροῦσιν, ἀλλ' ἀληθεύουσιν. Αὕτη δὲ, ἐπὶ σαθροτάτοις θεμελίοις τοῖς τοῦ ψεύδους, κρηπιζομένη, ὅσον οὐρανὸς ἄπεστι γαίης, τοσοῦτον τῆς ἀληθείας ἀποπεπλάνηται. Καὶ οὐδ' ὅτι μηχανικὴ ἡ εὕρεσις, ὁ

---

(1) Παρ' Εὐτοκίῳ ἐν τοῖς εἰς τὸν Ἀρχιμ: Θεωρ: α. βιβλ: β: περὶ Σφαίρ: ϗ Κυλίνδρ.

ἐκδοὺς ἀκούειν, ἐρεῖς, ἀνέχεται, πολλοῦ γ' ἂν δεήσειε τοῦ ψευδομένην ὁμολογῆται. Τί θαυμαστόν; τοῦτό τοι τῶν παραλογιζομένων τὸ πάθος, τὸ μηδὲ συνορᾶν ἔχειν τὴν ἀπὸ τοῦ ὀρθοῦ λόγου παρατροπὴν αὐτῶν, καὶ ἀπόπτωσιν. Οὓ δὴ καὶ οἱ παρακεκινημένοι τὰς φρένας πάσχουσιν, οἳ παρανοοῦντες καὶ παραπαίοντες, πᾶν ὁτιοῦν, ἢ τοῦτο, ἑαυτοὺς πείθουσιν. Οἰόμενοι γὰρ αὐτοὶ σωφρονεῖν, ἔπειτα τοῖς ὑγιαίνουσι λαμπρὰν τὴν μανίαν ἐπιγελῶσιν, ἢ καὶ ἐπιδακρύουσιν. Ἀλλὰ γὰρ πότερος ἡμῶν τοῦ καρκίου, φασὶν, ἐπεδράξατο, ἄλλοι ἐπιδικάσονται. Πολλοὶ δὲ καθ' ἡμᾶς καὶ τῶν Ἑλλήνων εἰσὶν οἷς σπέρματα λόγων τῇ προνοίᾳ ἔδοξε καταθέσθαι τῶν Ἀττικῶν οὐ λειπόμενα. Οὗτοι γοῦν ἀμφοτέρων ὥσπερ ἀντιδίκων (ὡς Ἀριστοτέλης φησὶ (1)) τοὺς λόγους ἐτάσαντες, τὴν δικαίαν εὖ οἶδ' ὅτι ἐποίσουσι. Πρὸ δὲ πάντων αὐτοῖς ἐπιψηφιεῖ, ὃς οὐδενὸς δεύτερος εἶ τὴν περὶ ταῦτα τριβὴν καὶ δεινότητα. Ἡμῶν δ' ἂν εἴη τὴν ᾗ προσώκειλεν ὕφαλον ὁ θαυμαστὸς Γεωμέτρης, πλησίσιος οὐριοδρομῶν, ὡς ᾤετο, στῆσαι κατάδηλον, ἀνάγκαις, ᾗ φασὶ, γραμμικαῖς, ταυτὸν εἰπεῖν, λόγοις ἀναντιῤῥήτοις, τὴν ἀπάτην ἀνακαλύψαντας. Ἄτοπον γὰρ ἐπιεικῶς κατὰ τὸν παρὰ τῷ Χαιρωνεῖ Χρύσιππον (2), τὸν ἐναντίον λόγον οἰομένους δεῖν τιθέναι μὴ μετὰ συνηγορίας, ἀλλ' ὁμοίως τοῖς δικολόγοις κακοῦντα, ὥσπερ οὐ πρὸς τὴν ἀλήθειαν, ἀλλὰ περὶ νίκης ἀγωνιζομένους, οὕτω τιθέναι. Καίγε ἐκείνη ἔρις κακίστη ἴσην μὲν τὴν ἔριν ἀντιφυτεύουσα, μηδὲν δὲ τὸ παράπαν εἰς πορισμὸν γνώσεως συνεισφέρουσα. Ἀγαθὴ δ' ἔρις ἥδε βροτοῖσιν, ἡ κατὰ λόγον καὶ μετὰ λόγου συνισταμένη, καὶ τὴν μὲν ἄγνοιαν θατέρου πάντως τῶν ἐριζόντων ἀποσκεδάζουσα, εἰς ὁμόνοιαν δὲ τέως, καὶ ὁμοφροσύνην αὐτοὺς συνάγουσα. Ὡς ἔμοιγε ἐλπὶς ὕπεστιν οὐ κούφη, ὅτι καὶ ὁ τῆς μεθόδου πατὴρ παλινῳδίαν ᾄσεται, καὶ σύμφωνον τῇ ἀληθείᾳ συνηχήσει τὸ μέλος, εἰ μόνον τοῖς παροῦσιν ἐγκύψαι ἐπιμελῶς ἀξιώσειεν. Προὔργον δ' οὖν ἡμῖν πρὸ παντὸς εἴη αὐτὸ προστήσασθαι τὸ πρόβλημα περὶ οὗ ὁ λόγος, καὶ τούτου τὴν κατασκευὴν καὶ ἀπόδειξιν ἀνελλιπῶς τε, καὶ ἀκριβῶς, καὶ τί ἄλλο, ἢ ἐπὶ λέξεως; ὑποσυνάψαι, ὅπως ἂν ὑπ' ὄψεσιν παραστὰς ὁ Πινδαρικὸς οὗτος Καινεὺς ὁ ἐξ ὕλης ἀδαμαντίνης κεχαλκευμένος, ὁ σιδήρῳ ἄῤῥηκτος, καὶ ἄτρωτος τὸ σῶμα, καὶ ἀπαθὴς, ὁ σχίζων ὀρθῷ ποδὶ γᾶν, ῥᾴδιον ἑαυτὸν συνιδεῖν παράχοιτο, εἰ πιθανᾶς, καὶ μὴ πεπλασμένως, τὸ δρᾶμα ἡμῖν ὑπεκρίνατο.

Καὶ τὰ λοιπὰ τοῦ προβλήματος.

Π ρ ό β λ η μ α.

„ Δύω δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, δύω μέσας αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον Γεωμετρικῶς „ εὑρεῖν. (Σχῆμ. 42.)

„ Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύω ἄνισοι εὐθεῖαι αβ, βγ, καὶ ζητηθήτωσαν αἱ μεταξὺ αὐτῶν „ δύω συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον. Κείσθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ πρὸς ἀλλήλας, ὥστε ὀρθὴν ποιεῖν γω„ νίαν τὴν ὑπὸ αβγ· τῶν δὲ αβ, βγ ἐξαχθεισῶν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίστως ἀπὸ τοῦ β σημείου „ ἐπὶ τὰ δ καὶ ε, εἰλήφθω ἐπὶ τῆς δβ, ἡ βζ, ἴση τῇ βγ, καὶ εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν „ αβ, βζ ἡ βη, διὰ τῆς ιγ': τοῦ ϛ': τοῦ στοιχειωτοῦ· τῇ δὲ βη ἴσης ληφθείσης τῆς βθ ἐπὶ τῆς αὐ„ τῆς βδ, εὑρεθήτω αὖθις διὰ τῆς ῥηθείσης προτάσεως, μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βθ ἡ βκ. „ Καὶ γραφήτωσαν περὶ τὰς γκ, γκ εὐθείας (3) κύκλοι οἱ γλ ημ, γνκξ. Εἶτα διαιρεθήτω „ ἡ μξ ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξθ κατὰ τὸ ο (4), ὥστε εἶναι ὡς ἡ ζμ πρὸς τὴν ξθ, τὴν μο πρὸς „ τὴν οξ. Καὶ εὑρεθήτω γ: μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο ἡ βπ: λέγω τοίνυν τὰς βπ, βο εἶναι „ τὰς ζητουμένας, καὶ τὰς τέσσαρας αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς εἶναι ἑξῆς ἀνάλογον· ὡς ἡ αβ „ δηλονότι πρὸς τὴν βπ, τὴν βπ πρὸς τὴν βο, καὶ τὴν βο πρὸς τὴν βγ.

Καὶ τὰ μὲν τῆς κατασκευῆς ταῦτα, εὔλογα τὰ πάντα, καὶ πρὸς στάθμην Γεωμετρικὴν ἀπηκριβωμένα, ὡς ἄρα τοῖς αἰτήμασι, καὶ τῇ γ': καὶ ι': καὶ ια': τοῦ Αου: τῶν στοιχείων, καὶ τῇ Θη: καὶ ιγη: τοῦ ϛου: προσερειδόμενα· τὰ δὲ τούτων ἐχόμενα αἰτήματά τινα ἐστὶ καὶ προβλήματα ἐκ τῶν στοιχείων καὶ αὐτὰ ὑποτιθέμενα, οἷς ἡ δεῖξις ὕστερον συγκροτηθήσεται.

„ Ἐπεζεύχθωσανγε, φησὶν, αἱ απ, πο (5), καὶ τῆς γπ δίχα τμηθείσης (6) κατὰ τὸ

(1) Μεταφ. β. (2) Πλούτ: στωϊκῶν ἐναντιωμ: (3) Νόειμοι ὡς περὶ διαμέτρους. (4) Θ: τοῦ ϛ: (5) Αἰτ: αον: (6) Ιη τοῦ Αου:

„ ρ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ ο διὰ τοῦ ρ, ἡ ορσ εὐθεῖα (1) τέμνουσα τὴν απ κατὰ τὸ σ· (συμπεσεῖται „ γὰρ πάντως ἐπειδὴ γὰρ ἡ ὑπὸ, απο, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν (2), αἱ δὲ τοῦ, απο, τριγώνου τρεῖς γωνίαι ἅμα, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν (3), ἀνάγκη πᾶσα τὰς ὑπὸ πασ, καὶ ποα δυεῖν ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι (4). Καὶ ἔτι μᾶλλον τὰς ὑπὸ πασ καὶ ροα. Καὶ οὕτως ἐμπιπτούσης τῆς αο, τὰς ἀπὸ δυεῖν ἐλασσόνων, (τῶν ὑπὸ πασ, καὶ ποα) ἐκβαλλομένας εὐθείας απ, ορ συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέλη εἰσὶν αἱ τῶν δύω ὀρθῶν ἐλάσσονες (5)). „ Ἀπὸ δὲ τοῦ σ πιπτέτω μὲν κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ σφ (6), ἤχθω δὲ παράλληλος τῇ αὐτῇ „ αθ, ἡ στ (7). Καὶ ἀπὸ τοῦ ο συνεστάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ ου, (8) τέμνουσα τὴν στ κα„ τὰ τὸ υ. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ φυ (9) ἣν λέγω διὰ τοῦ ρ σημείου διέρχεσθαι.

Σημειωτέον ὡς εἰ τοῦτο δειχθῇ οὐδεὶς τοῦ λοιποῦ λόγος ἀμφισβητήσεως περιέσται, τοῦ μὴ κατὰ θυμὸν ἤδη ἀποβῆναι τῶν δύω μέσων τὴν εὕρεσιν. Ἐπεὶ γὰρ αἱ οσ καὶ φυ τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου φσυο εἰσὶ διαγώνιοι (Τὰς δὲ διαγωνίους τῶν παραλληλογράμμων δίχα τέμνεσθαι ὑπ' ἀλλήλων, ἀληθές τε καὶ εὐαπόδεικτον ἐστὶν) ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ, ἧς ἂν βούλοιο, τῶν ἡμιδιαγωνίων οἷον τῆς ρσ, ἢ τῆς ρυ καταγραφόμενος κύκλος, διὰ πασῶν τῶν τοῦ ὀρθογωνίου γωνιῶν διελεύσεται, σ, καὶ υ, καὶ ο, καὶ φ: ὁ αὐτὸς δὲ κύκλος καὶ διὰ τῆς κατὰ τὸ π γωνίας ὀρθῆς οὔσης ἀχθήσεται, τῆς μήτε εἴσω τῆς περιμέτρου πιπτούσης, μήθ' ὑπερπιπτούσης, ὡς ὑπὸ Οὐΐστωνος δεδειγμένον κεῖται ἐν ταῖς παρὰ Τακουετίῳ σημειώσεσιν (10). Ἐντεῦθεν τοι διὰ τὸ παρὰ τῷ αὐτῷ Τακουετίῳ αον: πόρ: τῆς ιγης; τοῦ ϛου: τῶν στοιχείων, ἔσται μὲν ἡ πβ μέση τῶν αβ, καὶ βο, ἔσται δ' ἡ βο μέση τῶν πβ καὶ βγ· ταυτὸν εἰπεῖν, αβ, βπ, βο, βγ $\div\!\!\div$, ὅπερ εὑρεῖν τε πρόκειται, καὶ δεῖξαι. Ἀλλὰ γὰρ ἐν ἐκείνῳ μάλιστα κεῖται ἡ τοῦ λόγου δυσχέρεια, καὶ ἡ δύναμις τῆς δείξεως περὶ τὴν φυ στρέφεται πᾶσα, πότερον ἐπιζευγνυμένη διὰ τοῦ ρ διέρχεται, ἢ δ' ἄλλου τινὸς σημείου; Ἐφ' ᾧ γοῦν ἐκεῖνο δεῖξαι διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς χωρεῖ ὁ τὸ πρόβλημα ἐπιλύσων. Ἔχει δὲ ὧδε ἡ ἔφοδος αὐτῷ ἐπὶ λέξεως.

„ Εἰ γὰρ μὴ, διελεύσεται δήπουθεν δι' ἄλλου τινὸς σημείου τῆς γπ, ἢ τῶν μεταξὺ τῶν „ ρ9, ἢ τῶν ἐν μέσῳ τῶν ρβ σημείων.

Ὁπότερον οὖν τούτων ὑποτεθῇ, παρὰ πόδας αὐτῷ δοκεῖ τὸ ἄτοπον ἕψεσθαι. Ὅθεν δὴ καὶ δισσεύει τὴν δεῖξιν, τῷ αὐτῷ λόγῳ πιθανὸν τυγχάνον δεικνὺς, μηδέτερον.

„ Διήχθω δὴ διὰ τοῦ χ, ὡς ἡ φχυ τέμνουσα τὴν σο, κατὰ τὸ ψ. Καὶ ἐπεὶ τὰ μὲν „ φσυ, ουσ ὀρθογώνια τρίγωνα, ἔχουσι τὰς δύο πλευρὰς φσ, συ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ου, υσ „ ἴσας, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ (ἴση γὰρ ἡ σφ τῇ ου κατὰ τὴν λδην: τοῦ Αου: τοῦ στοιχειωτοῦ, καὶ ἡ „ συ κοινὴ) καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ φσυ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ουσ ἴσην (ἄμφω γὰρ ὀρθαὶ ἐκ τῆς κατα„ σκευῆς). Ἄρα καὶ βάσις ἡ φψυ, βάσει τῇ οψσ ἴση ἐστὶ, κατὰ τὴν Δην: τοῦ Αου: τοῦ στοιχειω„ τοῦ. Αὖθις ἐπεὶ τὰ σψυ, οψφ ἀμβλυγώνια τρίγωνα, ἔχουσι δύω γωνίας, τὰς ὑπὸ ψσυ, ψυσ, „ ἴσας δυσὶ ταῖς ὑπὸ ψοφ, ψφο, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ ὡς ἐναλλὰξ, κατὰ τὴν κθην: τοῦ Αου: τοῦ „ στοιχειωτοῦ· παράλληλοι γὰρ αἱ συ, φο διὰ τῆς κατασκευῆς, ἔχουσι δὲ μίαν πλευρὰν τὴν συ, „ μιᾷ πλευρᾷ τῇ φο ἴσην (11). Ἄρα κατὰ τὴν κστην: τοῦ αὐτοῦ, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοι„ παῖς πλευραῖς ἴσας ἔχουσιν, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. Ἴση ἄρα ἡ μὲν σψ τῇ ψο, ἡ δὲ υψ τῇ ψφ. „ Ὥστε τοῦ σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, αἱ σψο, φψυ διάμετροι, ἴσαι τε ἀλλήλαις εἰσὶ, „ καὶ δίχα τέμνονται κατὰ τὸ ψ. Καὶ ἑπομένως τὸ ψ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦτε σφου παραλληλο„ γράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου.

Ὁ μὲν λόγος ἅπας ἀληθὴς, ἓν δὲ τοῦτο προσσημειωτέον ἐνταῦθα, μήτις (ὅπερ ἔσχατον προστεθῇ) κύκλον περὶ τὸ παραλληλόγραμμον γραφόμενον ἀκούων, αὐτὸν τὸν περὶ τὴν πγ προσθυστέρως γεγραμμένον ἐπὶ τοῦ σχήματος ὑπολάβῃ νοούμενον· οὐδὲ γὰρ ἀνάγκη τὸν κέντρῳ μὲν τῷ ὑποτεθέντι τοῦ ὀρθογωνίου ψ, διαστήματι δὲ τῷ ψσ καταγραφόμενον κύκλον, τὸν διὰ τοῦ σ λέ-

(1) Αἰτ: αον: καὶ βον: (2) λα. τοῦ γου: (3) λβ. τοῦ αου: (4) διὰ τὸ παρὰ Τακουετ: Εον: πόρισμα τῆς αὐτῆς. (5) Ἀξ: ιαον: παρ' Εὐκλείδ: ὃ δίκην θεωρήματ: παρὰ Κλαβίῳ, καὶ Τακουετ: καὶ ἄλλοις προβάλλεται, καὶ δείκνυται. (6) ιβ. τοῦ Αου: (7) λα. τοῦ Αου: (8) ιβ. τοῦ Αου: (9) Αἰτ: Αον: (10) βιβλ: Γου: τῶν στοιχ: ἐν τῷ σχολ: τῆς κά: προτ: (11) διὰ τὴν λδ. τοῦ Αου:

γω, καὶ υ, καὶ ο, καὶ φ, (κατὰ τὴν ἀποδειχθεῖσαν τῶν ἡμιδιαγωνίων ἰσότητα) φερόμενον, τὸν
αὐτὸν εἶναι τὸν περὶ τὴν πγ ὡς περὶ διάμετρον γεγραμμένον. Πόθεν γάρ; εἰμὴ πρότερον τὰς
(αἵπερ ἂν ἐπιζευχθεῖεν) ψπ, καὶ ψγ ἴσαις ταῖς ἡμιδιαγωνίοις αὐταῖς φθάσειεν ἀποδεῖξαι;
Ἀλλ' οὕτω τοιόνδετι ὁ προληφθεὶς κατεσκεύασε λόγος. Νοητέον ἄρα ἀντὶ τοῦ, περὶ τὸ φσυο πα-
ραλληλόγραμμον, γραφομένου κύκλου, οὐκοῦν τῶν ἐν τῷ διαγράμματι, διὰ τῆς εἰς τόδε κατα-
σκευῆς, καταγραφέντων τινὰ, μόνον δὲ τὸν ψιλαῖς ταῖς φαντασίαις ἐς τόδε ἀνατυπέμενον.

„Πιπτέτω δὴ ἀπὸ τοῦ ψ κέντρου κάθετος ἡ ψω, ἐπὶ τῆς φο, καὶ, κατὰ τὴν γην: τοῦ
„γου: τοῦ στοιχ: δίχα αὐτὴν τεμεῖ. Ἡ μὲν γὰρ φο ἐκτὸς ἐστὶ τοῦ κέντρου, τοῦ, περὶ τὸ σφου πα-
„ραλληλόγραμμον, γραφομένου κύκλου (τοῦ ὡς ἀνωτέρω δηλ. νοουμένου.) Ἡ δὲ ψω διὰ
„τοῦ κέντρου τοῦ αὐτοῦ διέρχεται, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, κύκλου (τοῦ, ὡς εἴρηται, νοουμένου)·
„καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὴν φο γραμμήν. Ἴση ἄρα ἡ φω τῇ ωο. Κοινὴ δὲ ἡ ωψ. Καὶ γωνία
„ἡ ὑπὸ φωψ, γωνίᾳ τῇ ψωο, ὁμοίως ἴση ἐστίν. Ἄρα καὶ ἡ ψφ βάσις, ἴση τῇ ψο βάσει. (του-
„το δὲ καὶ ἀμέσως ἐκ τῶν πρὸ τούτου δειχθέντων ἕπεται. Ἴσαι γὰρ αἱ τοῦ
„ὀρθογωνίου διάμετροι, καὶ δὴ καὶ τὰ τούτων ἡμίση.) Καὶ ἡ ὑπὸ ψφω γω-
„νία, τῇ ὑπὸ ψοω γωνίᾳ, κατὰ τὴν Δην: τοῦ Αου: τοῦ αὐτοῦ.

Ἢ καὶ οὕτω συντόμως. Ἐπὶ τῶν σφο, καὶ υοφ, αἱ σφ, καὶ φο ἴσαι ταῖς υο καὶ οφ,
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· Ἴσαι δὲ καὶ αἱ ὑπὸ τούτων περιεχόμεναι γωνίαι ἑτέρα τῇ ἑτέρᾳ· (ὀρθαὶ
γάρ.) Ἄρα καὶ τὰ λοιπά. (1) Καὶ ἡ ὑπὸ ψφω, τῇ ὑπὸ ψοω. Διὸ καὶ τῶν ἐν τῷ 4 καὶ 5 Ἀριθμ:
τὰ πλεῖω, ὡς εἰς τοῦτο τείνοντα περικά· τὸ γὰρ δι' ὀλίγων γινόμενον, διὰ πολλῶν φιλοτιμεῖσθαι
ἐν τοῖς φιλοτιμεῖσθαι ἐν τοῖς τοιούτοις ποιεῖν, οὐχ ὅπως μάταιον, ἀλλὰ καὶ ἀπειροκαλίας, ἢ ἀμου-
σίας γραφὴν διαφεῦγον· φίλον γὰρ τοῖς μαθήμασι τὸ τοῦ λόγου ἁπλοῦν καὶ ἀπέριττον. Ἀλλ' ἐ-
χόμεθα τῶν ἐφεξῆς.

„Ἤχθω δὲ, φησὶ, παράλληλος τῇ ψφ, ἡ ρ2. Καὶ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ωμ, ἡ μ3,
„ἴση τῇ λ2. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρ3. Καὶ ἐπεὶ αἱ φψ, ρ2 παράλληλοι εἰσὶν ἐκ τῆς κατασκευῆς,
„καὶ ἐπ' αὐτὰς πέπτωκεν ἡ φω, πάντως γε κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν κθην:, καὶ ἡ ὑπὸ ρ2ω ἐκτὸς
„γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ψφω ἐντός. Ἀλλ' ἡ λμ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς γη,
„ἔνθα τὸ β (κατὰ τὴν γην: τοῦ γου: τοῦ αὐτοῦ) ἡ μὲν γὰρ λμ ἐκτὸς ἐστὶ τοῦ κέντρου τοῦ γλημ
„κύκλου (τοῦτο δὲ πάντως, διότι αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ ἄνισοι εἰσίν.) Ἡ δὲ
„γπ πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν ἐπ' αὐτῆς, καὶ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ γλημ κύκλου. (ὑπετέθη γὰρ
„τὸν κύκλον περὶ τὴν ηγ, ὡς περὶ διάμετρον γράφεσθαι, καθάπερ οὖν
καὶ τὸν γνκξ περὶ τὴν γκ. Ἐν Ἀριθμ: 1.). Τῶν δὲ λβ, βμ ἴσων, ἀφῄρηνται ἴσαι
„αἱ λ2, μ3. (Ἡ μὲν λ2 διὰ τῆς ρ2 τῆς παραλλήλου ἀχθείσης πρὸς τὴν ψφ,
οὐ γὰρ ἄλλως. Ὃ καὶ καλῶς σημειωτέον. Ἡ δὲ μ3 κατὰ ἀποτομὴν ἀπὸ
τῆς βμ μείζονος οὔσης, δυνάμει τῆς γης: τοῦ Αου: τῶν στοιχείων· τοῦτο γὰρ εἰ
„καὶ μὴ εἴρηται, ἀλλὰ νοεῖται.) Ἄρα κατὰ τὸ γον: ἀξίωμα αἱ ἐναπολειφθεῖσαι 2β,
„3β, ἴσαι εἰσί. Κοινῆς δὲ λαμβανομένης τῆς βρ (ἐπὶ τῶν τριγώνων δηλ. 2ρβ, βρ3)
„ἔσονται αἱ δύο εὐθεῖαι 2ϑ, βρ, ἴσαι δυσὶ ταῖς 3β, βρ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ 2βρ γωνία, ἴση
„τῇ ὑπὸ 3βρ, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. Ἄρα κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δην: τοῦ στοιχειωτοῦ, καὶ βάσις ἡ
„2ρ, βάσει τῇ 3ρ ἴση ἐστί. Καὶ ἡ ὑπὸ ρ2β γωνία, τῇ ὑπὸ ρ3β ὁμοίως ἴση. Ἔστι δὲ καὶ ἡ
„ὑπὸ ψφβ, ἴση τῇ ὑπὸ ρ2β, ὡς δέδεικται. (ταυτὸν γὰρ ἐστὶν εἰπεῖν τὴν ὑπὸ ψφω, καὶ ὑπὸ
„ψφβ· ἡ αὐτὴ γὰρ παρίσταται γωνία.) Ἄρα ἡ ὑπὸ ρ3β ἴση τῇ ὑπὸ ψφβ. Ἀλλὰ μὴν ἡ ὑπὸ
„ψφω, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ψοω, ὡς ἤδη συνῆκται ἐκ τῆς τοῦ ἐναντίου ὑποθέσεως. (ἐν Ἀριθμ:
5.). (Νοήσεις δέ μοι ἐναντίαν ὑπόθεσιν τὴν ἐν Ἀριθμῷ 4, καθ' ἣν ἡ ἐπιζευ-
γνυμένη φυ, τέμνουσα τὴν σο κατὰ τὸ ψ, ἐν αὐτῷ τούτῳ τῷ σημείῳ, καὶ τὸ
„τοῦ ὀρθογωνίου φσυο ἴσχησι κέντρον.) Ἄρα ἡ ὑπὸ ρ3β ἐκτὸς γωνία τοῦ ρ3 τριγώνου,
„ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ρο3 ἐντὸς αὐτοῦ γωνίᾳ. Ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ιστην: τοῦ Αου: τοῦ στοιχειωτοῦ.
„Παντὸς γὰρ κατ' αὐτὴν τριγώνου, μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία μείζων

---

(1) δη: τοῦ Αου:

„ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. Οὐκ ἄρα ἡ φυ διὰ τοῦ χ διέρχεται. Ὁμοίως δὲ δει-
„χθήσεται ἀδύνατον κἂν δι' ἄλλου τινὸς τῶν ἐπὶ τῆς ρ9, ὑποτεθῇ διέρχεσθαι, πλὴν τοῦ ρ.

„Ἐπεὶ δὲ ἡ τῇ ψφ παράλληλος ἀγομένη, δύναται διελθεῖν καὶ διὰ τοῦ λ, ἢ διά-
„τινος τῶν μεταξὺ λ καὶ φ σημείων. Εἰ μὲν διὰ τοῦ λ διέλθῃ, ἐπεζεύχθω ἡ ρμ. εἰ δὲ διάτινος
„τῶν μεταξὺ τοῦ λ καὶ φ, προστεθείτω τῇ βμ ἀπὸ τῆς βϑ. (ἴση γὰρ ἡ μο τῇ λφ ὡς δειχθή-
„σεται) ἴσον διάστημα τῷ ἀπὸ τῆς λ, μέχρις οὗ ἡ τῇ ψφ παραλλήλως ἀγομένη διέρχεται. Καὶ
„ἐπεζεύχθω ἡ ἀπὸ τοῦ ρ. Καὶ τὸ αὐτὸ πάντως συναχθήσεται ἄτοπον.

Τῆς φυ μὴ διὰ τοῦ ρ (τοῦτο γὰρ ἐστὶ τὸ μάλιστα χρῆζον δείξεως, καὶ οὗ ἕνεκα ὁ τοσοῦτος
καταβάλλεται λόγος, διὰ δέ τινος τῶν μεταξὺ ρ καὶ ει σημείων ἀγομένης οἷον διὰ τοῦ χ., ἐπεὶ
κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀφεστηκέναι ἐνδέχεται τοῦ ρ σημείου τὸ χ, δι' οὗ διερχεσθαι ὑποτίθε-
ται, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ τῶν παραλλήλων ἀπόστασις ἐντεῦθεν ἀόριστος οὖσα, καὶ κατὰ θάτερα τῶν
περάτων, οἷον κατὰ τὰ φ καὶ 2, ἐν ἀδήλῳ κεῖται ὅστις ἐστίν. Ἀλλὰ τὸ φ σημεῖον διὰ τῆς σφ
καθέτου ὥρισται, τὸ ἄρα 2 τὸ ὑπὸ τῆς ἀγομένης παραλλήλου, ἐστὶ τὸ σαλεῦον. Καὶ γένοιτ' ἂν
ἄρα τοῦτο νῦν μὲν ἐγγυτέρω, νῦν δ' ἀπωτέρω τοῦ φ, ὡς ἄν ποτε σχοίη ἡ τοῦ χ ἀπ' ἀλλήλως διά-
στασις. Οὕτω δέ τοι τὸ 2 ἀστατοῦν, ἐνδέχοιτ' ἂν συμπεσεῖν αὐτῷ τῷ λ, καθ' ὃ τὴν αβ, ὁ περὶ
τὴν κγ ὡς περὶ διάμετρον (Ἀριθμ: 1) γεγραμμένος κύκλος κατέτεμεν. Ἐνδέχοιτ' ἂν δὲ καὶ εἴ-
σω τοῦ κύκλου πεσεῖν, ὡς ἐπὶ τοῦ σχήματος. (Ἀριθ: 6.) Ἐνδέχοιτ' ἂν δὲ τέως καὶ ἐκτὸς τοῦ αὐ-
τοῦ κύκλου. Καὶ τοῦτο ἐστὶ τὸ μεταξὺ τοῦ λ καὶ φ, ὡς ὁ τὴν μέθοδον ἡμῖν διαγράφων, καλῶς
ποιῶν, σεσημείωκεν. (Ἀριθμ: 7.). Ἀλλὰ γὰρ ὅπως ποτ' ἂν καὶ τύχοι τὸ σημεῖον τοῦτο (τὸ 2)
πεσεῖν, καθ' οἱανδήτινα λέγω θέσιν τε καὶ ἀπόστασιν τὴν πρὸς τὸ λ. κατὰ τὴν αὐτὴν θέσιν
τε καὶ ἀπόστασιν, καὶ τὸ 3 πρὸς τὸ μ, διὰ τῆς ἐπιζευγνυμένης ρ3, ἡ τῆς δείξεως δύναμις ἀπαι-
τεῖ. Ἤτοι γὰρ, κατ' αὐτὴν, καὶ τοῦτο (τὸ 3) ἐπ' αὐτῆς πεσεῖται τῆς τοῦ κύκλου καὶ τῆς εὐ-
θείας, κατατομῆς, ὡς ἐπὶ τοῦ μ. Ἢ γοῦν τοῦ κύκλου ἐντὸς, καθάπερ ἐπὶ τοῦ σχήματος· ἢ καὶ ἐκ-
τὸς, μεταξὺ τοῦ μ καὶ ο. Ἤδη μὲν οὖν ἔνγε τοῦτο ἐν ἀμφισβητησίμοις δοκεῖ μοι εἶναι στρεφόμενον,
τὸ ἐφεξῆς. Πότερον ἄρα πάρεστιν ἀεὶ τοσαύτην εὐθεῖαν ἀπὸ τῆς μο, διὰ τῆς ρ3 ἀπολαβεῖν, ὁ-
πόσην ἂν ἀπὸ τῆς φλ, ἡ τῇ ψφ παράλληλος ρ2 ἀφέλοιτο; δέον γὰρ, μήτοιγε τῆς ρ2 παραλ-
λήλου μεταξὺ φ καὶ λ (ὅπερ ἐνδέχεσθαι καὶ αὐτὸς ὡμολόγησεν (Ἀρ: 7) ἀποτερματισθείσης,
ἡ ἀποτεμνομένη 2λ τοσαύτη ᾖ, ὁπόση ἑτέρωθεν ἡ τοῦ ο σημείου ἀπὸ τοῦ μ τυγχάνει ἀπόστασις.
Τηνικαῦτα γὰρ ἡ ρ3, τῇ ρο συμπίπτουσα ὑποσυνάπτειν οὐ δίδωσι τὴν ἀτοπίαν, ἐξ ἧς ἡ τοῦ προ-
βλήματος λύσις ὅλη ὅλως ἐξήρτηται. Τοιγαροῦν ἐπεὶ καὶ τοῦτο συνοῖδεν ὁ Γεωμέτρης, καλῶς
προσέθετο τὸ, ἴση γὰρ ἡ μο τῇ λφ τοῦτο μέντοι δείξεως εἶναι ἐπιδεὲς παντίπου δῆλον, καὶ
οὐδ' αὐτὸν ἔλαθεν. Οὐκοῦν δεόντως παρασυνῆψε, τὸ ὡς δειχθήσεται. Ἀλλὰ γὰρ ἤδη εὔκαι-
ρον ἂν ἦν τοῦτο δεῖξαι, μᾶλλον δὲ ἀναγκαῖον· τούτου γὰρ ἄνευ ἡ εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγὴ, πάν-
τῃ ἀσυνάρτητος· οὐ γὰρ ἂν ἐπαχθείη τὸ ἄτοπον τοῦ τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ ἐντὸς καὶ
ἀπεναντίον, ἀφ' ᾧ ἡ δεῖξις κρηπίζεται (Ἀρ: 6) μηδενὸς συνισταμένου τριγώνου· οὐδὲν δ' ἂν συσταίη
συμπιπτούσης τῆς ρ3 τῇ ρο· δύο γὰρ εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι. Συμπέσοι δ' ἂν τῆς μο ἴσης τῇ
2λ, τῇ ἀπότε τῆς παραλλήλου ρ2, καὶ τοῦ κύκλου ἐκτὸς ἀπειλημμένης. Τοῦτο δὲ δυνατὸν, εἰ μὴ
αἱ φλ καὶ μο φθάσασαι ἴσαι ἀποδειχθῶσι. Δεικτέον ἄρα ἦν αὐτῷ πρὸ παντὸς τοῦτο. Ὁ δὲ τὴν
δεῖξιν ὑπερέθετο. Ἴση γὰρ, φησὶν, ἡ λφ τῇ μο, ὡς δειχθήσεται. Οὐκοῦν εὐλόγως ἡ-
μεῖς ἐνδοιάσομεν, ἕως οὗ τὸ ὑποσχεθὲν αὐτῷ πληρωθῇ. Ἐπείγε γὰρ οὐδὲν τὴν φυ καὶ διὰ τοῦ χ
διϊέναι, ἐπεὶ μήπω ἐξ ἀνάγκης ἕπεται τὸ ἄτοπον ἀπεδείχθη τῆς τῶν γωνιῶν (τῆς ἐκτὸς δηλ:
καὶ ἐντὸς) τοῦ τριγωνίου ἰσότητος. Τὰ μὲν οὖν περὶ τούτου ταύτηγε δίκαια ἐστὶν, ὡς ἂν πᾶς τις ὁμο-
λογήσειεν ἀκριβῶς ἐπιστήσας τῷ πράγματι· ὅγε μὴν τῆς μεθόδου πατὴρ, ὡς τέλεον ἤδη τὸν
προκείμενον αὐτῷ λόγον ἐκδοὺς, καὶ ἐπ' ἀκριβὲς περάνας τὸ ἀδύνατον τῆς ὑπὲρ τὸ ρ διελεύσεως
τῆς διαγωνίου φυ, διά τινος τῶν μεταξὺ τοῦ ρ καὶ 9 δηλ: σημείου, αὐτὸ τοῦτο κρατύνειν ἐπιχει-
ρεῖ ὑποκαταβάς· παραπλησίᾳ τῇ δείξει κἀπὶ τῶν ὑπὸ τὸ ρ, ἀδύνατον ὁμοίως δεικνὺς τὴν φυ,
καὶ διὰ τῶν μεταξὺ ρ καὶ β σημείως τινὸς διέρχεσθαι. Ἔχει γὰρ οὕτως ἐχόμενα.

„Ἀλλάγε διελθέτω ἡ αὐτὴ φυ διαγώνιος διάμετρος διὰ τινὸς σημείου τῶν μεταξὺ ρ
„καὶ β, ὡς διὰ τοῦ 4, τέμνουσα τὴν σο κατὰ τὸ 5 σημεῖον. Καὶ πιπτέτω κάθετος ἀπὸ τοῦ 5 ἡ
„56 γραμμή. Ἀπὸ δὲ τοῦ ρ ἤχθω παράλληλος τῇ 4φ γραμμῇ ἡ ρ7. Καὶ ἐπεὶ ἡ ρ7 ἐκτὸς τοῦ

,, ν πίπτει, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ξδ, τὸ ξ8 μέρος, ἴσον τῷ ντ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρ8· τȣ́των γὰρ γενομένων εὐχερῶς δειχθήσεται ἡ ὑπὸ ροβ ἐκτὸς γωνία τȣ̃ ρ8ο τριγώνȣ, ἴση τῇ ὑπὸ ρ8ο ἐντός. Δοθέντος γὰρ διέρχεσθαι τὴν φυ διὰ τȣ̃ 4 σημείȣ, πάντως γε τὸ 5 σημεῖον, καθ᾽ ὃ τέμνονται αἱ σο, φ4υ διαγώνιοι διάμετροι τȣ̃ σφου παραλληλογράμμȣ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, κέντρον ἐςὶ τȣ̃ σφου παραλληλογράμμȣ, ϗ τȣ̃ περὶ αὐτὸ γραφομένȣ κύκλȣ· (νοεῖν δὲ δεῖ τὸν κύκλον κἀνταῦθα, ὡς ἐπὶ τȣ̃ 4 Ἀριθμȣ̃ σεσημείωται.) Πιπτȣ́σης δὲ ἀπὸ τȣ̃ 5 σημείȣ τῆς 56 γραμμῆς πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ φο, αἱ φβ, βο ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὰ ἤδη εἰρημένα (ἐν Ἀριθμ: 5, ὅπȣ ἡ φω, ἴση τῇ πο ἐδείκνυτο·) κοινῆς δὲ εἰλημμένης τῆς 65, δειχθήσονται αἱ φ5, 5ο ἴσαι ἀλλήλαις, ὡς καὶ αἱ φψ, ψο ἐπὶ τȣ̃ προτέρȣ διαγράμματος. (Ἀρ: 5). Ὥςε ϗ γωνία ἡ ὑπὸ 5φ6, ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ 5ο6. Ἐπεὶ δὲ παραλλήλως ἦκται τῇ 4φ ἡ ρ7, δῆλον ὅτι ϗ τῇ ὑπὸ 4φβ ἐκτὸς γωνίᾳ, ἴση ἐςὶν ἡ ὑπὸ ρ7β ἐντὸς, κατὰ τὴν κθην: τȣ̃ αȣ: τοῦ ςοιχειωτȣ̃. Δίχα δὲ τῆς νξ διαιρȣμένης ὑπὸ τῆς γκ ἔνθα τὸ β, κατὰ τὴν γην: τȣ̃ γȣ: τȣ̃ αὐτȣ̃, (ἐπεὶ δηλ: ὡς περὶ διάμετρον περὶ τὴν γκ, ὁ γνκξ κύκλος περιεγράφη, καὶ αἱ αβ, βξ ἄνισοι. Τȣ̃το δὲ ὡς ἀναγκαῖον ὂν πρὸς ἀκρίβειαν τῆς δείξεως, καὶ ἀνατέρω Ἀριθ: 6 σεσημείωται.) Καὶ τῶν ν7, ξ8, ἴσως προςιθεμένων ταῖς βν, βξ ἴσαι ἔσονται πάντως γε ϗ αἱ β7, β8 ἴσαι, κατὰ τὸ βον: ἀξίωμα, τὸ λέγον Ἐὰν ἴσαις ἴσα προςεθῇ, τὰ ὅλα ἐςὶν ἴσα. Κοινῆς δὲ εἰλημμένης τῆς βρ, δειχθήσονται ϗ αἱ ρ7, ρ8 βάσεις ἴσαι, διὰ τῆς δης: τȣ̃ αὐτȣ̃. Ὥςε ϗ ἡ ὑπὸ ρ7β γωνία, ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ρ8β. Ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ρ7β, δέδεικται ἴση ἡ ὑπὸ 5φβ. Ἄρα Ἡ ὑπὸ 5φβ, ἴση ἐςὶ ϗ τῇ ὑπὸ ρ8β. Τῇ δὲ ὑπὸ 5φβ ἴση ἐςὶ ϗ ἡ ὑπὸ ροβ, εἴτ᾽ ȣ̃ν 5οβ. Ἄρα ἡ ὑπὸ ροβ ἐκτὸς τȣ̃ ρο8 τριγώνȣ, ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ρ8ο ἐντός· ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ιςην: τȣ̃ αȣ: τȣ̃ ςοιχειωτȣ̃.

Ἐπαναλαβὼν ἡμῖν τὴν δεῖξιν ὁ Γεωμέτρης τὴν ἀνωτέρω, ἐν ὑποθέσει ὅτι διά τινος τῶν μεταξὺ ρ ϗ β σημείων, οἷον διὰ τȣ̃ 4, ἡ φυ διερχομένη, τὴν οσ τέμνει κατὰ τὸ 5. Καὶ ἀπὸ τȣ̃ ρ παράλληλον ἀχθῆναι αἰτήσας τῇ 4φ τὴν ρ7, ὡς ὁμολογȣ́μενον εἴληφε, τὴν ἔξω τȣ̃ ν τῆς παραλλήλȣ ταύτης ἀποπεράτωσιν. Φησὶ γὰρ, ϗ ἐπεὶ ἡ ρ7 ἔξω τȣ̃ ν πίπτει, κ.τ.λ.: Ἔπεςιν ȣ̃ν κἀνταῦθα ἐνδοιάζειν περὶ τȣ̃ σημείȣ 7, ὡς ϗ ἀνωτέρω (ἐν Ἀριθμ: 7) περὶ τȣ̃ 2. Ἡ γὰρ ἀπόςασις τῶν σημείων ρ ϗ 5, ἀφ᾽ ὧν τȣ̃ μὲν 5 ἡ ἡμιδιαγώνιος 5φ ἄγεται, τȣ̃ δὲ ρ ἡ παράλληλος ρ4, αὐτὴ ϗ τὴν ἑτέρωθεν τῶν σημείων συνεπισπᾶται ἀπόςασιν, λέγω τῶν 7 ϗ φ. Καὶ ἡ ἐκείνων τῇ τȣ́των συμμεγεθύνεται πάντως, ἢ συνεκμειȣ̃ται. Ἀλλὰ γὰρ τὸ φ τῆς 5φ πέρας ὂν, ἕςηκεν, τῇ καθέτῳ σφ φθάσαν διορισθῆναι· λείπεται ἄρα τὸ 7 ἡμῖν εἶναι τὸ σαλευόμενον. Εἰ δὲ τȣ̃το, ἐνδέχοιτ᾽ ἂν ϗ τῷ ν αὐτῷ συμπεσεῖν σημείῳ, καθ᾽ ὃ ὁ γνκξ κύκλος τὴν αβ εὐθεῖαν κατέτεμεν. Ἐνδέχοιτο δ᾽ ἂν ϗ ἐντὸς τȣ̃ αὐτȣ̃ κύκλȣ πεσεῖν, μεταξὺ τȣ̃ ν ϗ φ. Ἡ δὲ νφ ȣ̓κ ἴση πάντως ȣ̓δενὶ λόγῳ τῇ οξ ἀποδέδεικται, ὥσπερ ȣ̓δ᾽ ἡ φλ τῇ μο ἀνωτέρω. (Ἐν Ἀριθμ: 7) τὴν γὰρ τȣ́των ἰσότητα καίτοι ἐπαγγειλάμενος ἀνωτέρω, (ἐν οἷς ἴση γὰρ, εἶπεν, ἡ μο τῇ λφ, ὡς δειχθήσεται.) Οὔπω δέδειχε, τὴν δ᾽ ἐκείνων ȣ̓δ᾽ ὅλως ὑπέσχετο. Καίτοι ῥᾷςον ἦν ϗ περὶ αὐτῶν εἰπεῖν, ὅτι δειχθήσεται. Τί γὰρ χαλεπὸν, εἰ ἀποιγὶ ἔξεςι ψεύδεσθαι; Ὥςε ἐπεὶ ἐνδέχεται τὴν νφ μείζονα εἶναι τῆς οξ, δυνατὸν τὴν ρ7 παράλληλον, εἴσω τȣ̃ ν, ὡς εἴρηται, ἀποτερματισθεῖσαν, τοσȣ̃τον ἀφελεῖν ἀπὸ τȣ̃ ν πρὸς τὸ φ, ὅση ἡ οξ. Τȣτέςιν ὅση ἡ τῆς γωνίας τȣ̃ ὀρθογωνίȣ ἀπόςασις ἀπὸ τȣ̃ ξ σημείȣ καθ᾽ ὃ ὁ γνκξ κύκλος τὴν αδ εὐθεῖαν κατέτεμεν. Εἰ δὲ τȣ̃το γένηται, τίς ȣ̓ συνορᾷ ὡς ἡ ρ8, εἰ μέλλοι ἀπολήψεσθαι τῇ β7 ἴσην τὴν β8, αὐτῇ τῇ ρο συμπεσεῖται; συμπεσȣ́σης δὲ πόθεν ἡμῖν ὁ τῆς ἀτοπίας ληφθήσεται ἔλεγχος, ὃν ἐκ μόνȣ τȣ̃ τριγώνȣ ἐλπίζειν ἐςί; φανερὸν ὡς ȣ̓δαμόθεν. Δύω γὰρ εὐθεῖαι χωρίον ȣ̓ περιέχȣσι. Δεικτέον ἄρα κἀνταῦθα τῶν νφ, ϗ οξ τὴν ἰσότητα. Ἢ μᾶλλον τὴν τῶν φλ ϗ μο. Ταύτῃ γὰρ δειχθείσῃ κἀκείνη συνέψεται. Δεικτέον δὲ ϗ τὸ τὴν παράλληλον ρ7 ἔξω τȣ̃ ν πίπτειν, ὅπερ εἰκῇ ϗ ἀλόγως παρέῤῥιπται. Ἀλλὰ γὰρ τῷ καλῷ ἡμῶν Γεωμέτρῃ τȣ́των ȣ̓ φροντὶς ὡς ἔοικεν· αὐτὸν γὰρ οἷον κεκρȣκέναι τὸν βατῆρα τῆς θύρας πονῶν, εὐθύμως μάλα χωρεῖ ἐπὶ τὸ πέρας τῆς θαυμαςῆς ἀποδείξεως, προςιθείς:

,, Ἡ φυ ἄρα διαγώνιος, ȣ̓δὲ διὰ τȣ̃ 4, ἢ ἄλλȣ τινὸς τῶν μεταξὺ τȣ̃ ρ ϗ β σημείων διέρχεται. Δέδεικται δ᾽ ὅτι ȣ̓δὲ διὰ τȣ̃ χ, ἢ ἄλλȣ τῶν μεταξὺ τȣ̃ ρ ϗ 9 σημείων. Ἄρα διὰ τȣ̃

ρ μόνȣ διέρχεται, οἷα ἡ φρυ. ὅπερ ἦν τὸ ἀμφιβαλλόμενον. Καὶ τὸ ρ σημεῖον ἐςὶ τὸ κέντρον τȣ̃τε σφου ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, καὶ τȣ̃ περὶ αὐτὸ γραφομένȣ κύκλȣ.

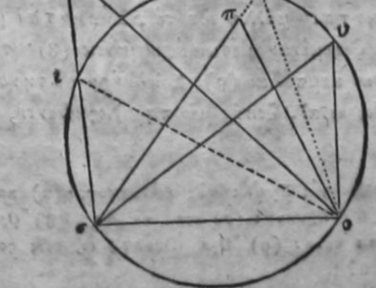
Εἰ ȣ̔́τω πεποιθότως τὸ ἄρα ἡμῖν ὑποθρυλλίζων, ϗ τὸ δέδεικται ςομβάζων, ἐν ȣ̔́τω σφοδρῶς κλονȣμέναις ταῖς ὑποθέσεσιν, ὁ τῆς μεθόδȣ Πατὴρ, χρυσȣ̃ς ὀλυμπιᾶσι ςαθῆναι δίκαιος εἶναι οἴεται μηδὲ τȣ̀ς Ἑλλανοδίκας ὑποςελλόμενος· τὰ δὶ ἐντεῦθεν, ὥς γε πρὸς τὸν σκοπὸν, ἅπαντα ἔῤῥωται τὰ ἀπὸ τȣ̃ ρ ἐκείνȣ τȣ̃ προῖκα ὑποτεθέντος. Καίτοι κἂν τȣ́τοις ἔςι τι μὴ πάνυ πρὸς ἀκρίβειαν γεωμετρικὴν ἐπιφερόμενον. Ἀλλὰ παραθῶμεν ϗ ταῦτα.

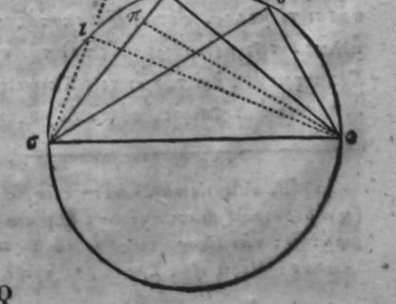
,, Ἐπεὶ ἡ ὑπὸ συο γωνία ὀρθή ἐςὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ϗ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ ἐςὶ (κατὰ τὴν λαην: τȣ̃ αὐτȣ̃ γȣ:) ȣ̃ βάσις ἡ σρο.

Τὴν ὑπὸ συο γωνίαν ὀρθὴν εἶναι, ϗ ἐπὶ τῆς σρο βεβηκέναι, αὐτὴ ἡ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ κατασκευὴ δείκνυσιν. Ὃ δὲ ἐπιφέρει ἐντεῦθεν, ὅτι ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ ἐςὶ (κατὰ τὴ λαην: τȣ̃ γȣ:) ȣ̃ βάσις ἡ σρο, ȣ̓́μοι δοκεῖ γνησίως εἶναι ἐπιφερόμενον, καίτοι ἄλλως ἀληθεῦον. Ἐν μὲν γὰρ τῇ λαῃ:, διδόμενον μὲν ἐςὶ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι τὴν γωνίαν, ζητȣ́μενον δὲ τὸ εἶναι ὀρθήν· ὧδε δὲ ὁ λόγος βαίνει ἀντίςροφα, διδόμενον μὲν ἔχων τὸ ὀρθὴν εἶναι, κατηγορȣ́μενον δὲ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ. Σαφέςερον λέγω. Ἐν ἐκείνῃ ὁ ςοιχειωτὴς ὑποτίθησι γωνίαν ἐν ἡμικυκλίῳ συνεςῶσαν, κἀντεῦθεν δείκνυσιν ὅτι ἡ γωνία ὀρθή. Οὗτος δὲ τὸ ἐν ἐκείνῃ δεικνύμενον (τὴν τῆς γωνίας δηλ: ὀρθότητα) πιςὸν ἐκ τῆς κατασκευῆς ἔχων ϗ βέβαιον ϗ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι (ὅπερ ἐν τῇ ῥηθείσῃ προτάσει ὑποτίθεσιν ὡς ὁμολογούμενον) ὑποσυνάπτειν δοκῶν, ἔπειτα τὴν λαην: εἰς μαρτυρίαν ἡμῖν προχειρίζεται. Ἀλλ᾽ εἰ μὴ τȣ̃το ἐπιφορᾶς εἶδος ἐςὶν ἐπαριςερον, αὐτὸς μηδὲ τὴν ἀρχὴν εἰδέναι ἐρῶ, τί τὸ ὀρθῶς ϗ δεξιῶς ἐςὶ συλλογίζεσθαι. Τί ȣ̓̃ν; ἐρεῖ τις, ȣ̓κ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἐςὶν ἡ γωνία, ἡ ὑπὸ συο; Πάνυ μὲν ȣ̃ν. Ἀλλ᾽ ȣ̓κ ἐκ τῆς λαης: τȣ̃ γȣ: ἐξ αὐτῆς δὲ τῆς κατασκευῆς τȣ̃ ὀρθογωνίȣ, ϗ τὸ ἐπὶ τῆς σρο, ὡς ἐπὶ βάσεως, βεβηκέναι ἔχει, καὶ τὴν ὀρθότητα. Ἐπεὶ δὲ δῆθεν διὰ τῆς θαυμαςῆς δείξεως, καὶ τὸ ρ σημεῖον εἰς κέντρον εἶναι τȣ̃ ὀρθογωνίȣ ἡμῖν ἐξενίκησε, περὶ δὲ τὸ ὀρθογώνιον καιρὸς ἤδη ȣ̓́πω γὰρ πρότερον) ϗ τὸν γρσπυο περιγράφεσθαι κύκλον, τὸν ψιλαῖς εἰς τόδε ταῖς φαντασίαις (Ἀριθμ: 4, 5, 8) νοȣ́μενον, ταὐτητοι διὰ τὸν ηον: τȣ̃ γȣ: ὁρισμὸν, ἡ ὑπὸ συο γωνία ἐςὶν ἐν τμήματι. Τὸ δὲ τμῆμα ἡμικύκλιον, ἐπὶ γὰρ τῆς σρο τὸ κέντρον. Ἄρα ϗ ἐν ἡμικυκλίῳ. Τὰ γȣ̃ν τοιαῦτα, καίτοι μικρὰ δοκȣ̃ντα, ῥᾳδίως ȣ̔́τω παραπταίειν, ȣ̓ πρὸς Γεωμέτρȣ τῷ ὄντι ἐςὶ, τȣ̃ μὴ μόνον τοῖς ὑπὸ τῶν ἄλλων εὑρεθεῖσιν ἀγαπῶντος, ἀλλὰ ϗ αὐτȣ̃ εὑρέσθαι τι, ὃ μήπω τοῖς ἄλλοις εὕρηται, νεανιευομένȣ.

,, Ἀλλὰ ϗ ὑπὸ σπο γωνία ὀρθή ἐςὶ (κατὰ τὴν αὐτὴν πρότασιν) ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ ἐςὶ τῷ σπο. Καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο. Ἄρα ϗ ἡ ὑπὸ σπο, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἐςὶν, ἐν ᾧ ϗ ἡ ὑπὸ συο.

Ὅρα μοι κἀνταῦθα ἐλλιπῶς τὸν Γεωμέτρην, τὰ ῥᾴδια ταῦτα πραγματευόμενον. Ἡ ὑπὸ σπο, φησὶν ὀρθή ἐςὶ (κατὰ τὴν αὐτὴν) βέβηκε δὲ ἐπὶ τῆς σρο. Ἀληθῆ ταῦτα. Τὶ δὲ ἐκ τȣ́των; ἄρα (ὑποσυνάπτει) αἱ δύο γωνίαι, ἥτε ὑπὸ σπο, καὶ ὑπὸ συο ἐν τῷ αὐτῷ ἡμικυκλίῳ εἰσίν. Ἥ που τ᾽ ἀληθὲς ȣ̔́τως ἔχει. Καθόλȣ ϗ γὰρ γωνιῶν δύω, ἀλλήλων ἴσων ȣ̓σῶν, καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας βεβηκυιῶν, ἐὰν ἡ ἑτέρα, ἐπὶ τὴν ἀπὸ τῆς εὐθείας ἀπολαμβανομένην περιφέρειαν ᾖ περατȣμένη, ϗ ἡ ἑτέρα ἐπὶ τὴν αὐτὴν περατωθήσεται. Τȣτέςιν, ἡ τῇ ὑπὸ συο ἴση γωνία ὑπὸ σπο ȣ̓θ᾽ ὑπὲρ τὴν περιφέρειαν ἀφίξεται, ȣ̓́τε εἴσω τῆς περιφερείας πεσεῖται. Θεώ-





ρημα τοιγαροῦν τοῦτο ὄν, οὐκ ἀνενδεὲς δείξεως, οὔκουν ἁπλῶς οὕτως ἔδει παρατεθεῖναι, ὡς εἴπερ αὐτομάτων ἐκ τῶν τεθέντων παρεῖχε συνιδεῖν τὴν συνέπειαν, προτεθεῖναι δὲ ὤφειλε ϗ δειχθῆναι. Ἀλλ' ἐγώ σοι ϗ τοῦτο ἐκ τῶν τοῦ Ἄγγλου Οὐΐςωνος παραθήσομαι (1).

„Τῆς ὑπὸ συο γωνίας ἐπὶ τῆς σο εὐθείας βεβηκείας ϗ ἐπὶ τὴν ἀπειλημμένην περιφέ-
„ρειαν σιθυο κατὰ τὸ υ περατουμένης, καὶ ἡ ἴση αὐτῇ, (ἤτοι ἡ ὑπὸ σπο) ϗ ἐπὶ τῆς αὐτῆς σο
„βεβηκεῖα, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συνεςῶσα, πρὸς τὴν αὐτὴν περατωθήσεται περιφέρειαν τουτέςιν
„οὐθ' ὑπὲρ αὐτὴν, οὔτ' αὐτῆς εἴσω γενήσεται.

Πιπτέτω γὰρ, εἰ δυνατὸν, εἴσω τῆς περιφερείας κατὰ τὸ π ἡ ὑπὸ σπο, ἡ τῇ ὑπὸ συο τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἴση. Καὶ προήχθω ἡ σπ, ὥςε προσπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θο. Καὶ ἐπεὶ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι (2) ὑπὸ σθο, καὶ συο, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Ἡ δὲ ὑπὸ σπο (3) ἴση τῇ ὑπὸ συο. Ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ σπο ἐκτὸς ἴση τῇ ὑπὸ σθο ἐντὸς τοῦ πθο τριγώνου. Ὅπερ (4) ἄτοπον.

Ἀλλὰ γὰρ, εἰ δυνατὸν, τῆς περιφερείας ἐπέκεινα γινομένη πιπτέτω ἡ ὑπὸ σπο γωνία, τοῦ κύκλου ἐκτὸς, τέμνουσα τὴν περιφέρειαν τῇ πλευρᾷ σπ κατὰ τὸ ι. ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου τούτου τῆς τομῆς, ἐπεζεύχθω ἡ ιο. Καὶ ἔςαι ὁμοίοις σιο = συο (5). Καὶ συο = σπο (6). Ἄρα ϗ σιο = σπο. Ὅπερ (7) ἀδύνατον.

Ἐπεὶ οὖν μήτε ἐκτὸς πίπτειν ἐνδέχεται, μήτε εἴσω γίνεσθαι, ἀκριβῶς ἡ ὑπὸ σπο, ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας ἀφίξεται. Ο. Ε. Δ.

Τὸν αὐτὸν οὖν τρόπον ϗ τοῦ τμήματος ἐλάσσονος ὄντος ἡμικυκλίου, ἢ ϗ ἡμικυκλίου, οἷον τὸ ἡμῖν προκείμενον, ῥάδιον ἀποδεῖξαι ὅτι ἡ ἴση τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, οὔτ' ἐπέκεινα τῆς περιφερείας γενήσεται, οὔτ' ἐντὸς, ἀλλ' ἐπ' αὐτὴν δὴ τὴν περιφέρειαν ἀκριβῶς ἀφίξεται.

„Ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαςήματι δὲ τῷ ρο γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται
„ϗ διὰ τοῦ π. Αἱ γὰρ ορσ, φρυ διαγώνιοι διάμετροι τοῦ σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου,
„ἴσαι τε ἀλλήλοις εἰσὶ, ϗ δίχα τέμνονται, κατὰ τὸ ρ. Αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι ρσ, ρπ, ρυ, ρο,
„ϗ ρφ ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ τῇ ρπ ἴση ἐςὶν ἡ ργ. δίχα γὰρ ἡ γπ τέτμηται κατὰ τὸ ρ. Ἄρα αἱ
„ἓξ εὐθεῖαι, ρσ, ρπ, ρυ, ρο, ργ, ϗ ρφ ἴσαι εἰσί. Καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαςήματι δὲ τῷ
„ρσ, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν ρπ, ρυ, ρο, ρφ γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται ϗ διὰ τοῦ γ.

Οὐκ ὀρθῶς οὐθ' ἐνταῦθα αἰτιολογεῖ, τὸν γραφόμενον κύκλον λέγων διὰ τοῦ π διέρχεσθαι, διὰ τὸ τὰς διαγωνίους ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, ϗ δίχα τέμνεσθαι. Ἀλλὰ τοῦ κύκλου τοῦ ὡς ἀπὸ κέντρου τοῦ ρ διά τε τῶν γωνιῶν τοῦ ὀρθογωνίου διερχομένου, ϗ δὴ, ϗ διὰ τοῦ π, δυνάμει τοῦ ἀρτίως ἡμῖν δεδειγμένου θεωρήματος, ἀγομένου. (Εἰ μὴ γὰρ, ἤτοι ὑπὲρ τὸ π διέρχοιτ' ἂν, ἢ ὑπὸ τὸ π, ἑκάτερον δὲ ἄτοπον. Ἀριθμ: 11) ἐντεῦθεν ϗ διὰ τὴν εἰς ἴσα κατατομὴν τῆς πγ, ἴσαι αἱ ἕξ.

„Τὸ πυογ ἄρα τόξον ἡμικύκλιον ἐςί· ϗ ἡ βο μέση ἐςὶν ἀνάλογος τῶν βπ, βγ, κα-
„τὰ τὴν ιγην: τοῦ ςου: τοῦ ςοιχειωτοῦ· ἔςι δὲ ϗ ἡ βπ, μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο (ἐκ τῆς
„κατασκευῆς) Ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βπ, ἔςι ϗ ἡ βπ πρὸς τὴν βο. ὡς δὲ ἡ βπ πρὸς
„τὴν βο, ἔςι ϗ ἡ βο πρὸς τὴν βγ. Αἱ τέσσαρες ἄρα εὐθεῖαι αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς ἑξῆς
„εἰσὶν ἀνάλογον. Δέδονται δὲ αἱ αβ, βγ ἄκραι. Ἄρα εὕρηνται αἱ ζητούμεναι μέσαι βπ, βο.
„ὅπερ ἦν τὸ ἐν ἀρχῇ ὑποσχεθέν. Δύω ἄρα δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν κτλ.

Οὕτως ὀρθῶς τε ϗ ἀκριβῶς ἡμῖν ὡς οἴεται, ὁ τοῦ προβλήματος ἐπιλύτωρ περάνας τὸν λόγον, ἐπισαλπίζει τέως τὸ εὕρηνται. Ἐμοὶ δὲ καιρὸς νῦν ἂν εἴη ἀντίφθογγον αὐτῷ ἐπᾶσαι τὸ μέλος, ἀντικράξαντα τὸ, οὐχ εὕρηνται· μᾶλλον δὲ τὸ, εὕρηνται μὲν ἄλλοις ἄλλως, τοῖς μὲν μηχανικῶς ἐπὶ τὴν εὕρεσιν τῶν ζητουμένων μέσων ἀφικομένοις (8)· τοῖς δὲ καὶ Γεωμετρικῶς, διὰ τῶν ἐν τοῖς Κωνικοῖς θεωρουμένων καμπύλων (9). Σοὶ δ' οὐχ εὕρηνται Ἀλλ' ἄνθρακες ὁ θησαυρὸς, τὸ τοῦ λόγου, ϗ αἱ ἐλπίδες κεναὶ, δεινῶς μὲν παραλογισθέντι, σχετλίως

---

(1) Ἐν ταῖς εἰς τὰ Τακκετ: ςοιχ. σημειώδ: βιβλ: γ': Σχόλ: τῆς κά: προτ. (2) κα: τοῦ γου: (3) Ἐξυπο9: (4) ιςη: τοῦ αου: (5) καη: τοῦ γου: (6) Ἐξυποθ: (7) ιςη: τοῦ Αου: (8) Ὅρα Τακκέτ: βιβλ: ςυ: τῶν Γεωμ: ςοιχ: ἐν τῷ Σχολ: τῆς ιγης: προτ: (9) Ὅρα Οὐάλφ: ἐν τοῖς ςοιχεί: τῆς Ἀναλύσ: Μέρει Αου: Τμήμ: βου: προβλ: συν: §. 624.

δὲ ϗ τὴν δειλαίαν Γεωμετρίαν διασπάσαντι, ϗ νευροκοπήσαντι. Συνεπιφθέγξεται δέ μοι τὸ Οὐχ εὕρηνται τοῦτο, εὖ οἶδα, πᾶς ὅςτις οὐκ ἔξω ταυτησὶ τῆς παλαίςρας τῶν μαθημάτων γενόμενος, πρὸ παντὸς ἔγνω δεῖν τιμᾶν τὴν ἀλήθειαν, ἣν ϗ τῶν φίλων αὐτῶν εἶναι φιλτέραν ὁ λόγος αἱρεῖ ὁ φιλόσοφος· τῷ γὰρ ὄντι πῶς ἄντις ἐν τοῖς ἀποδεδειγμένοις τάξεις τὸ ζητούμενον, οὗ τὰ μὲν ὑποτίθεται (Ἀριθμ: 8) τὰ δὲ εἰς δεῖξιν μὲν ὑπερτίθεται (Ἀριθμ: 7) οὐδαμῶς δὲ δείκνυται; Ἢ τὶς οὐκ ἂν οὕτω τοῦ λοιποῦ, τῶν ὅσα ἐν ἀπόροις κεῖται, εὐχερῶς ἐπιλύεσθαι καταθρασύνοιτο, πρὸς τὸ δοκοῦν οἱ τιθεμένων, τῶν οἷς ἐφήδρασαι ἡ τοῦ πράγματος πᾶσα δυσχέρεια; τῷ γὰρ τοιούτῳ ἀνεπίλυτον οὐδὲν ἐπ' ἀδείας καταψευδομένῳ, ϗ δεκτὰ ϗ ἄδεκτα, εἰς ταυτὸν ὁμοῦ συμφοροῦντι, ὡς μηδενὶ ἄρα εὐθύνας ὀφείλοντι, ϗ νομοθετοῦντι ἄντικρυς τὴν ἐπίλυσιν. Ἀλλ' ἡμῖν, καίτοι τῶν ἄχρι τούτου ἐπισημειωθέντων, ἀποχρώντως εἰς τὸ ἀνακαλύψαι τὴν ἀπάτην, ϗ τὸν παραλογισμὸν ἐμφανῆ καταςῆσαι ϗ δῆλον παντὶ τῷ προσέχοντι, Ἔτι ϗ σαφέςερον, εἰ δυνατὸν τὴν κενοσπουδείαν τοῦ παραλελογισμένου Γεωμέτρου ἀπελεγκτέον.

Πρὸ πάντων οὖν ἐκεῖνο τίνα οὐκ ἂν εἰς ὑπόνοιαν ἐκίνησε παραλογισμοῦ, ἡ τῆς μξ εὐθείας, κατὰ λόγον τὸν τῆς ζμ πρὸς τὴν ξθ τομὴ, ἣν ἐν αὐταῖς ταῖς κατασκευαῖς (Ἀριθμ: 1) ὁ Γεωμέτρης ἡμᾶς ἐξῃτήσατο; Ἔςω, τεμνέσθω ταύτῃ γε ἡ μξ. Οὔκουν ἀντιλέγω, οὐδὲ γὰρ τὴν ἀρχὴν ἀντεῖπον οὕτω κελεύσαντι, μᾶλλον δὲ ϗ τὴν πρότασιν αὐτὴν ὑπεβαλόμην (τὴν θην: τοῦ ςου:) ἐν ἐκείνοις (Ἀριθ: 1.) προσεπιχαριζόμενος. Αὐτὸς δὲ καλῶς ἂν ἐποίησας, εἰ τοῦτο προέθου ἐκπαιδεῦσαι ἡμᾶς ϗ τῆς τομῆς τὴν χρῆσιν, ἥτις τε ἐςὶ, ϗ πρὸς ὃ τείνουσα. Τὸ γὰρ τὴν κατὰ τόνδε μόνον ϗ οὐχὶ καθ' ἕτερόν τινα λόγον τομὴν, ἐν ἀπείροις ἄλλαις δυναταῖς οὔσαις, ἡ τῶν δ. μ. π. ε. ἢ ὅτι συμβαδίζειν ἐπάναγκες ἐπὶ τῶν περὶ τὰς γη, ϗ γπ ϗ γκ. εὐθείας εὐθεῖαν κύκλων τὰς τῶν ἄκρων ἀπὸ τοῦ μέσου κύκλου ἀποςάσεις, ταῖς τῶν περὶ τὴν αζθ, αζ, καὶ αο, καὶ αθ ἄκρων ἀπὸ τοῦ μέσου ἀποςάσεσι; Καὶ μὴν αὐτὸ τὸ ἐν ἀρχῇ αἰτούμενον ἐρεῖς, εἰ τοῦτο εἴποις. Αἱ γὰρ συμβαδίζουσαι ἀποςάσεις, αὐτοὶ οἱ ὅροι εἰσὶ τῆς ἀποῤῥήτου ἀναλογίας μο: οξ: : ζμ: ξθ. περὶ ἧς ἠπόρηται· ἔπεσιν οὖν ἀεὶ διαπυνθάνεσθαι τί δήποτε εἰ οὕτω τέμοι τις, καὶ μὴ ἄλλως, τὰς δύω μέσας εὑρήσει; Μένοντος δὲ ἐν ἀποῤῥήτοις οὕτω τοῦ πράγματος, καὶ ἡ ἐπαγομένη ἀπόδειξις βαθεῖ ζόφῳ πεπύκασαι, καὶ οὐδ' ἀξία ἐςὶ τοῦ ὀνόματος. Δεῖ γὰρ δὴ πᾶσαν ἀπόδειξιν ἐκ σαφεςέρων εἶναι καὶ γνωριμωτέρων τοῦ συμπεράσματος. (1)· ἥτε πρὸς τὰ ἐπιφερόμενα σχέσις τῶν τεθέντων παντὶ ἀποδεικτικῷ λόγῳ ἐςὶν ἀπαραίτητος. Ἀδήλου ϗ γὰρ οὔσης τῆς συνεπείας, ἀμφισβητοίη ἄντις εἰκότως, εἰ τόδε ἐκ τοῦδε ἕπεται, ἢ μὴ, ἀλλ' ἐξ ἄλλου τυχόν. Οἷα δὴ κἀπὶ τοῦ προκειμένου ἡμῖν εὐλόγως ἄντις ἐνδοιάσειε, πρότερον ἆρα οὗτος ὁ τῆς τομῆς λόγος ἐπὶ τὸ ζητούμενον ἄγει, ἢ ϗ ἄλλως πως τυχὸν τῆς μξ τμηθείσης αἱ δύω μέσαι εἰσὶ θηράσιμοι; λέγω δὲ ταῦτα οὐχ ἁπλῶς οὐδ' ἀλόγως εἰς ὑπόνοιαν ἀνάγων τοῦ πράγματος, ϗ τὸ κράτος οὕτω τοῦ ἐξενηνεγμένου λόγου ὑποθραύειντε, ϗ ἀπαμβλύνειν πειρώμενος. Ἀλλ' ἐπισκοπήσας ἀκριβῶς ὅτι ϗ εἴτις τὴν μξ δίχα διέλοι, ἢ ϗ ἄλλως ὁπωσοῦν, διαιτήσειε δὲ, ὡς κεῖται ἐπὶ τῇ θρυλλουμένῃ μάτην εὑρέσει, τὰ λοιπὰ τῆς δείξεως, ἐπὶ τὸ αὐτὸ πέρας ἀφίξεται· οἷον ἐρῶ ϗ αὐτὸς ὁμοίως ἐκείνῳ.

Κείσθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ. (2) καὶ ἀορίςως προσεκβληθήτωσαν ἐπὶ ε ϗ δ. Καὶ ἴσης τῇ βγ ληφθείσης τῆς βζ, εὑρεθήτω τῶν αβ, βζ, μέση ἡ βη. Καὶ πάλιν ληφθείσης τῆς βθ ἴσης τῇ βη, εὑρεθήτω μέση τῶν αβ, βθ ἡ βκ. Καὶ περὶ τὰς γη, γκ, κύκλοι γραφήτωσαν οἱ γλημ, ϗ γνκξ, ὧν ὁ μὲν τέμνοι τὴν βδ κατὰ τὸ μ, ὁ δὲ κατὰ τὸ ξ. Καὶ (τοῦτο γὰρ τὸ ἐμὸν ὅπερ ἂν ἴσῳ λόγῳ διὰ τὴν ι.: τοῦ Αου: αἰτήσαιμι.) δίχα τετμήσθω ἡ μξ, κατὰ τὸ ο. Καὶ τῶν αβ, βο, εὑρεθήτω μέση ἡ βπ, ϗ ἐπεζεύχθωσαν αἱ απ, πο. Καὶ δίχα τετμήσθω ἡ πγ, κατὰ τὸ ρ. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ορ, ϗ προαχθήτω ὥςε συμπεσεῖν τῇ απ κατὰ τὸ σ. Καὶ ἀπὸ τοῦ σ ἀχθήτω κάθετος μὲν ἐπὶ τῆς αβ ἡ σφ, παράλληλος δὲ τῇ αὐτῇ αβ ἡ στ. Καὶ ἀπὸ τοῦ ο κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ συ. ὥςε μοι πληροῦσθαι τὸ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. Εἶτα ϗ τὰ ἑξῆς προσθήσω, μηδὲν τῶν ὑπὸ τοῦ καλοῦ Γεωμέτρου εἰρημένων διαφέροντα. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἐρῶ ὡς ἐκεῖνος, ϗ ἡ φυ. Ἡ δὲ, ἤτοι διὰ τοῦ ρ χωρήσει, ἢ οὔ. Καὶ εἰ μὲν, ἔχομεν

---

(1) Ἀρ: ἐν ὑς: Ἀναλυτ: (2) Σχῆμ. 39. καὶ 42.

ἄρα σαφῶς ὅπερ θέλομεν. Εἰ δὲ μὴ, διερχέσθω ἄρα ἤτοι ὑπὲρ τὸ ρ διὰ τȣ̃ χ, ἢ πάντως ὑπὸ τὸ ρ διὰ τȣ̃ 4. Καὶ τὰ ἄτοπα δὲ ἐπιδείξω παραπλησίως ἐκείνῳ ἐφοδεύσας τὴν δεῖξιν, ὡς φανερὸν ἐςὶ παντὶ τῷ νȣ̃ν ἔχοντι. (Περιττὸν γὰρ οἶμαι τὰ αὐτὰ δὶς γράφειν ἀνέχεσθαι, ἐνὸν ἐν τοῖς γραφῆναι φθάσασιν Ἀριθμ: 4, 5, 6 κξ: ταὐτὰ ἀναγνῶναι.) Καὶ τελευταῖον ἐπιβοήσομαι ϗ αὐτὸς, μέγα κεκραγὼς ϗ διάτορον, (τί γὰρ ȣ̓χί;) ὅτι ἄρα τὸ ρ τȣ̃το ἐςὶ τὸ κέντρον τȣ̃τε ὀρθογωνίȣ ϗ τȣ̃ κύκλȣ; (ἵνα μὴ δηλονότι τῇ ιςῃ: τȣ̃ Αȣ: προσκρȣ́σαντες, δίκας ὑφέξωμεν). Καὶ ὅτι ἡ βπ, ϗ βο, αὗται εἰσὶν αἱ ἀπὸ δισχιλίων ἐνιαυτῶν ζητȣ́μεναι, ϗ ἐπ᾽ ἀγαθῷ τῶν μαθημάτων, νῦν εὑρισκόμεναι.

Ἀλλὰ γὰρ μὴ δίχα, τρίχα δὲ εἴπερ οἷόν τε ἢ τέτραχα, ἢ ϗ ἁπλῶς ὁπωσȣ̃ν τὴν μξ τεμὼν ϗ τὸ δόξαν μέρος τῆς τομῆς ἀπολαβὼν εἰς δύω, τὰ αὐτὰ κατασκευάζω, ϗ ταὐτὰ δείκνυμι, ϗ καθ᾽ οἱανδήποτε τομὴν τὸ ζητȣ́μενον εὑρίσκω, ȣ̓δὲν χεῖρον μᾶλλον δὲ ȣ̓δὲν ἄμεινον ἢ πρότερον γεωμετρικευόμενος. Καὶ ἢν μὲν τῷ μ ἔγγιον ποιήσωμαι τὴν τομὴν, τὰς μέσας βπ, βο ἔξω ἐλάσσονας· ἢν δ᾽ ἀπωτέρω, λήψομαι μείζονας. Ἀλλ᾽ ἔξω, ϗ λήψομαι τῷ κρατίςῳ λόγῳ ῥωννύμενος. Ἀλλὰ μὴν φανερὸν ὡς ἡ μξ εἰς ἀεὶ διαιρετὰ διαιρȣμένη ἐπ᾽ ἄπειρον, ἀπείρȣς ϗ τὰς βο, τῷ μεγέθει ἀλλήλων διαφερȣ́σας δίδωσιν. Ἡ δὲ τῆς βο κατὰ τὸ μέγεθος διαφορὰ, ϗ τὴν τῆς βπ ἐξάπαντος διαφορὰν συνεφέλκεται. Τῇ γὰρ διαμέτρῳ αβο ἀμειβομένῃ, συναμείβεται ϗ ἡ ἀπὸ β κάθετος, ϗ συναύξει μὲν αὐξανȣ́σῃ, συνεκμειȣ̃ται δὲ μειȣμένῃ. Ἄρα ȣ̓̃ν (ἢ ἔσοι δοκεῖ γράμμασι τριπηχυαίοις εἶναι τὸ συμπέρασμα τόδε γράφεσθαι ἄξιον;) Ἄρα ȣ̓̃ν δύω δεδομένων τῶν ἄκρων ὡρισμένως αβ, ϗ βγ, αἱ διὰ τῆς θαυμαςῆς μεθόδȣ εὑρισκόμεναι μέσαι ἐφεξῆς ἀνάλογον, ȣ̓ δύω εἰσὶν, ȣ̓δ᾽ ὡρισμέναι, ὥσπερ δὲ ἔδει, ἀλλ᾽ ἄπειροι ϗ ἀόριςοι. Βαβαὶ τῆς ἀτοπίας! Καὶ τολμήσει τις ἄρα τȣ̃ λοιπȣ̃, κἂν ὅτι μάλιςα θρασύσπλαγχνος ᾖ, ὡς ὑγιές τε, ϗ ἀπηκριβωμένον, ϗ ἅπασι τοῖς ἀπὸ τῆς Γεωμετρίας καλοῖς συγκεκροτημένον προβαλέσθαι τὸ τοιόνδε ἡμῖν ἐπινόημα;

Τȣ̃το μὲν ȣ̓̃ν τὸ ἄτοπον, καὶ εἰ μηδὲν ἄλλο προσείη, ἤρκεσεν ἂν καὶ μόνον, τὸν ὑπὸ τῷ λίθῳ εὕδοντα σκορπίον ἡμῖν δȣ̃ναι τεκμηριῶσαι. Πρὸς δέ γε τȣ́τῳ καὶ τὰ ἐν Ἀριθμοῖς 7 καὶ 8 σημειωθέντα, αὐτὸν ὁλόσωμον τῆς ὀπῆς προκύψαι τὸν σκορπίον ἐποίησε. Καὶ δὴ ἅλις ἂν εἴη τῶν λόγων, τοῦ ἐλέγχȣ ἀκριβῶς σὺν Θεῷ ἤδη πεπληρωμένȣ. Ἐπεὶ δὲ τῶν ἀτόπων καὶ τὰς ἀρχὰς ζητητέον. Δεσμοῖς γὰρ ἐοίκασιν, ȣ̓̀ς οὐ τμητέον μιμȣμένοις τὸν τοῦ Φιλίππȣ, λυτέον δέ. Λύειν „δ᾽ οὐκ ἔνι (ὡς Ἀριςοτέλης ἐν τοῖς μεταφυσικοῖς φησὶ β. Κ: αον:) ἀγνοοῦντα τὸν δεσμόν. Ταύτῃτοι καὶ τὴν πλοκὴν ἡμῖν τοῦ δεσμοῦ πολυπραγμονητέον. Ἀμέλειτοι τὸ τοῦ παραλογισμοῦ κέντρον ἀκριβέςερον ἐξαιρετέον, καὶ σημειωτέον ἐν ᾧτε κεῖται, καὶ ὅθεν ὥρμηται. Εἶθ᾽ οὕτως αὐτὴν τοῦ κακοῦ τὴν πιτυὰν εὑρηκόσι πέρας τῷ λόγῳ ἐπιθετέον. Ἔμοιγε τοίνυν (εἰμὴ κατὰ τὸν τῆς τραγῳδίας Πενθέα παρορῶ, ὃς δύω μὲν ἡλίȣς ὁρᾶν ἐδόκει, δισσὰς δὲ Θήβας) δισσαὶ παρίςανται ὑποθέσεις, ὑπ᾽ ἀλλήλων ἀμοιβαδὸν ἀναιρούμεναι, Ἐξ ὧν ἡ πᾶσα τοῦ παραλογισμοῦ διπλόη συνήρτηται. Εἰσὶ δὲ αὗται τὰ δισσὰ κέντρα, ἃ λανθάνει ὁ καλὸς Γεωμέτρης τῷ ὀρθογωνίῳ φσυο κατὰ τὸ αὐτὸ ἀπονέμων, τὸ μὲν ἐκτὸς τῆς γκ, ὡς ὅτε τὰς διαγωνίȣς κατὰ τὸ ψ, ἢ τὸ 5 τέμνειν ἀλλήλας ὑποτίθησι, τὸ δ᾽ ἐκ ἐκτὸς, ἀλλ᾽ ἐπ᾽ αὐτῆς τῆς γκ, ἐφ᾽ ἧς καὶ τὰ κέντρα εἴληπται τῶν κύκλων, τοῦτε γλνμ, καὶ τοῦ γνκξ, ὡς ὅτε τὰ φ καὶ ο σημεῖα, τὰ κατὰ τὰς γωνίας τοῦ ὀρθογωνίȣ, αὐτῶν τῶν λ καὶ μ, καὶ τῶν ν καὶ ξ σημείων, ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἀφεςῶτα λαμβάνει, καθ᾽ ἃ οἱ κύκλοι τὴν εὐθεῖαν τέμνȣσιν αβδ. Αον: οὖν ὑπετέθη τὸ τοῦ παραλληλογράμμȣ κέντρον ἐκτὸς εἶναι τῆς γη, κατὰ τὸ ψ. Βον: δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ αὐτοῦ παραλληλογράμμȣ, ἤτοι τὴν φο, εἰς ἴσα τέμνεσθαι κατὰ τὸ β. Ἀλλ᾽ ἡ κάθετος ἡ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ μέσον ἀγομένη τομῆς τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀρθογωνίȣ, διὰ τοῦ κέντρȣ δίεισι τοῦ αὐτοῦ· τὸ ἄρα κέντρον τοῦ ὀρθογωνίȣ, ἐπὶ τῆς καθέτȣ γη ἐςὶν ἅμα διὰ τὴν βαν: ὑπόθεσιν, καὶ οὐκ ἔςι διὰ τὴν πρώτην. Ἀλλ᾽ ἴσως ἄμεινον Γεωμετρικῇ καὶ ταῦτα μεθόδῳ χρησαμένȣς ἐπὶ τὸ σαφέςερον ἀνακαλέσαι πειράσασθαι. Κείσθω τοιγαροῦν.

Λῆμμα Αον:

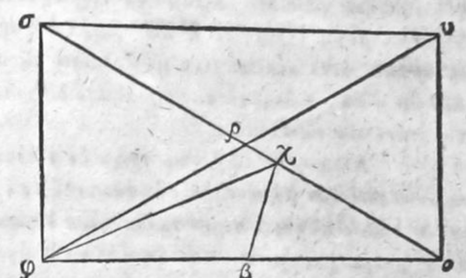
„Παντὸς παραλληλογράμμȣ ὀρθογωνίȣ αἱ διαγώνιοι διάμετροι σο, υφ ἴσαι τε εἰσὶν „ἀλλήλαις, καὶ δίχα ὑπ᾽ ἀλλήλων τεμνόμεναι· τούτȣ οὖν ἡ δεῖξις παρήχθη ἀνωτέρω ἐν Ἀριθμ: 4.

Πόρισμα.

Διὰ δὲ τὸ ζον: ἀξίωμα, καὶ αἱ ἡμιδιάμετροι ἀλλήλαις ἴσαι.

Λῆμμα Βον:

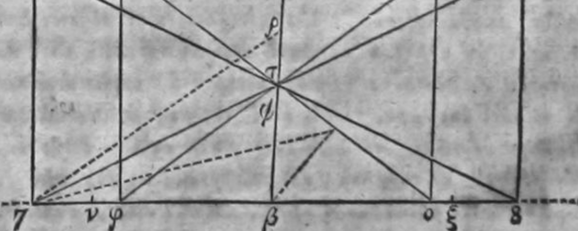
„Ἡ ἀπὸ τȣ̃ μεσαιτάτȣ σημείȣ β, (τινος τῶν πλευρῶν φο) κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τȣ̃ „παραλληλογράμμȣ φσυο, χωρήσασα, δι᾽ αὐτȣ̃ τȣ̃ σημείȣ ρ καθ᾽ ὃ καὶ αἱ διαγώνιοι διάμετροι „ἀλλήλας τέμνȣσι, διέρχεται.



Εἰ μὴ γὰρ, ἀλλὰ πιπτέτω μὴ ἐπὶ τȣ̃ ρ καθ᾽ ὃ τέμνονται αἱ διαγώνιοι, ἄλλῃ δέπῃ οἷον ἐπὶ τὸ χ, ἡ ἀπὸ τȣ̃ μεσαιτάτȣ β σημείȣ τῆς πλευρᾶς φο, ἀγομένη κάθετος βχ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ φχ. Ἐπειδὴ δὲ φβ = οβ. (1) Καὶ κοινὴ ἡ βχ. (2). Καὶ ὑπὸ φβχ. = ὑπὸ χβο. (3), ἔςαι ϗ φχ = οχ. (4). Κοινὴ δὴ προσιθέσθω ἡ χρ, ϗ (5) ἔςαι ορ = φχ ϗ χρ ἅμα. Ἀλλ: ορ = φρ (6). Ἄρα αἱ φχ ϗ χρ ἅμα = φρ. Αἱ δύο τȣ̃ ρφχ τριγώνȣ πλευραὶ τῇ λοιπῇ, ὅπερ (7) ἀδύνατον. Ὡσαύτως δειχθήσεται τὴν ἀπὸ τȣ̃ β κάθετον ἀγομένην, κατὰ μηδὲν ἄλλο σημεῖον τῶν διαγωνίων διαμέτρων πίπτειν, ὅτι μὴ καθ᾽ ὃ τέμνονται· τȣτέςι κατὰ τὸ ρ, ὃ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ τὸ κέντρον εἶναι λέγεται.

Ἄλλωςτε, ἐπειδὴ τὸ φρο τρίγωνον ἰσοσκελές ἐςιν (8). Ἡ δὲ τὴν βάσιν φο τȣ̃ ἰσοσκελȣ̃ς δίχατε ϗ πρὸς ὀρθὰς τέμνȣσα, διὰ τῆς κορυφῆς τȣ̃ τριγώνȣ διέρχεται (9), δῆλον αὖ πάλιν κᾀκ τȣ́τȣ τὸ προτεθέν.

Τȣ́των ȣ̓̃ν ȣ̔́τως ἐχόντων, ἐπεὶ ἡ λμ δίχατε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται (ἐπὶ τȣ̃ σχήματος τῆς εὑρέσεως) ὑπὸ τῆς γπ, ἔνθα τὸ β, (κατὰ τὴν γην: τȣ̃ γȣ:. Καὶ αἱ λβ, καὶ βμ ἴσαι (ταῦτα γὰρ ἐπὶ λέξεως ἡμᾶς ἐδίδαξεν ὁ τῆς μεθόδȣ πατὴρ (ἐν Ἀριθμ: 6). Ἴση δὲ καὶ ἡ μο τῇ λφ (ὡς ὁ αὐτὸς φησὶν ἐν Ἀριθμ: 7). Ἴσαι ἄρα αἱ βφ, ϗ βο. (10) δίχα ἄρα τέμνεται ἡ πλευρὰ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ φο, ϗ δὴ ϗ πρὸς ὀρθὰς (11) ὑπὸ τῆς βρη. Οὐκȣ̃ν ἐν ταύτῃ τῇ ὑποθέσει ἡ εὐθεῖα βρη διέρχεται (12) διὰ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ, τȣτέςι τὸ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ τȣ́τȣ ὀρθογωνίȣ κέντρον, καθ᾽ ὃ τέμνονται αἱ διαγώνιοι διάμετροι ἐςὶν ἐπὶ τῆς βη. Ἀλλὰ ϗ διὰ τὴν ἄλλην ὑπόθεσιν (τὴν ἐν Ἀριθμ: 4) ȣ̓κ ἔςιν ἐπὶ τῆς βη, ἀλλ᾽ ἐκτὸς αὐτῆς, ἔνθα τὸ ψ. Ἆρ᾽ ȣ̓̃ν ἑκάτερον, ϗ ἐπὶ τῆς βη, ϗ μὴ ἐπ᾽ αὐτῆς· ϗ ἔνθα τὸ ψ, ϗ μή· ἢ βέλτιον εἰπεῖν (ὑποθέσεως ὑπόθεσιν ἀναιρȣ́σης) ȣ̓δέτερον· ȣ̓́τε γὰρ ἐπὶ τῆς βη, ὅτι ἔνθα τὸ ψ. ȣ̓́τ᾽ ἔνθα τὸ ψ, ὅτι ἐπὶ τῆς βη.



Ὁμοίως δὲ ϗ τῆς διαγωνίȣ φυ ὑπὸ τὸ ρ διέρχεσθαι νοȣμένης (ἐπὶ τȣ̃ Σχήμ: τῆς εὑρέσεως) οἷον διὰ τȣ̃ 4 ϗ κατ᾽ αὐτὸ τῆς Παραλλήλȣ τῇ 4φ, ἤτοι τῆς ρ7 ἐκτὸς τȣ̃ ν πίπτειν ὑποτιθεμένης (ἐν Ἀρ: 8), προαχθήτω ἡ φο τȣ̃ ὀρθογωνίȣ πλευρὰ ἑκατέρωθεν ἀορίςως, καὶ ληφθήτω μὲν νφ = ξο, ληφθήτω δὲ καὶ ν7 = ξ8, ὥςε ἴσας εἶναι τὰς φ7, ϗ ο8. Καὶ ἐπὶ τῆς συ ἀντιθέτȣ πλευρᾶς ἑκατέρωθεν προεκβληθείσης, ἀπὸ τῶν σημείων 7 ϗ 8 πιπτέτωσαν κάθετοι 7σ, ϗ 8υ. (13) Καὶ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ τσυ8 συςάντος, πάλιν διὰ τȣ̃ ἀνωτέρω βȣ: λήμματος, ὅτι ἡ ἀπὸ β τὴν 78

---

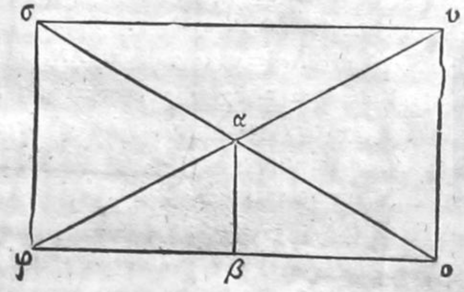
(1) Ἐξ ὑποθ: (2) Ἐξ ὑποθ: (3) Ἐξ ὑποθ: (4) Δ᾽: τȣ̃ Αȣ: (5) ἀξ: βον: (6) διὰ τὸ ἀνωτ: πόρισ: (7) διὰ τὴν κ: τȣ̃ αȣ: (8) διὰ τὸ ἀνωτ: πόρισμα. (9) Πόρισμ: δον: τȣ̃ Σχολ: τȣ̃ μετὰ τὴν κδην: τȣ̃ Αȣ: παρὰ Οὐΐςωνι ἐν ταῖς εἰς τὰ ςοιχ: τȣ̃ Τακ: σημειωσ: (10) διὰ τὸ βον: ἀξ: (11) Ἐκ κατασ: (12) διὰ τὸ ἀνωτ: βον: λῆμμα. (13) ιβ. τȣ̃ Αȣ:

πλευρὰν δίχα ϗ πρὸς ὀρθὰς ἐςὶ τέμνȣσα· ȣ̓κȣ̃ν μὲν διὰ ἄλλȣ τινὸς σημείȣ οἷον τȣ̃ 5 διὰ δὲ τȣ̃ 4 διελεύσεται. Ὥςε ϗ ȣ̔́τως ἔςαι μὲν ἐπὶ τῆς βη, ὡς ἀνωτέρω τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ κέντρον, ἔςι δὲ ϗ ἐκτὸς αὐτῆς, ἤτοι ἐπὶ τȣ̃ 5, διὰ τὴν ἄλλην ὑπόθεσιν. Καὶ ἡ Ἀντίφασις παραπλησία, τὸ τῶν ἀμοιβαδὸν ἀναιρȣμένως ὑποθέσεων ἀποκύημα.

Ἀλλὰ γὰρ ϗ ἄλλοθεν ἐπισκοπήσας, ϗ ἐκ τȣ̃ς, διὰ τῶν ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ καθέτων τομῆς, τῆς πλευρᾶς τȣ̃ ὀρθογωνίȣ, δισσὰς ȣ̓δὲν ἧττον εὑρήσεις τὰς ὑποθέσεις, πάντη ἀσυςάτως ἐχȣ́σας. Οὕτως εὔφορον ἐςὶν ἀτοπιῶν τὸ τȣ̃ Γεωμέτρȣ μεθόδευμα. Ἀλλὰ ϗ εἰς τὴν τȣ́τȣ δήλωσιν κείσθω.

Λ ῆ μ μ α Γ^ον:

„Ἐπὶ παντὸς ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ ἡ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ, ἤτοι τȣ̃ σημείȣ καθ' „ὃ αἱ διαγώνιοι διάμετροι τέμνονται, ἀγομένη κάθετος, δίχα τέμνει τὴν πλευρὰν ἐφ' ἣν ἐφέςηκεν.



Ἐπειδὴ γὰρ ἐπὶ τῶν τριγώνων φαβ, ϗ βαο, ἔςιν (1) ἡ $\varphi\alpha = \alpha o$. Καὶ ὑπὸ $\alpha\beta\varphi =$ ὑπὸ $\alpha\beta o$ (2). Καὶ ὑπὸ $\alpha\varphi\beta =$ ὑπὸ $\alpha o\beta$ (3). Ἔςαι ϗ $\varphi\beta = o\beta$. (4) Ο. Ε. Δ.

Ἄλλως τε κἀπὶ παντὸς ἰσοσκελȣ̃ς τριγώνȣ, τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἀγομένην πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τὴν βάσιν, δίχα τέμνειν τήν τε κορυφὴν, ϗ τὴν βάσιν, ϗ τῷ Ἄγγλῳ Οὐΐςωνι ἀποδέδεικται (5).

Εἰ τοίνυν ταῦθ' ȣ̔́τως ἔχει, ἡ ἀπὸ ψ, τȣ̃ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν κέντρȣ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ συοφ (ἐπὶ τȣ̃ τῆς μεθόδȣ διαγράμματος.) ἀγομένη κάθετος ἐπὶ τῆς φο πλευρᾶς τȣ̃ αὐτȣ̃ ὀρθογωνίȣ, ἤτοι ἡ ψω δίχα τέμνει αὐτήν. Καὶ ἔςιν ἄρα $\varphi\omega = \omega o$ (ὃ καὶ ἐν Ἀριθμ: 5 τῷ εὑρετῇ ὡμολόγηται.) Ἀλλ: ἡ $\varphi\lambda = \mu o$ (ἥ περ αὐτῷ δοκεῖ ἐν Ἀρ: 7) Ἄρα (6) τῇ ἀφαιρέσει τῶν ἴσων ἀπὸ τῶν ἴσων, ἔςαι τῇ $\lambda\omega = \mu\omega$. Ἀλλὰ διὰ τὴν γ^ην τȣ̃ γ^ȣ: ὡς ὁ αὐτὸς δείκνυσιν (ἐν Ἀρ: 6) ἡ λβ ἐςὶν ἴση τῇ βμ. Ἄρα ἡ λμ δίχα τέτμηται, ἤτοι εἰς ἴσα, καὶ κατὰ τὸ ω, καὶ κατὰ τὸ β. τὰ δὲ τȣ̃ αὐτȣ̃ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐςί. (7) Ἄρα ἡ λω ἴση τῇ λβ ἤτοι τὸ μέρος τῷ ὅλῳ, ȣ̔́ τί ἀτοπώτερον; (8).

Ὡσαύτως δ' ἂν ἔχοι τις καὶ τὴν τβ ἴσην ἀποδεῖξαι τῇ 7β, παραπλησίῳ τῷ λόγῳ χρησάμενος.

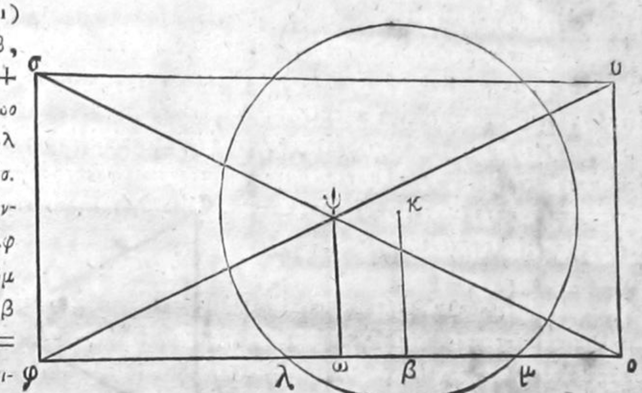
Ταύταις δὴ ταῖς ἀντιφράσεσιν, ȣ̓κ ἂν περιέπιπτεν ὁ Γεωμέτρης ȣ̔́τος, εἰ συνορᾶν εἶχεν, ὡς ἐπεὶ ἅπαξ τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ κέντρον ψ, τῆς βη ἐκκυλίσαι τῇ ὑποθέσει προέθετο, καὶ τὰς φλ καὶ μο, τῆς ἰσότητος φθάσας συνεξεκύλισεν. Αὐτὸς μέντοι καὶ τὸ ἔκκεντρον δȣ̀ς καὶ τὸ ὁμόκεντρον ἅμα ἐάσας ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τὴν ἑκατέρωθεν τȣ̃ ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ πρὸς τὸν περὶ τὴν γη κύκλον θέσιν τε καὶ ἀπόςασιν παραπλησίαν τε καὶ ἴσην ἐφύλαξε. Καὶ οἱονεὶ ἐπιλαθόμενος, ὅτι τȣ̃ κύκλȣ κατὰ χώραν μένοντος, τὸ ὀρθογώνιον σὺν αὐτῷ κέντρῳ καὶ γωνίαις ταῖς ἐπ' αὐτȣ̃, ἐπὶ θάτερα ὦσεν, καὶ μετέςησεν, αὐτὸ τȣ̃το πάλιν κατέσχε τῷ λόγῳ ἀμετάςατον, καὶ ὡς εἶχε πρότερον, εἰπὼν ὅτι $\varphi\lambda = \mu o$, καὶ διὰ τȣ́τȣ τȣ̃ ψευδȣ̃ς τὴν δεῖξιν περάνας, τόγε αὐτῷ δοκȣ̃ν, νεανικώτατα· τȣ̃το γὰρ ἀληθὲς ἔκρινε, καὶ ἢ τοιȣ̃τον, ἐπηγγείλατο δεῖξαι, (Ἀριθ: 7) προσθεὶς τὸ δ ε ι χ θ ή σ ε τ α ι. Ἀλλ' αὐτὸς μὲν ὅτι ἀληθὲς, ȣ̓κ ἔδειξεν ȣ̓δ' ἂν δείξειεν. Ἡμεῖς δ' ὅτι ψευδὲς ὧδι δείξομεν.

Λ ῆ μ μ α Δ^ον:

„Ἐὰν ὁ κύκλος ὑπὸ μιᾶς ἧς τινοσȣ̃ν τῶν πλευρῶν τȣ̃ ὀρθογωνίȣ (ἤτοι τῆς φο) μὴ διὰ „τȣ̃ κέντρȣ ἠγμένης τεμνόμενος (κατὰ λ καὶ μ) ᾖ τὰ κέντρα τȣ́τε ὀρθογωνίȣ ψ, καὶ τὸ τȣ̃ κύ„κλȣ μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πρὸς τὴν φο πλευρὰν καθέτȣ θάτερον δὲ πρὸς θατέραν τῶν γινομένων

(1) Διὰ τὸ μετὰ τὸ Δ^ον: λῆμμα πόρισμα. (2) Ἐξ ὑποθ: (3) Εη: τȣ̃ Δȣ: (4) κςη: τȣ̃ Αȣ: (5) Πορ: αȣ: τȣ̃ Σχολ: τȣ̃ μετὰ τὴν κςην: τῶν ςοιχ: ἐν τοῖς Τακκετ: (6) Ἀξ: γον: (7) Ἀξ: ζον: (8) Ἀξ: θον:

„τομῶν ἀποκλίνη (οἷον τὴν πρὸς λ). Ἀχθῶσι δὲ ἀφ' ἑκατέρων τῶν εἰρημένων κέντρων, πρὸς „τὴν ῥηθεῖσαν πλευρὰν κάθετοι αἱ ψω, κβ. Ἡ καθ' ὃ μέρος τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ κέντρον ἐςὶν, „εὐθεῖα ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπό τε τῆς περιφερείας, καὶ τῆς γωνίας, (ἤτοι ἡ λφ.) μείζων ἐςὶ „τῆς κατὰ θάτερον μέρος, καθ' ὃ τὸ κέντρον τȣ̃ κύκλȣ ἀπολαμβανομένης ὁμοίως, ἀπό τε τῆς „περιφερίας καὶ τῆς γωνίας, διαφορᾷ τῇ τῆς αβ τῆς ἀπὸ τῶν εἰρημένων καθέτων ἀπειλημμέ„νης δὶς ληφθείσης.

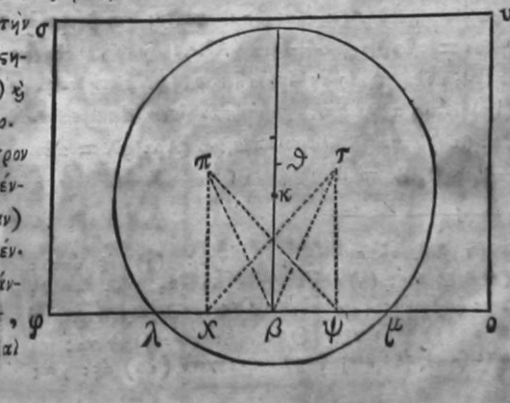


Ἡ ωφ ἴση ἐςὶ τῇ ωο. (1) Κοινῆς ȣ̃ν προςεθείσης τῆς ωβ, ἔςαι (2) $\omega\varphi + \omega\beta = \omega o + \omega\beta$. τȣτέςιν ἔςιν ἡ $\beta\varphi = \omega o + \omega\beta$. Ἀλλ' ἡ μὲν $\beta\varphi = \beta\lambda + \lambda\varphi$. ἡ δὲ $\omega o = \omega\beta + \beta o$. Ἄρα ληφθέντων τῶν ἴσων ἀντὶ τῶν ἴσων, ἔςαι $\beta\lambda + \lambda\varphi = 2\omega\beta + \beta o$. Ἡ δὲ $\beta o = \beta\mu + \mu o$. Ἄρα $\beta\lambda + \lambda\varphi = 2\omega\beta + \beta\mu + \mu o$. Ἀλλ' ἡ $\beta\lambda = \beta\mu$ (3). Ἄρα τῶν ἴσων ἀφαιρεθέντων ἀπὸ τῶν ἴσων, ἔςαι (4) $\lambda\varphi = 2\omega\beta + \mu o$. τȣτέςιν ἡ φλ μείζων ἐςὶ τῆς μο, τῇ ἀπολαμβανομένῃ ἀπὸ τῶν καθέτων ωβ, δὶς ληφθείσῃ. Ο. Ε. Δ.

Δέδεικται τοίνυν ὅτι ȣ̔́τως ἐπὶ τῶν σχημάτων κέντρȣ ἔξω κέντρȣ ἐςῶτος, ἡ φλ, ȣ̓χ ὅπως μείζων ἐςὶ τῆς μο, ἀλλὰ καὶ τοσȣ́τῳ μείζων, ὡρισμένως δηλονότι, ὅση ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπὸ τῶν καθέτων ωβ δὶς ληφθεῖσα. Ἐκ δὲ τȣ́τȣ κατὰ τὸν τῆς ἀκολȣθίας λόγον δέδεικται καὶ ψευδὲς εἶναι, ὅτι ἴσαι αἱ φλ καὶ μο, ὅπερ ὡς ἀληθὲς ἡμῖν ὁ γενναῖος, λαθεῖν νομίσας, ὑπέθετο, καὶ δεῖξαι ὑπέσχετο μὲν, ȣ̓κ ἀπέδειξε δὲ, ὡς πολλάκις εἴρηται. Ἀλλ' ἤδη κείσθω καὶ τȣ̃το τὸ ὑποτεθὲν αὐτῷ ἀληθὲς εἶναι, ὡς ἂν καὶ τὸ ἐντεῦθεν ἐπιφερόμενον λαβόντες, ἄμεινον ἐπιγνῶναι ἔχοιμεν τȣ̃ παραλληλογράμμȣ τὸ δίκεντρον.

Λ ῆ μ μ α. Ε^ον:

„Ἐὰν ὁ κύκλος ὑπὸ μιᾶς ἧς τινοσȣ̃ν τῶν πλευρῶν τȣ̃ ὀρθογωνίȣ, ἤτοι τῆς φο μὴ διὰ „τȣ̃ κέντρȣ ἠγμένης τεμνόμενος κατὰ τὰ σημεῖα λ καὶ μ. ὦσι δὲ ἑκατέρωθεν αἱ ἐπὶ τῆς ῥηθεί„σης πλευρᾶς ἀπό τε τῶν γωνιῶν φ καὶ ο τȣ̃ ὀρθογωνίȣ, καὶ τῶν εἰρημένων τομῶν λ καὶ μ ἀ„πολαμβανόμεναι εὐθεῖαι, φλ, καὶ μο, ἴσαι ἀλλήλαις. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κείσεται τὰ „κέντρα, τȣ́τε ὀρθογωνίȣ καὶ τȣ̃ κύκλȣ (δηλȣ̃σαν προεκβληθείσης) τῆς ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύ„κλȣ ἐπὶ τὴν εἰρημένην πλευρὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγομένης.



Ἐπειδὴ γὰρ ἡ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ, ἐπὶ τὴν λμ τῆς μὴ διὰ τȣ̃ κέντρȣ πρὸς ὀρθὰς ἐφέςηκεν, ἴση ἄρα (5) ἡ βλ τῇ βμ. Ἴσαι δὲ (6) ϗ αἱ ἀπειλημμέναι λφ, μο. Ἄρα (7) $\beta\varphi = \beta o$.

Εἴπερ ȣ̃ν τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ φσυο κέντρον ἤτοι τῷ κ συμπίπτει (δηλ: τῷ τȣ̃ κύκλȣ κέντρῳ) ἢ ἐπὶ τῆς βκ (προαχθείσης δηλȣ̃σαν) οἷον κατὰ τὸ θ ἐςὶ, ἔχομεν τὸ προςεθέν. Ἀλλ' εἰμὴ, ἔξω ἔξωθεν τῆς βκ, καὶ πάντως ἑτέρωθεν, ἤτοι γὰρ ἐφ' ὃ μέρος τὸ π, ἢ ἐφ' ὃ τὸ τ. Ἀλλ' ἔςω ἔνθα τὸ π. Καὶ

(1) Λῆμ: γον: (2) ἀξ: βον: (3) διὰ τὴν γην: τȣ̃ γȣ: (4) διὰ τὸ δ: ἀξ: (5) γη: τȣ̃ γȣ: (6) Ἐξ ὑποθ: (7) ἀξ: βον:

ἀπὸ τȣ̃ π ἀχθήτω κάθετος ἐπὶ τῆς φο (1) ἡ δὲ ἢ πάντως ἐπὶ τὸ β πεσεῖται, ἢ ἐπίτινος σημείȣ τῶν μεταξὺ β καὶ φ οἷον κατὰ τὸ χ ἢ ἐπίτινος τῶν μεταξὺ β καὶ ο οἷον κατὰ τὸ ψ. Ἀλλ' εἰ μὲν ἐπὶ τȣ̃ β, ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ πβφ (2). ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ϑβφ, (3) ἴσω ἄρα ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ πβφ, καὶ ϑβφ, τὸ μέρος τῷ ὅλω, ὅπερ (4) ἀδύνατον.

Εἰ δὲ ἐπὶ τȣ̃ χ πέσῃ ἡ κάθετος πχ, ἔσαι ἄρα (5) χφ = χο. ἤτοι ἡμίσεια τῆς φο. Ἀλλὰ καὶ ἡ βφ (δέδεικται ἀνωτέρω ȣ̃σα) ἡμίσεια τῆς φο. Ἄρα (6) φχ = φβ. τὸ μέρος τῷ ὅλῳ. Ὅπερ (7) ἀδύνατον.

Διατὸν αὐτὸν δὲ λόγον ȣ̓δ' ἐπὶ τὸ ψ, ἡ ἀπὸ τȣ̃ π κάθετος πεσεῖται, ἔσαι γὰρ τὸ ὅλον ἴσον τῷ μέρει. Καὶ τῷ αὐτῷ τρόπῳ ȣ̓δ' ἑτέρωθεν, οἷον ἐπὶ τȣ̃ τ, εἶναι τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ κέντρον, δεῖξαι ῥᾴδιον. Ἄρα κτ: Ο. Ε. Δ.

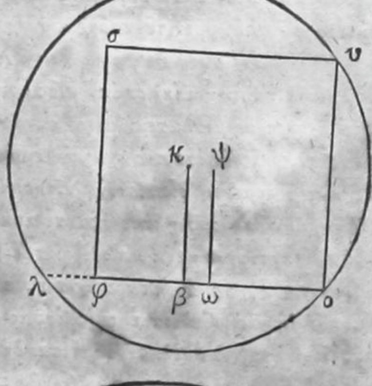
Καὶ ὅπως δὲ ἔχȣσι θέσεώς τε καὶ ἀποσάσεως τὰ ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα, τὰ ἤτοι κατȣδέτερον, ἢ κατὰ θάτερον μὲν τὴν περάτων μιᾶς τινὸς τῶν πλευρῶν, τῆς περιφερείας ἐκπίπτοντα, κατὰ θάτερον δὲ ἐμπίπτοντα, ȣ̓δ' ἀλλότριον ἂν εἴη τȣ̃ σκοπȣ̃ οἶμαι θεωρῆσαι, ȣ̓δὲ δυσχερὲς κατασκευάσαι.

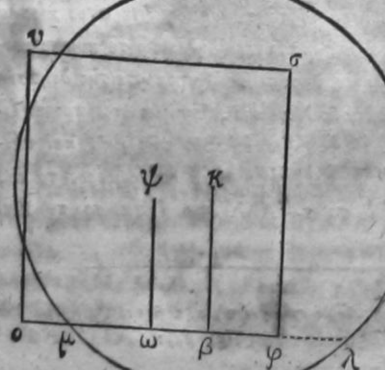
Λ ῆ μ μ α Ϛον:

„ Ἐὰν κύκλȣ, μία ἡτισȣ̃ν τῶν τȣ̃ ἐπ' αὐτῷ γεγραμμένȣ ὀρθογωνίȣ πλευρῶν (ἡ φο) „ μὴ διὰ τȣ̃ κέντρȣ ἠγμένη τὴν περιφέρειαν μηδαμῶς τέμνῃ, ὡς ἀνωτέρω· (8) ἀλλ' ἤτοι Αον: „ κατὰ θάτερον (οἷον κατὰ τὸ φ) ἐντὸς τῆς περιφερείας πίπτῃ, προπίπτῃ δὲ κατὰ πέρας θάτερον (οἷον τὸ ο) Ἢ Βον: κατὰ θάτερον μὲν ἐμπίπτῃ τὸ φ, κατὰ δὲ θάτερον ἐκπίπτῃ, (τὸ ο) „ τεμνομένης τῆς περιφερείας κατὰ τὸ μ. Ἢ δὲ τὸ τȣ̃ κύκλȣ κέντρον, κ, τȣ̃ μὲν ὀρθογωνίȣ „ ἐντὸς, τῷ δὲ κέντρῳ αὐτȣ̃ ψ μηδαμῶς συμπίπτον, ἀλλ' ἐπὶ θάτερον πέρας τῆς εἰρημένης „ πλευρᾶς ἀποκλῖνον· ἀχθῶσι δὲ καὶ κάθετοι ἀπὸ τῶν κέντρων, ἐπὶ τὴν ῥηθεῖσαν πλευρὰν, „ αἱ κβ, ψω. Κατὰ μὲν τὴν Αην: ὑπόθεσιν, ἡ τȣ̃ ἐμπίπτονταις πέρατος φ, ἀπὸ τῆς περιφερείας ἀπόσασις, ἤτοι ἡ φλ, ἴση ἐσὶ τῇ ἀπειλημμένῃ ἀπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τῆς πλευρᾶς, „ ἤτοι τῇ βω δὶς ληφθείσῃ. Κατὰ δὲ τὴν Βαν: ἴση τῇ αὐτῇ βω δὶς ληφθείσῃ πλὴν τῆς, ἀπό „ τε τȣ̃ σημείȣ τῆς τομῆς μ, καὶ τȣ̃ ἐκπίπτοντος πέρατος ο, ἀπειλημμένης μο."

Καὶ γὰρ (προαχθείσης τῆς βφ, ὥσε προπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ πρὸς τὸ λ.) βλ = βο (9)· τȣτέσι βφ + φλ = βω + ωο. Κοινὴ προσιθέσθω ἡ βω, καὶ ἔσαι (10) βφ + φλ + βω = 2βω + ωο. Ἀλλ: βφ + βω = ωο (11). Ἄρα (12) φλ = 2βω. Ο. Η. τὸ Α΄.

Ὁμοίως προαχθείσης τῆς βφ, ὥσε προσπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ πρὸς τὸ λ, ἐσὶν ἡ βλ = βμ (13). Τȣτέσι = βφ + φλ = βω + ωμ. Κοινὴ προσιθέσθω ἡ βω, Καὶ ἔσαι (14) βφ + φλ + βω = 2βω + ωμ. Κοινὴ προσέτι προσιθέσθω ἡ μο, καὶ ἔσονται βφ + βω + φλ + μο = 2βω + ωμ + μο. Ἀλλὰ γὰρ βφ + βω = ωμ + μο ἡ μὲν γὰρ ἴση τῇ ωφ, ἡ δὲ τῇ ωο, ταῖς (15) ἴσαις ἀλλήλαις. Ἄρα τῶν ἴσων ἀφαιρεθέντων (16) ἔσαι φλ + μο = 2βω. Ἄρα φλ = 2βω — μο. Ο. Ε. τὸ Β΄.





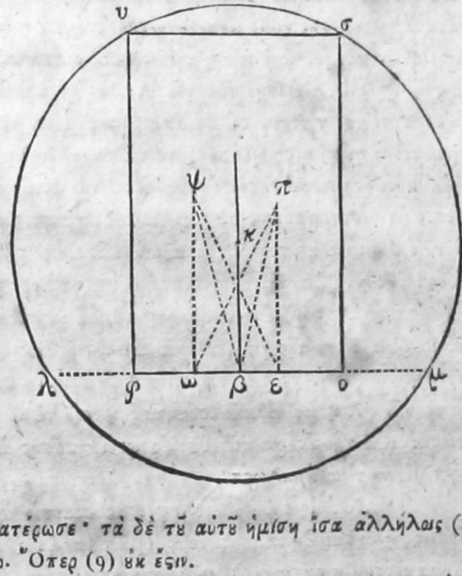
---

(1) ιβ΄. τȣ̃ αȣ: (2) ἐξ ὑποθ: (3) ἐξ ὑποθ: (4) ἀξ: θον: (5) λῆμ: γον: (6) ἀξ: ζον: (7) ἀ: θον: (8) λῆμ: δ΄. καὶ Ε΄: (9) γαν: τȣ̃ γȣ: (10) ἀξ: βον: (11) λῆμ: γον: (12) Ἀξ: γον: (13) γη: τȣ̃ γȣ: (14) ἀξ: βον: (15) λῆμ: γον: (16) ἀξ: γον:

Λ ῆ μ μ α Ζον:

„ Ἐὰν παραλληλογράμμȣ ὀρθογωνίȣ τȣ̃ υσφο, μία ἡτισȣ̃ν τῶν πλευρῶν μὴ διὰ τȣ̃ „ κέντρȣ ἠγμένη, οἷον ἡ φο, ὅλη ἐντὸς τȣ̃ κύκλȣ ἐμπίπτȣσα, ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἔχῃ τῆς πε„ ριφερείας ἀφεσῶτα τὰ πέρατα φ, καὶ ο, ὥσε προεκβληθείσης ἑκατέρωθεν, καὶ τῇ περιφερείᾳ „ προσπιπτȣ́σης κατὰ λ, καὶ μ τὰς φλ καὶ ομ ἴσης εἶναι, ἡ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύκλȣ ἐπ' αὐ„ τῆς κάθετος ἀγομένη κβ, (προεκβληθεῖσα ἢν δεήσῃ) διὰ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ „ διελεύσεται· τȣτέσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς καθέτȣ ἀμφότερα τὰ κέντρα, τȣ̃τε κύκλȣ, καὶ τȣ̃ παραλ„ ληλογράμμȣ κείσεται".

Μὴ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐχέτω εὐθείας, εἰ δυνατὸν, τὸ κέντρον αὐτȣ̃ τὸ παραλληλόγραμμον ἀλλ' ἑτέρωθεν, ἤτοι κατὰ τὸ ψ, ἢ κατὰ τὸ π.



Καὶ ἤχθω ἀπὸ τȣ̃ ψ κάθετος ἐπὶ τῆς φο προεκβληθείσης. Αὕτη γȣ̃ν ἤτοι ἐπὶ τὸ β πεσεῖται, ὡς ἡ ψβ, ἢ ἐντεῦθεν, ὡς ἡ ψω, ἢ ἐντεῦθεν ὡς ἡ ψε. Καὶ εἰ μὲν ὡς ἡ ψβ, ἔσαι ἡ ὑπὸ ψβφ (1) ὀρθή· ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ κβφ (2)· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ κβφ τῇ ὑπὸ ψβφ, τὸ ὅλον τὸ μέρει· ὅπερ (3) ἀδύνατον.

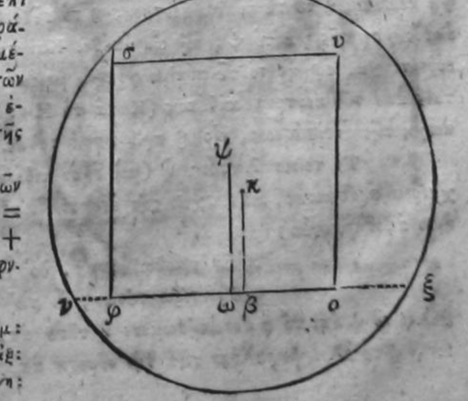
Εἰ δὲ ὡς ἡ ψω, ἄρα (4) ωφ = ωο. Ἀλλὰ τῆς φο προεκβληθείσης ἑκατέρωθεν ἐπὶ λ καὶ μ, ἐσὶν (5) βλ = βμ. Καὶ φλ = ομ. (6). Ἄρα τῶν ἴσων ἀπὸ τῶν ἴσων ἀφερεθεισῶν, ἔσαι (7) βφ = βο, εἰς ἴσα ἄρα τέτμηται ἡ φο καὶ κατὰ τὸ β καὶ κατὰ ω· δίχα γὰρ ἑκατέρωσε· τὰ δὲ τȣ̃ αὐτȣ̃ ἡμίση ἴσα ἀλλήλαις (8) ἐσὶν· ἴση ἄρα ἡ ωφ τῇ βφ. τὸ μέρος τῷ ὅλῳ. Ὅπερ (9) ȣ̓κ ἔσιν.

Εἰ δὲ τέως ὡς ἡ ψε, δειχθήσεται ὁμοίως ἡ βφ = εφ. ὃ τῆς αὐτῆς ἐσὶν ἀτοπίας ἐχόμενον.

Τῷ αὐτῷ δὲ λόγῳ δειχθήσεται μηδὲ κατὰ θάτερα οἷον κατὰ τὸ π τὸ κέντρον τȣ̃ ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ πίπτειν. Ἐὰν ἄρα παραλληλογράμμȣ ὀρθογωνίȣ κτ: Ο. Ε. Δ.

Λ ῆ μ μ α Ηον:

„ Ἐὰν παραλληλογράμμȣ ὀρθογωνίȣ τȣ̃ φσυο, μία ἡτισȣ̃ν τῶν πλευρῶν μὴ διὰ τȣ̃ „ κέντρȣ ἠγμένη ἡ φο, ὅλη ἐντὸς τȣ̃ κύκλȣ ἐμπίπτȣσα, μὴ ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἔχῃ τῆς περι„ φερείας ἀφεσῶτα τὰ πέρατα φ καὶ ο, ὥσε προεκβληθείσης ἑκατέρωθεν καὶ τῇ περιφερείᾳ „ προσπιπτȣ́σης κατὰ ν καὶ ξ, τὰς φν καὶ οξ ἀνίσȣς εἶναι, ἢ δὲ ἀμφοτέρων τὰ κέντρα τότε τȣ̃ „ κύκλȣ κ, καὶ τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ ψ, μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κείμενα καθέτȣ, ἥτις ἂν δι αὐτῶν ἐπὶ „ τὴν εἰρημένην πλευρὰν ἀχθείη, ἀλλὰ θάτερον ἐπὶ θάτερον πέρας τῆς εἰρημένης πλευρᾶς ἀπο„ νεῦον. Ἀχθῶσι δὲ καὶ κάθετοι ἀπὸ τῶν κέντρων ἐπὶ „ τῶν πλευρῶν αἱ ψω, κβ, ἔσαι τῶν ἀπὸ τῶν περά„ των τῆς πλευρᾶς, καὶ τῆς περιφερείας ἀπειλημμέ„ νων ἡ μείζων οξ, ἴση τῇ δὶς ἀπειλημμένῃ ἀπὸ τῶν „ καθέτων ωβ, σὺν τῇ ἐλάσσονι νφ. ἢ (ὃ ταυτὸν ἐ„ σὶν) ἡ ἐλάσσων φν, ἴση τῇ μείζονι οξ, πλὴν τῆς „ ωβ δὶς ληφθείσης".



Ἐπὶ γὰρ ἡ ωφ = ωο (10) κοινῇ προσεθεισῶν τῶν οξ, καὶ φν, καὶ ωβ, ἔσαι (11) ωφ + φν + ωβ + οξ = ωο + οξ + ωβ + φν, τȣτέσιν βν + οξ = βξ + 2ωβ + φν. Ἀλλ: βν = βξ (12). Ἄρα (13) οξ = 2ωβ + φν. Ἤτοι φν = οξ — 2ωβ. Ο. Ε. Δ.

---

(1) Ἐξ ὑποθ: (2) ἐξ ὑποθ: (3) ἀξ: θον: (4) λῆμ: γον: (5) γη: τȣ̃ γȣ: (6) ἐξ ὑποθ: (7) ἀξ: γον: (8) ἀξ: ζον: (9) ἀξ: θον: (10) λῆμ: γον: (11) ἀξ: βον: (12) γη: τȣ̃ γȣ: (13) ἀξ: γον:

Ταῦτα σοι καὶ Πύθια, φασὶ, καὶ Δήλια. Οὕτω γὰρ σαφῶς, ὅτως ἀκριβῶς, ὅτως ἐῤῥωμένως λέγεται, ὡς ὐκ οἶδ' εἴτι ἄλλο δι' ὅλης τῆς Γεωμετρίας ἔχει ἄν τις εὑρεῖν τέτων σαφέςερον θεωρόμενον, καὶ ἀναγκαςικώτερον κρατυνόμενον. Φέρε ὖν ἤδη, ἐπεὶ ταῦτα ὅτω κεῖται ἀσάλευτα, σοίτε, καμοὶ, καὶ παντὶ ὁτῳῦν κοινῇ πρεσβευόμενα, λέγοις ἂν αὐτὸς ἡμῖν, ἐν βραχέσι ῥήμασιν ἀπαντήσας, Πῶς δήποτε περὶ τῦ ἐν τῷ κατὰ σὲ διαγράμματι γλημ κύκλυ καὶ τῦ ἐπ' αὐτῷ ὀρθογωνίυ φσυο, φρονεῖν ἡμᾶς χρή; τί δὲ καὶ λέγειν; Πότερον ποτὲ τέμνει τὸν κύκλον, ἡ τῦ ὀρθογωνίυ, μὴ διὰ τῦ κέντρυ τῦ κύκλυ ἠγμένη πλευρὰ φο; ἢ ὔχί; Ἀλλὰ τέμνει· τῦτο γὰρ ἔοικας βυλομένῳ, καὶ ὁ περὶ τὴν γπ γραφόμενος κύκλος, τὴν μείζονα τῆς γη, τυτὶ πάντως ἀπαιτεῖ. Ἄλλως τε κἂν ἐπὶ τὸ μὴ, ἀναδράμῃς, ἕξεις δὴ καὶ πρὸς αὐτὸ (ὡς μικρὸν κατωτέρω) ἐπίσης ἡμᾶς ἀπαντήσοντας· τέμνει γῦν. Πότερον δὲ, αἱ ἀπό τε τῶν κατὰ τὰς τομὰς σημείων λ καὶ μ, καὶ τῶν γωνιῶν φ καὶ ο ἀπολαβανόμεναι φλ, μο εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἢ ὔχί; Ἀλλ' ἴσης ἔθυ (ἐν Ἀριθμ: 7) προσθεὶς ὅτι καὶ δειχθήσεται. Πρὸς δὴ τύτοις ἐρήσομαί τι καὶ τρίτον, σὺ δὲ ἀπόκριναι, μόνον τί νεανικόν. Πότερον, ἐπὶ τῶν ὅτως ἐπικαταγεγραμμένων τῶν δε σχημάτων, τὸ τῦ παραλληλογράμμυ κέντρον, ἐκτὸς τῆς γη εὐθείας ἐςὶν, ἢ ἐπ' αὐτῆς; Ἀλλ' ἐκτὸς ὑπέθυ ἔνθα τὸ ψ. ὁρᾷς; μεσημβρινῶν ἡλίυ αὐγῶν φαεινοτέρα ἐςὶν, ἡ ταῖς ὑποθέσεσι ταύταις παραπηδῦσα ἀντίφασις· τῆς γὰρ φο ὅτω τεμνύσης τὸν γλημ κύκλον, τὸ τῦ ὀρθογωνίυ κέντρον ψ, ἀνάγκη πᾶσα ἐπὶ τῆς γη (κατὰ τὸ Εον: λῆμμα·) εἶναι, καὶ ἅμα μὴ ἐπὶ τῆς γη, ὅτι καὶ ἐκτὸς κατὰ σέ· (ἐν Ἀρ: 4). Καὶ πάλιν, ἐπεὶ τὸ τῦ ὀρθογωνίυ κέντρον ψ (κατὰ σὲ Ἀρ: 4) ἐκτὸς τῆς γη εὐθείας ὑποτίθεται, ἐφ' ἧς τὸ τῦ κύκλυ, ἀνάγκη πᾶσα τὴν φλ μείζονα εἶναι τῆς μο (λῆμμα Δον:) τῇ δὶς ωβ. ἅμα δὲ ϗ μὴ μείζωνα ἐπεί σοι δοκεῖ, ἴσας ὑποτιθεμένῳ (ἐν Ἀρ: 7). τ' ἀδύνατα ἄρα ἡμῖν συῤῥάπτειν ἐπιχειρεῖς, ἑκάτερον ὑποτιθέμενος, τήν τε τῶν φλ ϗ μο εὐθειῶν ἰσότητα, ϗ τὴν τῦ ψ κέντρυ τῦ ὀρθογωνίυ, ἀπὸ τῆς γη εὐθείας ἔκπτωσιν. Καὶ τὴν ἑτέραν τῶν ὑποθέσεων ἐκ πάσης ἀνάγκης παραιτητέον, εἰμήσοι καθ' ἡδονὴν ἐςὶ συγκλώθειν τ' ἀσύγκλωσα.

Ἀλλ' ἄγε δὴ ὁ ἐνελαφρίσας σεαυτὸν ὄρνις, ϗ τὴν ἄορνον αὐτὴν ἡμῖν ὑπερπτὰς μετάρσιος, χρῆσαι δὴ πλατωνικῶς (μᾶλλον δὲ ϗ ὑπὲρ τὸν Πλάτωνα ἐκεῖνον, τὸν περὶ τὸ πρόβλημα μάτην πονήσαντι,) τῦ νῦ τῷ πτερώματι, ϗ ἐπὶ τὸν μείζονα τῶν κύκλων, τὸν γνκ, ἐπικαθίσας τὸν λόγον, δίδασκε ϗ περὶ τύτυ, τί ἄρα ἡμῖν ὑποληπτέον; πότερον ποτὲ τέμνει ϗ τῦτον ἡ τῦ ὀρθογωνίυ πλευρὰ φο, ἡ μὴ διὰ τῦ κέντρυ ἠγμένη, ἢ ὔχί; Ἀλλ' εἰ τέμνει ἐπὶ τὸν ἀνωτέρω λόγον περιπεσύμεθα δεύτερον. Ῥητέον ὖν ἄρα, ὡς ὔχὶ, ἀλλ' ἐμπίπτει ὅλη τῦ κύκλυ ἐντός· τῦτο γάρ σοι βύλεται πάντως ϗ ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν γκ, τὴν μείζονα τῆς γπ περιγραφόμενος. Πότερον ὖν; προεκβληθείσης τῆς φο, ὥςε τῷ κύκλῳ προσπεσεῖν κατὰ τὰ σημεῖα ν ϗ ξ, ἡ φν ἴση ἐςὶ τῇ οξ, ἢ ὔχί; Ἀλλ' ἴσην ἔθυ. Δίχα γὰρ ἐτμήθη ὡς ἔφης (Ἀριθ: 8) ἡ νξ κατὰ τὸ β. ὡς τὰς βν, βξ ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. Ἐὰν ὖν ἀφαιρεθῶσιν αἱ βλ, ϗ βμ, ὃ πάλιν, καλῶς ποιῶν, ἴσας ἀπεφήνω τυγχάνειν (Ἀριθμ: 6) ἔσονται αἱ λν, ϗ μξ ἴσαι. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τύτων ἀφαιρεθῶσιν αἱ κατὰ σὲ ἴσαι (Ἀριθ: 7) φλ ϗ μο, ἔςαι λοιπὴ ἡ φν, ἴση λοιπῇ τῇ οξ. Ἐπειδὴ τοίνυν ἐμπίπτει ἡ φο πλευρὰ τῦ ὀρθογωνίυ ἐντὸς τῦ γνκξ κύκλυ, ϗ ἴσας ἔχει τὰς ἑκατέρωθεν ἀπὸ τῆς περιφερείας ἀποςάσεις, φανερὸν (Κατὰ τὸ ζον: λῆμμα.) ὅτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς γκ κείσεται ϗ τὸ τῦ κύκλυ κέντρον, ϗ τὸ τῦ ὀρθογωνίυ ἐξ ὧν ἔθυ. Ἀλλὰ ϗ μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἐκτὸς γὰρ τῆς γκ τὸ ψ, ἐξ ὧν ὑπέθυ. Καὶ πάλιν ἐπεὶ τὸ κέντρον ψ, ἐκτὸς (κατὰ σὲ) τῆς εὐθείας γκ, ἐφ' ἧς τὸ τῦ κύκλυ γνκξ, μείζων ἄρα ἡ οξ τῆς φν, τῇ δὶς ωβ τῇ ἐναπειλημμένῃ ταῖς ἀπὸ τῶν κέντρων καθέτοις (Κατὰ τὸ Ηον: λῆμμα.) Καὶ ὐδὲ μείζων, ἐπειδὴ ἴσαι. Καὶ ἡ πάγη τῆς ἀντιφάσεως, ὡς ϗ πρὶν παρὰ πόδας.

Τὶ τοίνυν λοιπόν· ἢ (μὴ ἐξὸν τιθέναι ἑκάτερον), τῇ ἀνάγκῃ ἑτέρᾳ τῶν ὑποθέσεων χαίρειν φράσαντας, κατασχεῖν τὴν ἑτέραν. Αὐτὸς ὖν τὴν ὑπὲρ σεαυτῦ ἑλὼν, φάθι δὴ, ποτέραν ἡμῖν ἀποσκευαςέον;

„Ἐν τριόδῳ ἕςηκα, δύ' εἰσὶ δὲ πρόσθεν ὁδοίμοι.
„Φροντίζω τύτων, ἣν τίν' ἴω προτέρην.

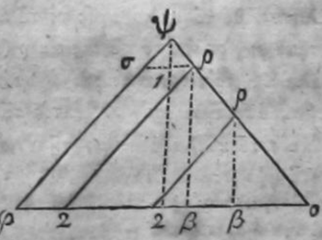
βύλει τὸ ψ ἐπὶ τὸ ρ μεταςήσωμεν; ἢ τῦτο ἀποκληρωτικὸν πάντῃ ἂν εἴη, καὶ προῖκα λεγόμενον, ϗ τὸ ὅλον ψωραλέαν τινὰ τὴν εὕρεσιν ἀποφαῖνον, ϗ ὐδὲν ὑγιές. Ἀμέλει τοι ϗ αὐτὸς, ἅτε

δὴ ἀνήλωκας. Ἀλλὰ τὰς φλ, ϗ μο, καὶ τὰς φν καὶ οξ τῆς ἰσότητος ἀποςερήσωμεν; τῦτο γὰρ ἂν εἴη λειπόμενον, ἄλλο δ' ὐδέν. Ἔςω τοίνυν τεμνομένυ τῦ κύκλυ ἡ φλ. (ὅτι κατὰ ταύτῃ τὸ μέρος τὸ τῦ ὀρθογωνίυ κέντρον ψ ὑποτίθεται) μείζων τῆς μο, διαφορᾷ τῇ τῆς ωβ δὶς ληφθείσης. (λῆμ: Δον:). Ἔςω δὲ καὶ τῆς φο ὅλης ἐντὸς τῦ κύκλυ πιπτύσης, ἡ νφ τῆς οξ μείζων (ὅτι κατὰ ταύτης τὸ μέρος τὸ τῦ ὀρθογωνίυ κέντρον σ ἀπονεῦον τίθεται) τῇ β ὁμοίως δὶς ληφθείσῃ. (τὰ γὰρ ἐν τῷ ςῳ: λήμματι θεωρύμενα, ὡς μὴ κατὰ τὰς ὑποθέσεις τῶν ἑκατέρωθεν τῆς τῦ ὀρθογωνίυ πλευρᾶς φσ, ἐντὸς τῦ κύκλυ ἐμπτώσεων, ἢ ἐκτὸς ἐκπτώσεων βαίνοντα, ὡς ἡ τῦ τῆς εὑρέσεως διαγράμματος κατασκευὴ ἀπαιτεῖ, ἑκόντες παρήσομεν·) οἶσθα τί τὸ ἐκ τύτων ἑπόμενον; ἐκεῖνο δηλονότι ὃ φθάσας ἀνωτέρω (ἐν ἀριθμ: 7) σεσημείωκα. Ὅτι ἐν τῇ Απ: ὑποθέσει ἡ διὰ τῆς ἀπὸ τῦ ρ παραλλήλυ ἀγομένης τῇ ψφ ἀποτεμνομένη ἀπὸ τῆς φλ, δηλ: ἡ λ2 (πίπτωντος τῦ 2 μεταξὺ φ ϗ λ, ὅπερ ἐνδέχεσθαι ϗ αὐτὸς ὡμολόγησας Ἀρ: 7) ἴση ἔςαι τῇ ἐκτὸς τῦ κύκλυ ἀποςάσει τῦ ο ἀπὸ τῦ μ· ἡ δὲ λοιπὴ ἐκείνης φ2, ἡ διαφορὰ, ἥτις (κατὰ τὸ λῆμ: τὸ Δον:) ἴση ἐςὶ τῇ δὶς ωβ. Καὶ ὅτως ἐὰν ἀπὸ τῦ μ πρὸς τὸ ο τῇ λ2 ἴσην, ὡς ἐπιτάσσεις, λάβωμεν τὴν μ3, αὐτὸ τὸ 3 συμπεσεῖται τῷ ο, ϗ ἡ ἐπιζευγνυμένη ρ3, ἔςαι ἡ ρο. Καὶ ὐδὲ τρίγωνον ἡμῖν συςήσεται τὸ 3ρο, τῶν ὁμόρων εὐθειῶν μηδὲν χωρίον περιεχυσῶν, ἀλλήλαις δὲ ἐφαρμοζυσῶν, ὐδὲ τὸ ἐκ τῦ τριγώνυ ἄτοπον ἕψεται, τὸ ἐπὶ Ἀριθ: 6, ἐπισφαλῶς ἐπιφερόμενον, ὑφ' ὖ ἂν τὸ τῦ ὀρθογωνίυ Κέντρον ἀπὸ τῦ ψ, ἔνθα ὑπετέθη, ἐπὶ τὸ ρ μεταςῆσαι ἀναγκαθείημεν· ὡσαύτως δὲ ϗ τῆς φν (κατὰ τὴν βαν: ὑπόθεσιν) μείζονος ὔσης, τῆς δὲ οξ ἐλάσσονος, διαφορᾷ τῇ δὶς 6β (λῆμ: Η'.) ἡ ἀπὸ τῦ ρ πάλιν ἀγομένη παράλληλος τῇ 4φ, ἤτοι ἡ ρ7, τοσῦτον ἀπὸ τῦ ν ἀποςήσεται τῦ κύκλυ ἐντὸς ἀπολήγυσα, ὥςε τὴν ν7, ἴσην εἶναι τῇ οξ, ἤτοι τῇ τῆς γωνίας τῦ ὀρθογωνίυ ο ἀπὸ τῆς περιφερείας ἀποςάσει· τὴν δὲ 7φ, αὐτὴν εἶναι τὴν διαφορὰν τῆς νφ πρὸς τὴν οξ τῇ δὶς β6, ἴσην (λημ: Ηον:) τυγχάνυσαν. Καὶ ὅτως ἐὰν ἀπὸ τῦ ξ πρὸς τὸ ο τῇ ν7, ἴσην ὡς αἰτεῖς λάβωμεν τὴν ο8 αὐτὸ τὸ 8 συμπεσεῖται τῷ ο, ϗ ἡ ἐπιζευγνυμένη ρ8, ἔςαι ἡ ρο. Καὶ ὐδὲ τὸ τρίγωνον ὡς ἀνωτέρω ἐλέγετο, συςήσεται, ὐδ' ἄτοπον ἕψεται. Ἀλλ' ὅπως εἰδῇς ὅτι ϗ ταῦτα πρὸς ςάθμὴν Γεωμετρικὴν ἰθυνόμενα, ὀρθῶς λέγεται, ἔχε, λαβών.

Λῆμμα Θον:

„Παντὸς ἰσοσκελῦς τριγώνυ φψο, ἐὰν ἀπό τινος σημείυ ρ τῶν ἐπὶ τῦ ἑτέρυ σκέλυς „ψο, παράλληλος ἀχθῇ πρὸς τὸ ἕτερον σκέλος ψφ, ἐπὶ τὴν βάσιν φο ἀπολήγυσα ἡ ρ2, τὸ „λοιπὸν τῦ σκέλυς, ἀφ' ὖ ἄγεται ἡ παράλληλος, λέγω τὸ ἀπὸ τῦ σημείυ ρ, ϗ τῦ τῆς γω„νίας ο ἀπολαμβανόμενον ρο τῇ ἀγομένῃ παραλλήλῳ ἴσον ἐςί.

Ἡ γὰρ ὑπὸ ρ2ο = ψφο (1). Ἡ δὲ ὑπὸ ψφο = ψοφ (2). Ἄρα (3) ὑπὸ ρ2ο = ρο2. Ἄρα (4) ρ2 = ρο.



Πόρισμα.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τῦ σημείυ ρ, ἀφ' ὖ ἡ παράλληλος, ἐπὶ τὴν βάσιν ἀγομένη κάθετος ρβ, δίχα τέμνει τὴν 2ο βάσιν. (5).

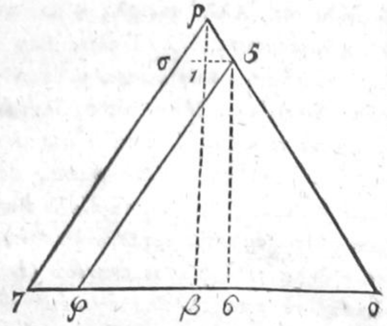
Λῆμμα Ιον:

„Παντὸς ἰσοσκελῦς τριγώνυ φ5ο, ἐὰν τῦ ἑτέρυ „τῶν ἴσων σκελῶν προεκβληθέντος, ἤτοι τῦ ο5), ἐπὶ τὸ ρ, ἀπὸ τῦ σημείυ ἐφ' ὃ προσεξεβλή„θη (ἤτοι τῦ ρ) παράλληλος ἀχθῇ τῷ ἑτέρῳ σκέλει 5φ, ἐπὶ τὴν βάσιν, ϗ αὐτὴν προεκβληθεῖ„σαν, περατυμένη, ἡ ρ7, ἡ προεκβεβλημένη ορ, ἴση ἔςαι τῇ παραλλήλῳ ρ7.

---

(1) κθη: τῦ λυ: (2) Εη: τῦ λυ: (3) ἀξ: κοιν (4) ςη: τῦ αυ: (5) διὰ τὸ Δον: Πόρ: τῦ Σχολ: τῦ μετὰ τὴν κςην: τῦ ςοιχ: ἐν τοῖς Τακυετ:.

Δείκνυται ὁμοίως, καθάπερ τὸ ἀνωτέρω.



Π ό ρ ι σ μ α.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τȣ̃ ρ κάθετος δίχα τέμνει τὴν βάσιν.

Λ ῆ μ μ α ΙΑον:

,,Αἱ ȣ̌τω πίπτȣσαι παράλληλοι ἀπὸ τῆς ἑτέ-
,,ρας τῶν πλευρῶν τȣ̃ ἰσοσκελȣ̃ς ἐπὶ τὴν βάσιν,
,,τὴν αὐταῖς ἀπολαμβανομένην ἐκ τῆς βάσεως εὐ-
,,θεῖαν φ2, ἢ φ7, διπλασίονα λόγον ἔχȣσι τῆς
,,ἀπολαμβανομένης 2β, ἢ β6 ἀπὸ τῶν καθέτων
,,ψ2, ρβ, ἢ ρβ, 5β τῶν ἀπὸ τῶν κορυφῶν ψ ϗ ρ, ἢ ρ ϗ 5 ἀγομένων. (Πρόσχες τοῖς δισὶ Σχή-
,,μασι τοῖς ἀμέσως ἀνωτέρω).

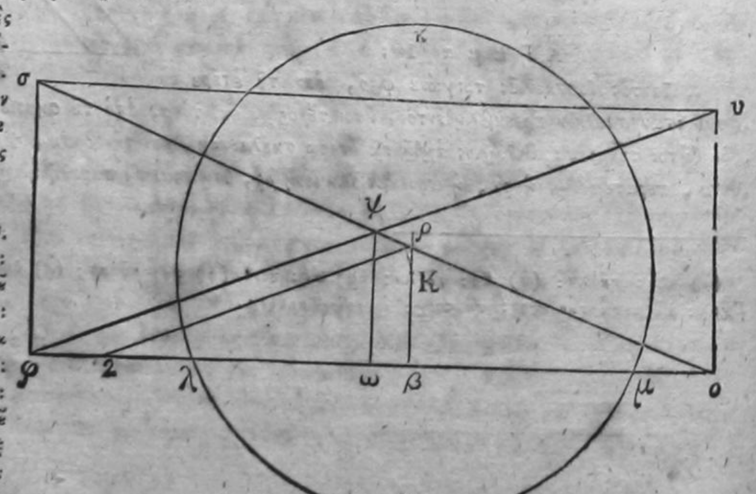
Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τȣ̃ ρ παράλληλος τῇ φ2 ἡ φο ἡ ρσ. Καὶ δὴ τȣ̃ σ2 παραλληλογράμμȣ ὄντος (1), ἡ σρ ἴση τῇ φ2 (2). Ἀλλὰ ϗ ψσρ ἴση τῇ κατὰ τὸ φ, ϗ ψρσ τῇ κατὰ τὸ ο (3), ἴσαι δὲ αἱ φ ϗ ο (4). Ἄρα ϗ αἱ ὑπὸ ψσρ, ϗ ψρσ. Ἰσοσκελὲς ἄρα (5) τὸ σψρ. Ἡ δὲ ψισ ἴση τῇ ὑπὸ ψ2φ (6). Αὕτη δ' ὀρθή. (7) κακείνη ἄρα. Ἄρα διὰ τὸ ἀνωτ: Πόρ: δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς ψι ἡ σρ. Ἀλλὰ γὰρ τὸ ιβ παραλληλόγραμμον ἐςί. (ἡ γὰρ ὑπὸ ρβο = ψ2β (8). Ἄρα ἡ ρβ παράλληλος ἐςὶ πρὸς τὴν ι2 (9), ἡ δὲ ιρ παράλληλος πρὸς τὴν 2β (10)). Ἄρ' ȣ̓̃ν ἡ ιρ = 2β (11). Καὶ ἐπὶ ἡ σρ διπλασίων ἐδείχθη τῆς ιρ, Ἄρα διπλασίων ἐςὶ ϗ τῆς 2β. Ἀλλ' ἡ φ2 = σρ. Ἡ Ἄρα φ2, ἣν ἐκ τῆς φο βάσεως ἀπολαμβάνȣσιν αἱ παράλληλοι, διπλασίων ἐςὶ τῆς 2β τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῶν καθέτων, αἳ ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν ἰσοσκελῶν φψο, 2ῳ ἄγονται. Ο. Ε. Δ.

Τȣ̃τ' αὐτὸ δείξαις ἂν παραπλησίως, ϗ ἐπὶ τȣ̃ ἑτέρȣ σχήματος τȣ̃ κατὰ τὸ ιον: λῆμμα, ἐν ᾧ ἡ ρ7 παράλληλος, ἀπὸ τȣ̃ σκέλȣς 5ο προεκβληθέντος, ἐπὶ τὴν βάσιν φο προεκβληθεῖσαν ἄγεσθαι ὑπετίθετο· τὴν σ5 παράλληλον ἀγαγὼν πρὸς τὴν βάσιν, ϗ τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐφοδεύσας τὴν δεῖξιν.

Λ ῆ μ μ α ΙΒον:

,,Ἐὰν ἐπὶ τȣ̃ γλημ κύκλȣ ὀρθογώνιον ὑποτεθῇ ἐπιγεγραμμένον τὸ φσυο, ȣ̔̃ ἡ μὴ διὰ
,,τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύκλȣ πλευρὰ φο, τέμνȣσα τὸν κύκλον κατὰ τὰ σημεῖα λ ϗ μ, ἑκατέρωθεν ἦ
,,τȣ̃ κύκλȣ ἐκπίπτȣσα· ὦσι δὲ τὸ ἐκτὸς ἀπολαμβανόμενα μέρη τῆς εἰρημένης πλευρᾶς ἄνισα
,,οἷον τὸ μὲν φλ, τὸ πρὸς τὸ μέρος τȣ̃ κέντρȣ ψ, τȣ̃ ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, μεῖζον, ἔ-
,,λασσον δὲ τὸ μο τὸ πρὸς τὸ τȣ̃ κύκλȣ Κ. ἤτοι τὸ μο ἐπιζευχθεισῶν τῶν τȣ̃ ὀρθογωνίȣ διαμέ-
,,τρων φυ, σο ἡ ἀπὸ τȣ̃ σημείȣ ρ (καθ' ὃ τέμνει τὴν ἡμιδιαγώνιον ψο, ἡ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύ-
,,κλȣ Κ, πρὸς τὴν πλευρὰν ἀγομένη κάθετος ρβ) παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ ἑτέρᾳ ἡμιδιαμέτρῳ
,,ψφ, ἀποτέμνει τὴν 2λ ἐκτὸς τȣ̃ κύκλȣ ἀπὸ τȣ̃ μείζονος τῶν μερῶν φλ, ἴσην τῷ ἑτέρωθεν
,,ἐκτὸς τȣ̃ κύκλȣ μέρει μο τῇ ἐλάσσονι.

Τὸ φψο ἰσοσκελὲς τρίγωνον (12) ἐπεὶ ἄρα ἡ ρ2 παράλληλος ἤχθη πρὸς τὴν ψφ (13), ἔςαι ἡ φ2 διπλασίων (14) τῆς



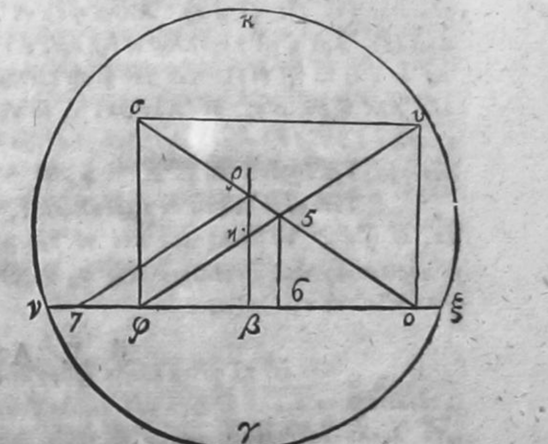
(1) Ἐκ κατ: (2) λδ. τȣ̃ αȣ: (3) κθη: τȣ̃ αȣ: (4) ἐξ ὑποθ: (5) β τȣ̃ αȣ: (6) κθη: τȣ̃ αȣ: (7) Ἐκ κατ: (8) Ἐκ κατ: (9) κή: τȣ̃ α': (10) Ἐκ κατ: (11) λδ: τȣ̃ α': (12) Πόρ: τȣ̃ Δȣ: λήμ: (13) Ἐξ ὑποθ: (14) Λῆμ: ΙΑον:

ωβ. Ἀλλὰ γὰρ ἡ διαφορὰ τοῦ μείζονος μέρους φλ πρὸς τὸ ἔλασσον μο ἐςὶν (1) ἡ ωβ δὶς ληφθεῖσα, ἄρα ἀφαιρεθείσης τῆς φ2 διαφορᾶς, ἔςαι ἡ 2λ = μο. Ο. Ε. Δ.

Λ ῆ μ μ α ΙΓον:

,,Ἐὰν ἐντὸς τȣ̃ γνκξ κύκλȣ, ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ φσυο, ἔχῃ τὴν
,,πλευρὰν αὐτȣ̃ φο (τὴν μὴ διὰ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύκλȣ ἀγομένην) ὅλην ἐμπίπτȣσαν τῷ κύκλῳ
,,κατ' ἀνίσȣς τὰς τῶν περάτων αὐτῆς φ ϗ ο, ἀπὸ τῆς περιφερείας ἑκατέρωθεν ἀποςάσεις, ὡς
,,προαγχθείσης τῆς εἰρημένης πλευρᾶς, ϗ τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὰ ν ϗ ξ σημεῖα προσπεσȣ́-
,,σης, μείζονα μὲν εἶναι τὴν ὅθεν ἀποκλίνει τὸ τȣ̃ κύκλȣ κέντρον μ, ἤτοι τὴν νφ, ἐλάσσονα
,,δὲ, τὴν, ὅθεν τὸ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ 5, ἤτοι τὴν οξ. Ἐπιζευχθεισῶν τῶν φυ καὶ σο διαμέτρων
,,ἀπὸ δὲ τȣ̃ μ κέντρȣ τȣ̃ κύκλȣ, ἀχθείσης καθέτȣ πρὸς τὴν πλευρὰν φο τȣ̃ ὀρθογωνίȣ τῆς
,,μβ, ϗ ταύτης κατὰ θάτερον προαχθείσης, ὡς διήκειν διὰ τῆς διαγωνίȣ σο, κατὰ ρ. ἐὰν ἀπὸ
,,τȣ̃ ρ σημείȣ τȣ́τȣ καθ' ὃ τέμνει τὴν σο διαγώνιον διάμετρον ἡ ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ κύκλȣ μ
,,ἀγομένη κάθετος μβ, πρὸς τὴν πλευρὰν φο) παράλληλος ἀχθῇ τῇ ἡμιδιαγωνίῳ 5φ, ἡ ρ7,
,,αὕτη ἀποτεμεῖ ἀπὸ τῆς μείζονος νφ, ἐντὸς τοῦ κύκλȣ, τὴν ν7, ἴσην τῇ ἑτέρωθεν ἐλάσσονι οξ.

Ἐπειδὴ γὰρ τὸ φ5ο ἰσοσκελὲς ἐςὶ τρίγωνον (2). Καὶ ἀπὸ τῆς 5ο προαχθείσης ἐπὶ τὸ ρ, ἡ ρ7 παράλληλος ἤχθη πρὸς 5φ. (3) Ἔςαι ἡ φ7 διπλασίων (4) τῆς β6. Ἀλλὰ μὴν ἡ διαφορὰ τῆς μείζονος φν, πρὸς τὴν ἐλάσσονα οξ, ἐςὶν ἡ β6 (5) ληφθεῖσα. Ἄρα ἀφαιρεθείσης τῆς φ7 διαφορᾶς, ἔςαι ἡ 7ν = οξ. Ο. Ε. Δ.



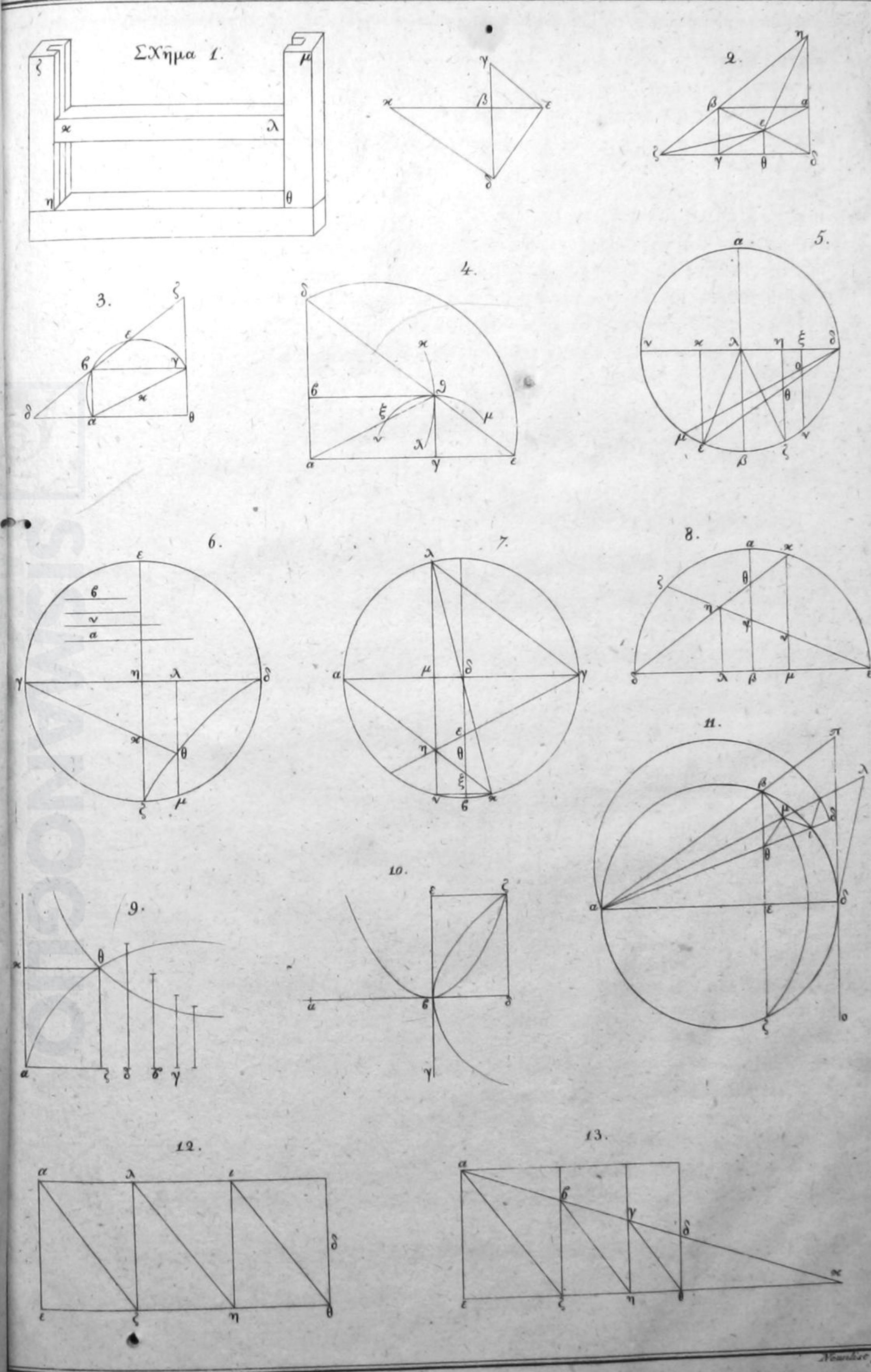
Ἐκ τῶνδε ῥάδιον ἐςὶν εἰσβαλεῖν, ὅτι ἐπ' οὐδετέρας τῶν ὑπολειφθεισῶν ἡμῖν ὑποθέσεων (ἐν Ἀριθ: 26) δυνατὸν λαβεῖν τὸ ἐπιτασσόμενον. Τουτέςιν οὔτ' ἐπὶ τῆς Ανς: ὑποθέσεως (καθ' ἣν ἐκπίπτει τὰ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀρθογωνίȣ πέρατα φ καὶ ο ἐκτὸς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου γλημ, τοῦ περὶ τὴν γη γεγραμμένου) ἀφελεῖν ἐςὶν ἀπὸ τῆς μο, ἴσην τῇ λ2, οὔτ' ἐπὶ τῆς Βας: (καθ' ἣν ἐμπίπτει τὰ αὐτὰ πέρατα ἐντὸς τοῦ μείζονος κύκλου γνκξ, τοῦ περὶ τὴν γκ γεγραμμένȣ) ἀποτεμεῖν ἐςὶν ἀπὸ τῆς οξ ἴσην τῇ 7ν· ἦτε γὰρ μο ἐπ' ἐκείνης ἴση ἐδείχθη τῇ λ2, ἦτε οξ, ἐπὶ ταύτης, τῇ ν7. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς δοθείσης μείζονος εὐθείας, ἴσην λαβεῖν τῇ δοθείσῃ ἐλάσσονι (6) δυνατὸν, ἀπὸ δὲ τῆς ἴσης μοῖραν ἀφελεῖν, ἥτις ἂν ἴση εἴη τῇ ἴσῃ ὅλῃ, ȣ̓δεμιᾷ μηχανῇ ἀνυςόν. Εἰμὴ τῆς εἰς τόδε μέλλοιμεν περιίςασθαι, τῷ ὅλῳ ἴσον εἶναι τὸ μέρος οἴεσθαι, αὐτῶν τῶν κοινῶν ἐννοιῶν τὰς προδηλοτάτας ἀπαμαισάμενοι. Ἀλλ' εἴπερ ἄρα τῇ ἀποςάσει τοῦ 2 ἀπὸ τοῦ λ, μόνη ἐςὶν ἴση ἡ ἀπόςασις ἡ τοῦ ο ἀπὸ τοῦ μ, ϗ πάλιν εἰ τῇ ἀποςάσει τοῦ 7 ἀπὸ τοῦ ν, μόνη ἐςὶν ἴση ἡ ἀπόςασις ἡ τοῦ ο ἀπὸ τοῦ ξ, πῶς οὐκ ἂν εἴη, ἤτοι παίζοντος, ἢ ἀφραίνοντος τὰ αἰτήματα, τὰ ἀπὸ τοῦ ρ ἡμᾶς αἰτοῦντα εὐθείας ἄλλας παρὰ τὴν ρο, ἄγων τήν τε ρ3 λέγω, ϗ τὴν ρ8, ὧν ἡ μὲν τῇ λ2, ἡ δὲ τῇ ν7, ἴσας τὰς μ3, ϗ ο8 ἀπολάβοιεν; δῆλον γὰρ ὅτι αὗται αἱ τὴν ἀποτομὴν ἂν ποιήσουσαι, αἱ ρ3, ϗ ρ8 αὐτῇ τῇ ρο συμπέσειεν. Εἰ δὲ τοῦτο, τρίγωνον ἂν ἡμῖν συςαίη οὐδὲν, τοῦ δὲ τριγώνȣ ἐκ μέσου γενομένου, ἀσυνάρτητον τὸ ἄτοπον, τῆς τῶν ἐκτὸς ταῖς ἐντὸς τῶν γωνιῶν ἐξισώσεως. Ἀτόπου δὲ μηδενὸς ἀναγκάζοντος, τὸ μετακινῆσαι δεῖν οἴεσθαι ἀπὸ τοῦ ψ, ἢ ἀπὸ τοῦ 5, τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον, κἀπὶ τὸ ρ αὐτὸ μετοικίσαι, ὅθεν ἅπαξ κεκίνηται καθ' ὑπόθεσιν, μὴ ϗ ἄλογον ᾖ, ϗ πάντῃ ἄμουσον. Τοῦ δέ τοι ρ εἰς κέντρον ἅμα τοῦτε ὀρθογωνίου, ϗ τοῦ περὶ τὴν γπ κύκλου, ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς μηδαμῶς ἐκνική-

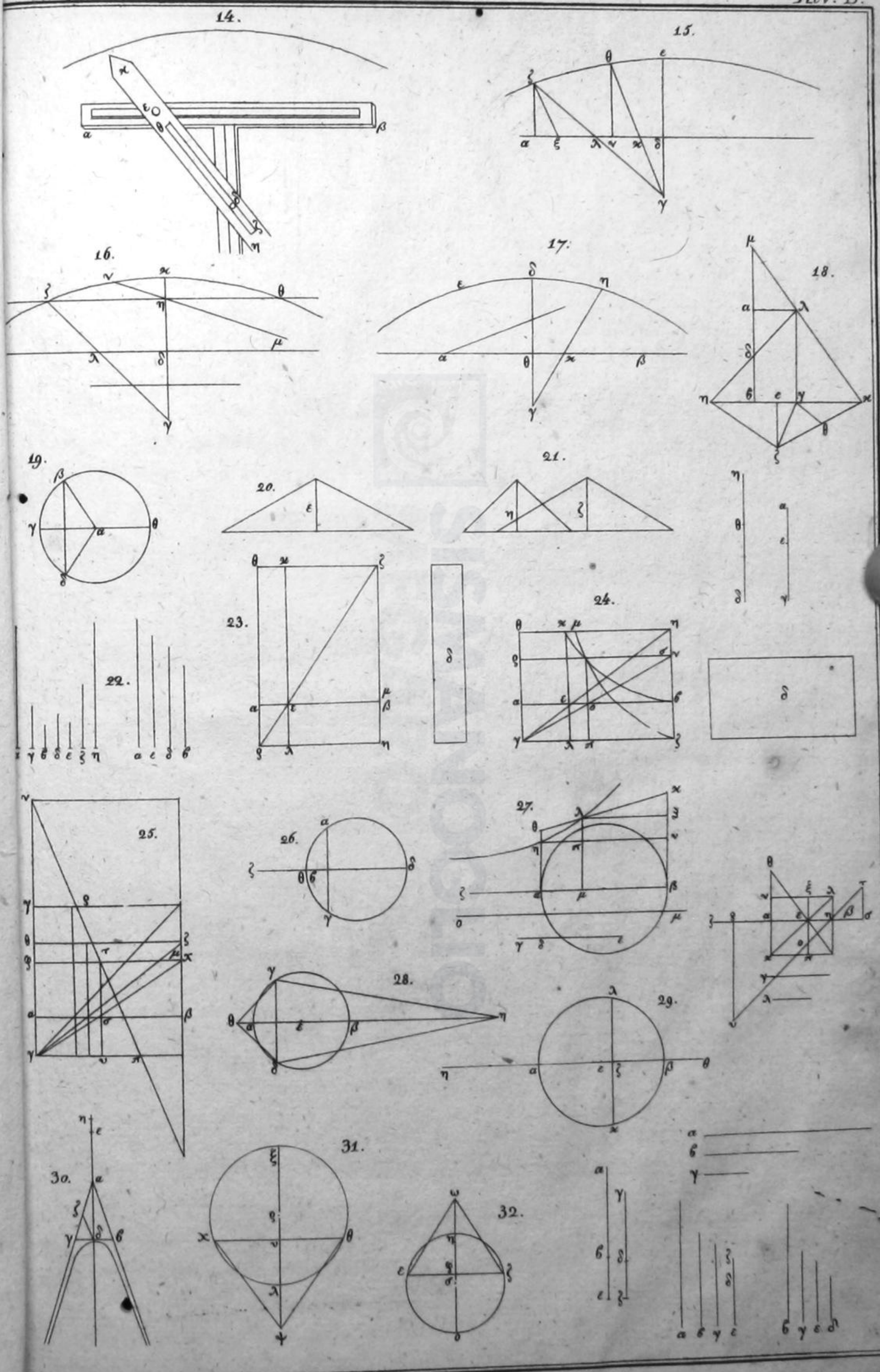
(1) Λῆμ: δον: (2) Πόρ: τοῦ Δȣ: λήμ: (3) Ἐξ ὑποθ: (4) λήμ: ΙΑον: (5) λῆμ: Δον: (6) γȣ: τοῦ Δȣ:

σαντος, ἡ ἀπόδειξις πᾶσα φρούδη ἐξήλεγκται, ϗ ὁ περὶ τὴν τῶν δύο μέσων εὕρεσιν πόνος μεματαίωται.

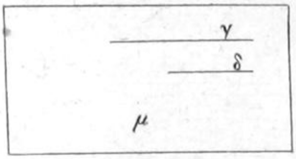
Πρὸς ὅ,τι ἂν ἄρα καταφεύξοιτο, ὁ περὶ τὰς ἐλπίδας τῆς εὑρέσεως ἐψευσμένος, λαμπραῖς ἡμῖν ἐγκυβιστῶν ταῖς ἀντιφράσεσι φωραθήσεται. Ἤτοι γὰρ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ψ, ἐπ' αὐτῆς θήσει τῆς γη, ἔνθα τὸ ρ, ϗ τὸ ἐκδοθὲν οὕτως ἑξάκυκλον γράμμα, ὡς μηδὲν ὑγιὲς ὂν ἐξοβελιεῖ, ϗ ἄλλοτι προχειριεῖται, εἴπερ ἔνι, λόγου τινὸς ἐχόμενον. (Ἀριθμ: 26). Ἢ γοῦν ἐν οἷς ὑπέθετο μένων, ϗ τὸ ψ κατέχων, ἔνθα κατέταξε, τῶν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένων φλ καὶ μο, ϗ τῶν ἐντὸς φν ϗ οξ, τὴν ἰσότητα ἐξομώσεται. (Ἀριθμ: 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25.) Ἀρθείσης δὲ τῆς τούτων ἰσότητος, ϗ τὰς ἀπὸ ρ, παρὰ τὴν ρο, ἀγομένας ρ3 ϗ ρ8 παραγράψεται. (Ἀριθμ: 27. 28. 29. 30. 31.) ὡς μάτην εἰσαγομένας, διὰ τὸ τῶν τριγώνων ἀσύστατον. (Ἀριθμ: 32.) Ἐπὶ δὲ πᾶσι τὴν Γεωμετρίαν αἰδούμενος, ϗ τὴν ἔφορον ταύτην τιμῶν ἀλήθειαν, ὁμολογήσει, ὡς διὰ μακροῦ χρόνου, τῇδε τῇ ἄγρᾳ ὀμματαιάσαντι, αὕτη αὐτῷ ἡ μήρινθος οὐδὲν ἔσπασε.

ΤΕΛΟΣ.

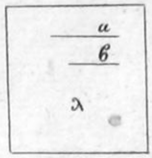



14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.

33.

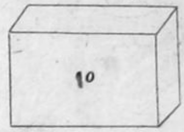


34.

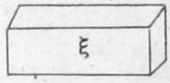


35.

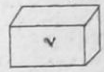
36.



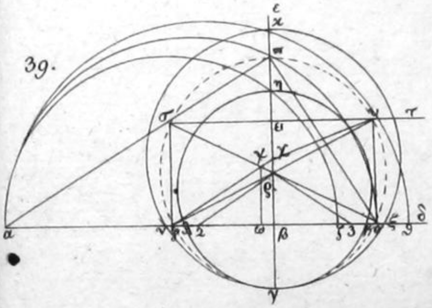
37.



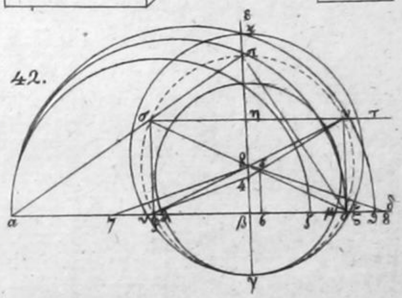
38.



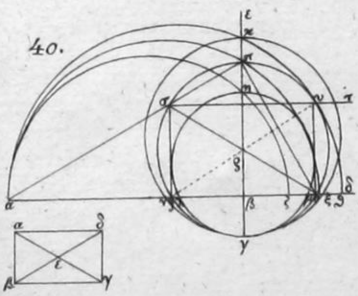
39.



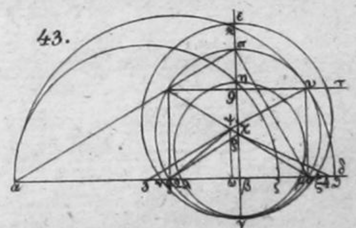
42.



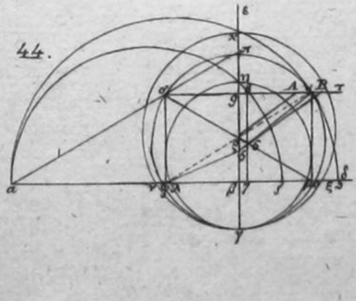
40.



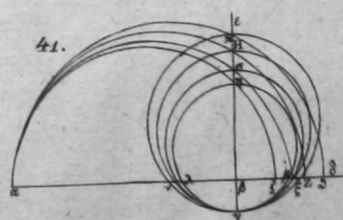
43.



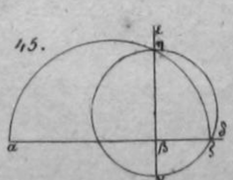
44.



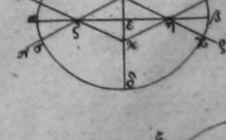
41.



45.



46.



48.

47.